R２　愛知県(Ａ)　公立　数学　問題

数-20-公-愛知(Ａ)-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　$3-4\times(-2)$　を計算しなさい。

問２　$\frac{2}{3}(2x-3)-\frac{1}{5}(3x-10)$　を計算しなさい。

問３　$(\sqrt{10}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{3})$　を計算しなさい。

問４　方程式　$2x^2+5x+3=x^2+6x+6$　を解きなさい。

問５　$5x(x-2)-(2x+3)(2x-3)$　を因数分解しなさい。

問６　クラスで調理実習のために材料費を集めることになった。1 人 300 円ずつ集めると材料費が 2600 円不足し，1 人 400 円ずつ集めると 1200 円余る。

このクラスの人数は何人か，求めなさい。

問７　ボールが，ある斜面をころがりはじめてから x 秒後までにころがる距離を y m とすると，x と y の関係は $y=3x^2$ であった。

ボールがころがりはじめて 2 秒後から 4 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か，求めなさい。

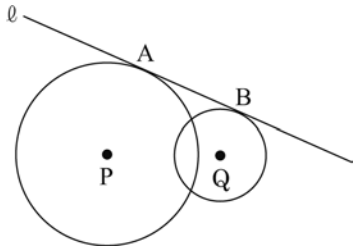
問８　A の箱には 1，2，3，4，5 の数が書かれたカードが 1 枚ずつはいっており，B の箱には 1，3，5，6 の数が書かれたカードが 1 枚ずつはいっている。

A，B の箱からそれぞれカードを 1 枚ずつ取り出したとき，書かれている数の積が奇数である確率を求めなさい。

問９　図で，円 P，Q は直線ℓにそれぞれ点 A，B で接している。

円 P，Q の半径がそれぞれ 4 cm，2 cm で，PQ＝5 cm のとき，線分 AB の長さは何 cm か，求めなさい。

ただし，答えは根号をつけたままでよい。

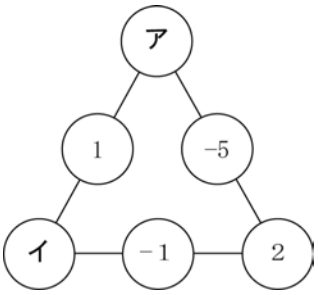


数-20-公-愛知(Ａ)-問-02

2　次の**問１**から**問４**に答えなさい。

問１　図の○の中には，三角形の各辺の 3 つの数の和がすべて等しくなるように，それぞれ数がはいっている。

ア，**イ**にあてはまる数を求めなさい。



問２　次の文章は，40 人で行ったクイズ大会について述べたものである。

文章中の [a] ，[b] ，[c] ，[d] にあてはまる数を書きなさい。

クイズ大会では，問題を 3 問出題し，第 1 問，第 2 問，第 3 問の配点は，それぞれ 1 点，2 点，2 点であり，正解できなければ 0 点である。表は，クイズ大会で獲得した点数を度数分布表に表したものである。度数分布表から，獲得した点数の平均値は [a] 点，中央値は [b] 点である。

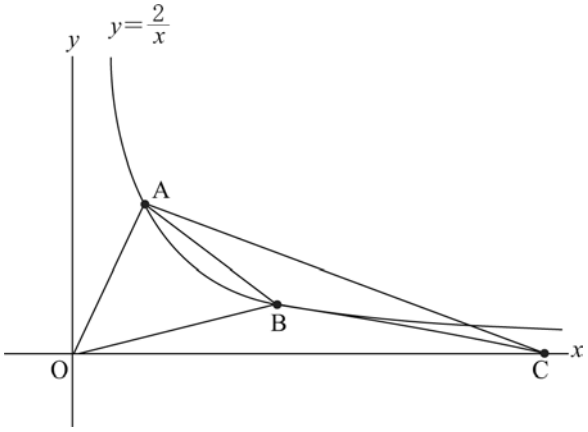
獲得した点数の度数分布表

点数(点)	5	4	3	2	1	0	計
度数(人)	9	9	10	6	5	1	40

また，各問題の配点をあわせて考えることで，第 1 問を正解した人数と正解した問題数の平均値がわかる。第 1 問を正解した人数は [c] 人であり，正解した問題数の平均値は [d] 問である。

