H30　愛知県（A）　公立　数学　問題

数-18-公-愛知（A）-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　$6-(-24)\div 6$　を計算しなさい。

問２　$\dfrac{7x-4}{8}-\dfrac{x-1}{2}$　を計算しなさい。

問３　$\dfrac{3}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{20}}{5}$　を計算しなさい。

問４　$(2x-3)(x+2)-(x-2)(x+3)$　を計算しなさい。

問５　方程式　$(x+6)(x-2)+2=7x$　を解きなさい。

問６　n は自然数で，$\sqrt{24n}$ がある自然数になる。このような n のうちで最も小さい数を求めなさい。

問７　ある中学校の生徒数は 180 人である。このうち，男子の 16%と女子の 20%の生徒が自転車で通学しており，自転車で通学している男子と女子の人数は等しい。

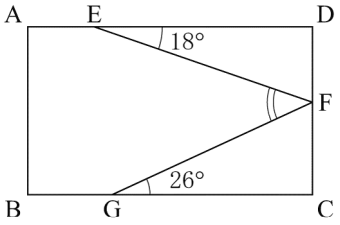
このとき，自転車で通学している生徒は全部で何人か，求めなさい。

問８　世帯数が 60000 世帯の A 市で，300 世帯を無作為に抽出してテレビで番組 T を視聴していた世帯数を調査したところ，45 世帯が視聴していた。

このとき，A 市全体でこの番組 T を視聴していた世帯はおよそ何世帯と推定されるか，求めなさい。

問９　図で，四角形 ABCD は長方形，E，F，G はそれぞれ辺 AD，DC，BC 上の点である。

∠DEF＝18°，∠FGC＝26° のとき，∠EFG の大きさは何度か，求めなさい。



数-18-公-愛知（A）-問-02

2　次の**問１**から**問４**に答えなさい。

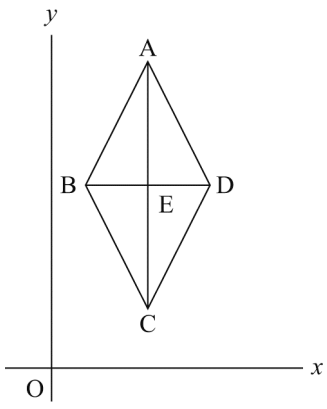
問１　大小 2 つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，方程式 $x^2=ab$ の 2 つの解がともに整数となる確率を求めなさい。

問２　次の文章は，連続する 5 つの自然数について述べたものである。文章中の［ A ］にあてはまる最も適当な式を書きなさい。また，［ a ］，［ b ］，［ c ］，［ d ］にあてはまる自然数をそれぞれ書きなさい。

> 連続する 5 つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，最も大きい数は［ A ］と表される。
>
> このとき，連続する 5 つの自然数の和は［ a ］(n＋［ b ］) と表される。
>
> このことから，連続する 5 つの自然数の和は，小さい方から［ c ］番目の数の［ d ］倍となっていることがわかる。

問３　図で，O は原点，四角形 ABCD は AC＝2BD のひし形で，E は対角線 AC と BD との交点である。

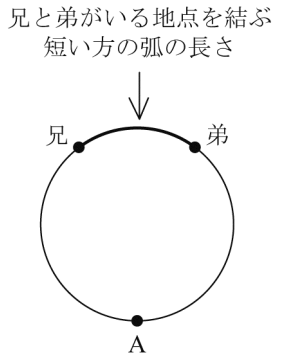
点 A，E の座標がそれぞれ (3，10)，(3，6) で，関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフがひし形 ABCD の頂点または辺上の点を通るとき，a がとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



問４　右図のような円形の遊歩道がある。

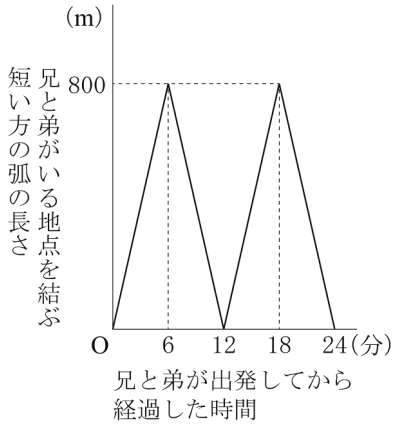
兄と弟が遊歩道上のA地点を出発し，それぞれ一定の速さで歩き，遊歩道を1周する。

兄と弟が反対方向に歩くとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



(1) はじめに，兄と弟は，同時に出発し，2人とも24分で遊歩道を1周した。兄と弟が出発してから経過した時間と，兄と弟がいる地点を結ぶ短い方の弧の長さの関係をグラフに表すと，右下のようになった。

遊歩道1周の道のりは何mか，求めなさい。



(2) 次に，弟は兄より先に出発し，24分で遊歩道を1周して，A地点で止まり，兄を待った。兄は弟が出発してから6分後にA地点を出発し，弟が歩く速さと同じ速さで歩き，遊歩道を1周した。

兄が出発してから x 分後の兄と弟がいる地点を結ぶ短い方の弧の長さを y m とするとき，兄が出発してから遊歩道を1周するまでの x と y の関係を，グラフに表しなさい。

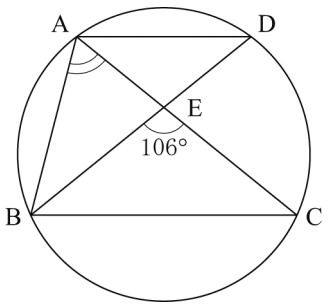
数-18-公-愛知（A）-問-03

3　次の**問１**から**問３**に答えなさい。

ただし，円周率は π とする。また，答えは根号をつけたままでよい。

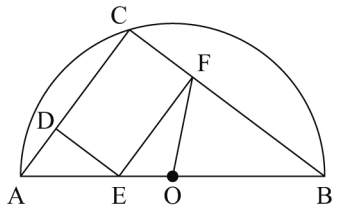
問１　図で，A，B，C，Dは円周上の点，Eは線分ACとDBとの交点で，AB＝AD，EB＝ECである。

∠BEC＝106°のとき，∠BAEの大きさは何度か，求めなさい。



問２　図で，C は AB を直径とする半円 O の周上の点，D，E，F はそれぞれ線分 CA，AB，CB 上の点で，四角形 CDEF は長方形である。

CA＝6 cm，CB＝8 cm，CD：DE＝3：2 のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

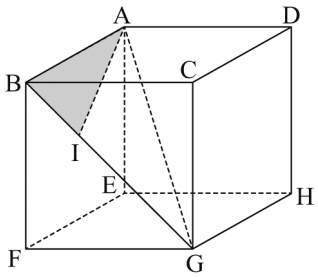


(1) 線分 FE の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) △FEO の面積は△ABC の面積の何倍か，求めなさい。

問３　図で，立体 ABCDEFGH は立方体である。I は線分 BG 上の点で，BI：IG＝1：2 である。

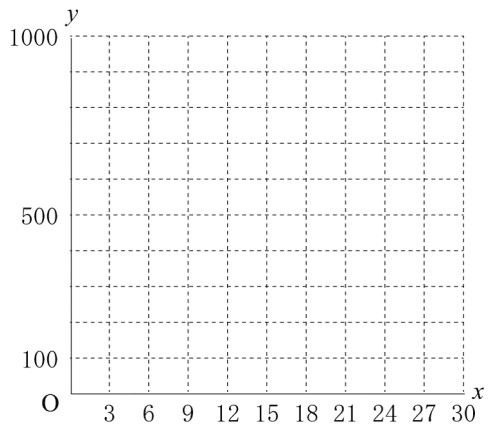
AB＝3 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