問３　図で，O は原点，A，B は関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ 1，3 である。また，C は x 軸上の点で，x 座標は正である。

△AOB の面積と△ABC の面積が等しいとき，点 C の座標を求めなさい。



問４　A 地点から B 地点までの距離が 12 km の直線の道がある。A 地点と B 地点の間には，C 地点があり，A 地点から C 地点までの距離は 8 km である。

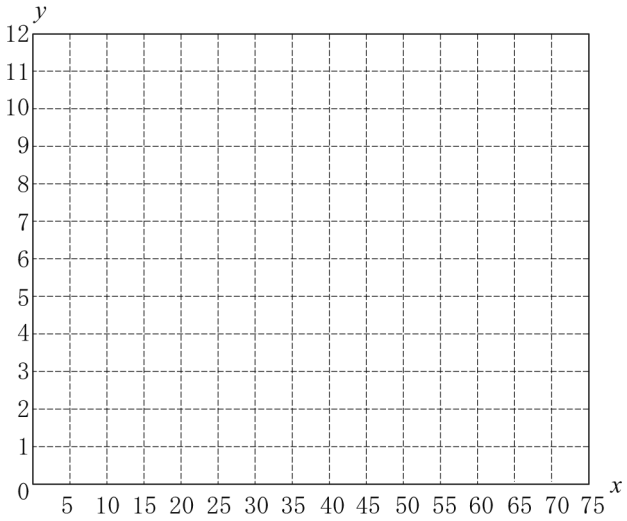
S さんは，自転車で A 地点を出発して C 地点に向かって毎時 12 km の速さで進み，C 地点で 5 分間の休憩をとったのち，C 地点を出発して B 地点に向かって毎時 12 km の速さで進み，B 地点に到着する。

1 台のバスが A 地点と B 地点の間を往復運行しており，バスは A 地点から B 地点までは毎時 48 km，B 地点から A 地点までは毎時 36 km の速さで進み，A 地点または B 地点に到着すると，5 分間停車したのち出発する。

S さんが A 地点を，バスが B 地点を同時に出発するとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) S さんが A 地点を出発してから x 分後の A 地点から S さんまでの距離を y km とする。S さんが A 地点を出発してから B 地点に到着するまでの x と y の関係を，グラフに表しなさい。

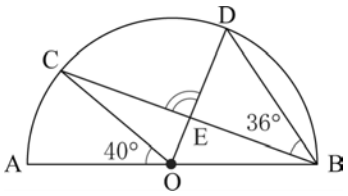
(2) S さんが A 地点を出発してから B 地点に到着するまでに，S さんとバスが最後にすれ違うのは，S さんが A 地点を出発してから何分後か，答えなさい。



3 次の**問1**から**問3**に答えなさい。
ただし，答えは根号をつけたままでよい。

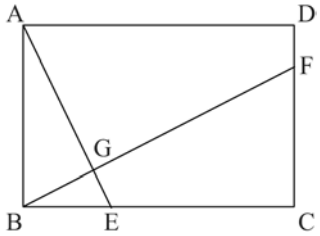
問1 図で，C，D は AB を直径とする半円 O の周上の点で，E は線分 CB と DO との交点である。

∠COA＝40°，∠DBE＝36°のとき，∠DEC の大きさは何度か，求めなさい。



問2 図で，四角形 ABCD は長方形である。E，F はそれぞれ辺 BC，DC 上の点で，EC＝2BE，FC＝3DF である。また，G は線分 AE と FB との交点である。