(1) 線分 AI の長さは何 cm か，求めなさい。

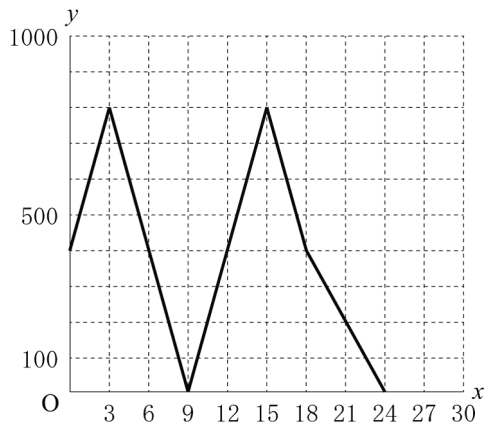
(2) △ABI を，直線 AG を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-18-公-愛知（A）-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６	$n=$		
		問７	人		
		問８	およそ　　世帯		
		問９	度		
数-18-公-愛知（A）-KY-02	2	問１			
		問２	A（　　），a（　　），b（　　），c（　　），d（　　）		
		問３			
		問４ (1)	m		
		問４ (2)			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−18−公−愛知（A）−KY−03	3	問１		度		
		問２	(1)	cm		
			(2)	倍		
		問３	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-I8-公-愛知（A）-K-01	1	問１	10	1	
		問２	$\frac{3}{8}x$	1	
		問３	$\sqrt{5}$	1	
		問４	x^2	1	
		問５	$x=-2,\ 5$	1	
		問６	$n=6$	1	
		問７	32　人	1	
		問８	およそ　9000　世帯	1	
		問９	44　度	1	
数-I8-公-愛知（A）-K-02	2	問１	$\frac{2}{9}$	1	
		問２	A（$n+4$）, a（　5　）, b（　2　）, c（　3　）, d（　5　）	2	
		問３	$\frac{2}{9} \leqq a \leqq 6$	2	
		問４ (1)	1600　m	1	
		問４ (2)		2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数－18－公－愛知（A）－K－03	3	問１		69　度	1	
		問２	(1)	4　cm	1	
			(2)	$\frac{1}{9}$　倍	1	
		問３	(1)	$\sqrt{11}$　cm	1	
			(2)	$\frac{10\sqrt{3}}{3}\pi$　cm^3	1	

数-18-公-愛知（A）-KS-01

1　問１　$6-(-24)\div 6=6-(-4)=6+4=10$

問２　$\dfrac{7x-4}{8}-\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{7x-4}{8}-\dfrac{4(x-1)}{8}=\dfrac{7x-4-4(x-1)}{8}=\dfrac{7x-4-4x+4}{8}=\dfrac{3}{8}x$

問３　$\dfrac{3}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{20}}{5}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{2^2\times 5}}{5}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$

問４　$(2x-3)(x+2)-(x-2)(x+3)=2x^2+4x-3x-6-(x^2+x-6)=2x^2+4x-3x-6-x^2-x+6=x^2$

問５　$(x+6)(x-2)+2=7x$　$x^2+4x-12+2-7x=0$　$x^2-3x-10=0$　$(x+2)(x-5)=0$　$x=-2,\ 5$

問６　$24=2^2\times 6$ だから，$\sqrt{24n}=2\sqrt{6n}$　これが自然数になるような最も小さい自然数 n は $n=6$

問７　この中学校の男子の生徒数を x 人，女子の生徒数を y 人とする。

全校生徒数について，$x+y=180$…①

自転車で通学している生徒数について，$\dfrac{16}{100}x=\dfrac{20}{100}y$…②

①，②を連立方程式として解く。

①×20 より，$20x+20y=3600$…①′　②×100 より，$16x=20y$…②′　②′を①′に代入すると，

$20x+16x=3600$　$36x=3600$　$x=100$　これを①に代入すると，$100+y=180$　$y=80$

よって，自転車で通学している男子の生徒数は$\dfrac{16}{100}\times 100=16$(人)で，女子の人数も同数だから，

全部で，$16+16=32$(人)

問８　A 市全体と無作為に抽出した 300 世帯とで，番組 T を視聴していた世帯の割合は変わらないと推測される。A 市全体で番組 T を視聴していた世帯数を x 世帯とすると，

$60000:x=300:45$　$300x=60000\times 45$　$x=\dfrac{60000\times 45}{300}=9000$　よって，およそ 9000 世帯。

問９　辺 AB 上に点 H を AD // HF となるようにとる。平行線の錯角は等しいから，

$\angle EFH=\angle DEF=18^\circ$，$\angle HFG=\angle FGC=26^\circ$　よって，$\angle EFG=18^\circ+26^\circ=44^\circ$

数-18-公-愛知（A）-KS-02

2　問１　大小 2 つのさいころの目の出方は，$6\times 6=36$(通り)

また，$x^2=ab$ の 2 つの解がともに整数になるのは，ab の値が整数の 2 乗で表されるときで，

ab の値としてあてはまるのは $1(=1^2)$，$4(=2^2)$，$9(=3^2)$，$16(=4^2)$，$25(=5^2)$，$36(=6^2)$の各場合。

$ab=1$ となるのは，$(a,\ b)=(1,\ 1)$

以下同様に，

$ab=4$…$(1,\ 4)$，$(2,\ 2)$，$(4,\ 1)$

$ab=9$…$(3,\ 3)$

$ab=16$…$(4,\ 4)$

$ab=25$…$(5,\ 5)$

$ab=36$…$(6,\ 6)$

よって，全部で 8 通りあるから，求める確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

問２　連続する 5 つの自然数で，最小の数を n とすると，残りの 4 つは小さい順に

$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表される。よって，5 つの自然数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10=5(n+2)$

これは小さい方から 3 番目の数の 5 倍になっている。

問３　A(3，10)，E(3，6)だから，AE＝10－6＝4

よって，AC＝4×2＝8 で，点 C の y 座標は 10－8＝2 だから，C(3，2)

また，BD＝$\frac{1}{2}$AC＝4 だから，BE＝DE＝2

よって，点 B の x 座標は 3－2＝1 だから，B(1，6)　点 D の x 座標は 3＋2＝5 だから，D(5，6)

$y=ax^2$ のグラフがひし形 ABCD の頂点または辺上の点を通るとき，

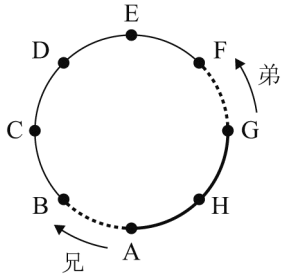
a の最小値は，グラフが C(3，2)を通る場合で，$2=a\times3^2$　　$a=\frac{2}{9}$

a の最大値は，グラフが B(1，6)を通る場合で，$6=a\times1^2$　　$a=6$

よって，a の値の範囲は，$\frac{2}{9}\leqq a\leqq6$

問４　(1) 2 人とも 24 分で 1 周するから，それぞれの速さは等しい。また，出発してからの 6 分でそれぞれ$\frac{1}{4}$周するから，2 人あわせて半周分歩いたことになり，その半円の弧の長さはグラフから 800m とわかる。よって，1 周の道のりは 800×2＝1600(m)

(2) 右の図のように，兄が時計回り，弟が反時計回りに進むものとする。



2 人とも(1)と同じ速さで歩くから，6 分で$\frac{1}{4}$周(400m)，3 分で$\frac{1}{8}$周(200m)進む。また，兄が A を出発した時点で，弟はすでに 6 分歩いているので$\frac{1}{4}$周進み，G にいる。このとき，2 人がいる地点を結ぶ短い方の弧の長さは 400m で，x＝0 のとき y＝400