AB＝4 cm，AD＝6 cm のとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

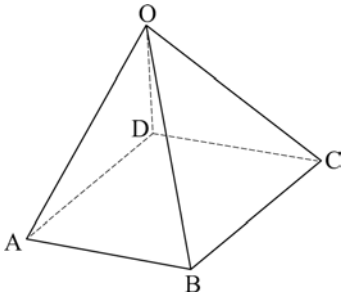


(1) 線分 AG の長さは線分 GE の長さの何倍か，求めなさい。

(2) 3 点 A，F，G が周上にある円の面積は，3 点 E，F，G が周上にある円の面積の何倍か，求めなさい。

問3 図で，立体 OABCD は，正方形 ABCD を底面とする正四角すいである。

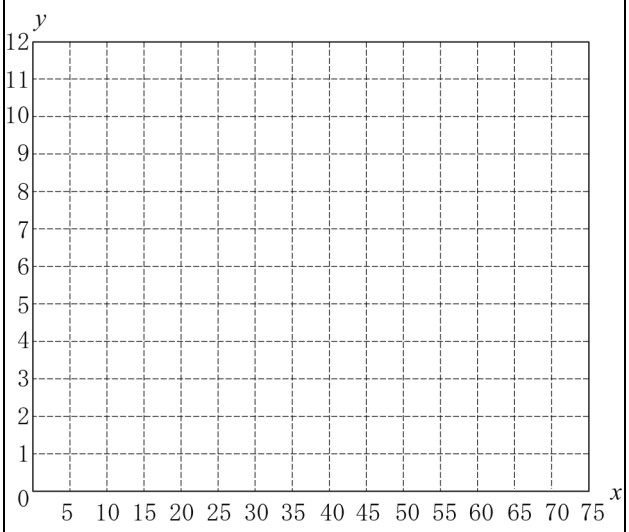
OA＝9 cm，AB＝6 cm のとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。



(1) 正四角すい OABCD の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

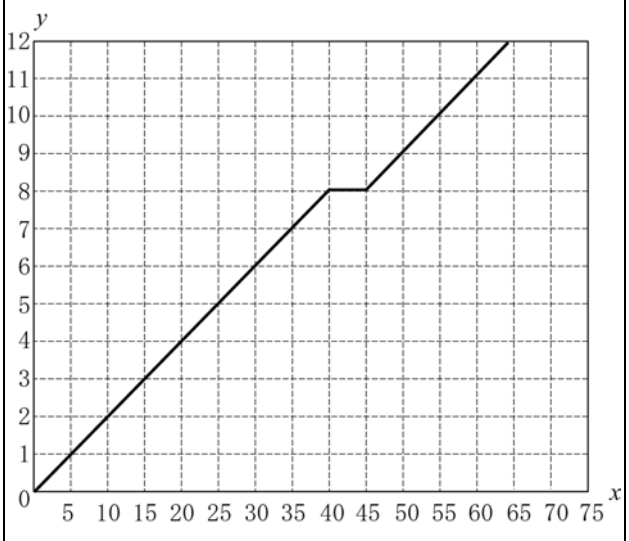
(2) 頂点 A と平面 OBC との距離は何 cm か，求めなさい。

R２　愛知県(Ａ)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-愛知(A)-KY-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6	人		
		問7	毎秒　　m		
		問8			
		問9	cm		
数-20-公-愛知(A)-KY-02	2	問1	ア(　　), イ(　　)		
		問2	a(　　), b(　　) c(　　), d(　　)		
		問3	(　　,　　)		
		問4 (1)			
		問4 (2)	分後		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-愛知(A)-KY-03	3	問1		度		
		問2	(1)	倍		
			(2)	倍		
		問3	(1)	cm^3		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-愛知(A)-K-01	1	問1	11	1	
		問2	$\frac{11}{15}x$	1	
		問3	$\sqrt{15}$	1	
		問4	$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$	1	
		問5	$(x-1)(x-9)$	1	
		問6	38　人	1	
		問7	毎秒　18　m	1	
		問8	$\frac{9}{20}$	1	
		問9	$\sqrt{21}$　cm	1	
数-20-公-愛知(A)-K-02	2	問1	**ア**(　0　), **イ**(　−4　)	1	
		問2	**a**(　3.2　), **b**(　3　) **c**(　24　), **d**(　1.9　)	2	
		問3	(8,　0)	2	
		問4 (1)		1	
		問4 (2)	50　分後	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-愛知(A)-K-03	3	問1	92　度		1	
		問2	(1)	4　倍	1	
			(2)	$\frac{37}{25}$　倍	1	
		問3	(1)	$36\sqrt{7}$　cm^3	1	
			(2)	$\frac{3\sqrt{14}}{2}$　cm	1	

数-20-公-愛知(A)-KS-01

1　【小問集合】

〈愛知県(A)〉

① **問１** 正負の数の計算，**問２** 文字式の計算，**問３** 根号を含む式の計算，**問４** 2 次方程式，**問５** 因数分解，**問６** 方程式の利用，**問７** 関数 $y=ax^2$ の利用，**問８** 確率，**問９** 平面図形・三平方の定理