そして，兄が出発すると y の値は増え続け，3 分後に兄は B，弟は F に着くから，x＝3 のとき y＝800

その後 y の値は減り始め，兄が出発してから 9 分後に兄，弟とも D に着いて y＝0 となる。よって，x＝9 のとき y＝0

さらにその後は，弟が A に着くまで，グラフは同じ傾きで増えてから減る。

弟が A に着くのは x＝18 のときで，このとき兄は G にいるから，x＝18 のとき y＝400。

その後，y は一定の割合で減り続け，x＝24 のとき兄が A に着いて y＝0 となる。

数-18-公-愛知(A)-KS-03

3　**問１**　△EBC は EB＝EC の二等辺三角形だから，∠ECB＝(180°－106°)÷2＝37°

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから，∠ADB＝∠ACB＝37°

△ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから，∠ABD＝∠ADB＝37°

△ABE の内角と外角の性質より，∠BAE＋∠ABE＝∠BEC

よって，∠BAE＝∠BEC－∠ABE＝106°－37°＝69°

問２　(1) CD：DE＝3：2 だから，CD＝3x cm とすると DE＝2x cm と表される。

また，四角形 CDEF は長方形だから，FE＝CD＝3x cm，CF＝DE＝2x cm となる。

△ABC で，FE // CA より，FE：CA＝BF：BC　$3x:6=(8-2x):8$　$24x=6(8-2x)$　$24x=48-12x$

$36x=48$　$x=\frac{4}{3}$　よって，$FE=3\times\frac{4}{3}=4$(cm)

(2) FE // CA より，BE：BA＝FE：CA＝4：6＝2：3　よって，AE：EB＝(3－2)：2＝1：2…①

また，O は AB の中点だから，AO：OB＝1：1…②

①より，AE：EB＝2：4　②より，AO：OB＝3：3　よって，AE：EO：OB＝2：(4－3)：3＝2：1：3

よって，△FEO：△FEB＝EO：EB＝1：4…③

ここで，△FEB と△CAB は，∠EBF＝∠ABC，∠EFB＝∠ACB＝90°より，△FEB∽△CAB で，

相似比は FE：CA＝4：6＝2：3 だから，△FEB：△CAB＝$2^2:3^2$＝4：9…④

③，④より，△FEO：△FEB：△CAB＝1：4：9

したがって，△FEO の面積は△ABC の面積の$\frac{1}{9}$倍。

問３　(1) $BG=\sqrt{2}BC=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$(cm)で，$BI:IG=1:2$ だから，$BI=\frac{1}{3}BG=\frac{1}{3}\times3\sqrt{2}=\sqrt{2}$(cm)

△ABI は∠ABI＝90° の直角三角形だから，三平方の定理より，$AI^2=AB^2+BI^2=3^2+(\sqrt{2})^2=11$

$AI>0$ だから，$AI=\sqrt{11}$(cm)

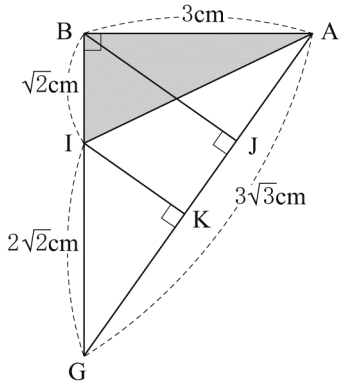
(2) △ABG を AG のまわりに１回転させてできる立体をⒶ，△AIG を AG のまわりに１回転させてできる立体をⒷとすると，求める立体の体積はⒶの体積からⒷの体積をひいた値になる。

右の図のように，

△ABG で，B，I から AG にそれぞれ垂線 BJ，IK をひくと，

立体Ⓐは，底面の半径が BJ で，AJ，GJ を高さとする２つの円錐を合わせた立体であり，

また，立体Ⓑは，底面の半径が IK で，AK，GK を高さとする２つの円錐を合わせた立体である。



また，線分 AG は立方体の対角線だから，$AG=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=3\sqrt{3}$(cm)

ここで，△ABG の面積について，$\frac{1}{2}\times AB\times BG=\frac{1}{2}\times AG\times BJ$

よって，$\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times BJ$　$BJ=\sqrt{6}$(cm)

立体Ⓐの体積は，$\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{6})^2\times AJ+\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{6})^2\times GJ=\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{6})^2\times(AJ+GJ)=\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{6})^2\times3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}\,\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

また，$BJ:IK=BG:IG=3:2$　$IK=\frac{2}{3}BJ=\frac{2\sqrt{6}}{3}$(cm)

立体Ⓑの体積は，$\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2\times AK+\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2\times GK=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2\times3\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}\,\pi}{3}(\mathrm{cm}^3)$

よって，求める立体の体積は，$6\sqrt{3}\,\pi-\frac{8\sqrt{3}\,\pi}{3}=\frac{10\sqrt{3}\,\pi}{3}(\mathrm{cm}^3)$