② **問１～５**については基本的な計算問題を数多く解いておこう。**問６～９**については高難度ではないものの幅広い文章題を解いてパターンをつかんでおく必要がある。

問７　平均の速さ＝$\dfrac{\text{距離}}{\text{時間}}$　なので，

ボールがころがりはじめて 2 秒後から 4 秒後までにかかった時間は 4－2＝2 (秒)

また，2 秒後におけるボールのころがった距離は $y=3\times2^2=12$ (m)

4 秒後におけるボールのころがった距離は $y=3\times4^2=48$ (m)

よって，2 秒後から 4 秒後までにボールがころがった距離は 48－12＝36 (m)

したがって平均の速さは，$\dfrac{36}{2}=18$ (m/秒)

ポイント》「平均の速さ」は「変化の割合」で求められる！

関数 $y=ax^2$ において，x の値が $x=p$ から $x=q$ まで増加したときの変化の割合は $a(p+q)$なので，
今回の問題であれば，$3\times(2+4)=18$ (m/秒)というように簡単に解答を出せる。

問９　A と P，B と Q，P と Q をそれぞれ結ぶ。

また，線分 AP 上に AB//RQ となるような点 R をとる。

円 P，Q が直線ℓにそれぞれ点 A，B で接しているので，∠PAB＝∠QBA＝90 °

AB//RQ より同位角は等しいので，∠PRQ＝∠PAB＝90 °　⇒　∠ARQ＝180 °－90 °＝90 °

よって，∠BQR＝360 °－90 °×3＝90 °だから，4 つの内角がすべて直角なので，四角形 ARQB は長方形である。

よって，長方形の 2 組の対辺は等しいので，AB＝RQ …①，AR＝BQ＝2 (cm)

⇒　RP＝AP－AR＝4－2＝2 (cm)

直角三角形 PQR において三平方の定理より，$RQ^2=PQ^2-RP^2=5^2-2^2=21$

⇒　RQ＞0 より $RQ=\sqrt{21}$ (cm)

①より，$AB=RQ=\sqrt{21}$ (cm)

ポイント》図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「円が直線に接している」。円の接線に関する性質より，円の半径と接線が「垂直」に交わる。

新たなキーワード「垂直」から，「三平方の定理」が利用できるのでは，と見当をつけよう！

2 【小問集合】

① **問1** 規則性・連立方程式の利用，**問2** 資料の整理，**問3** 関数のグラフと図形，**問4** 関数の利用

② どの問題も高難度ではないものの，問われている内容や条件を注意深く確認し，適切に処理していく力が求められる。様々なパターンの問題を解いておこう。

問3 点A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上にあり，x 座標はそれぞれ1，3なので，

点Aの y 座標は $y=\frac{2}{1}=2$，点Bの y 座標は $y=\frac{2}{3}$

よって，直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと，

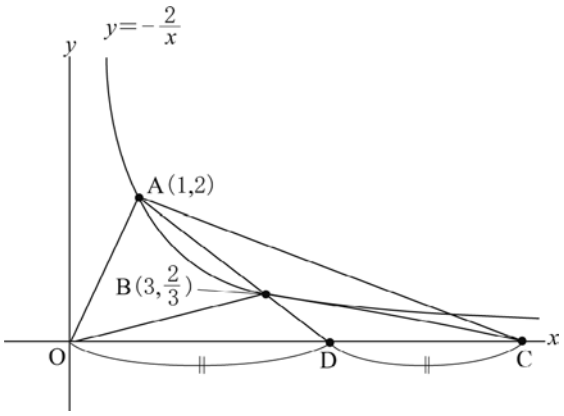
点Aを通ることから，$2=a+b$ … ①

また，点Bを通ることから，$\frac{2}{3}=3a+b$ … ②

①，②を連立方程式として解くと，

$(a,\ b)=\left(-\frac{2}{3},\ \frac{8}{3}\right)$

⇒ 直線ABの式は $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$



直線ABと x 軸との交点をDとすると，

点Dの y 座標は0なので，$0=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ ⇒ $x=4$ よって，点Dの座標は(4，0)である。

ここで，点Cを OD＝DC となる点であるとすると，△AOD＝△ADC，△BOD＝△BDC だから，△AOB＝△ABC となるため，題意を満たす。

よって，OD＝4なので，OC＝8 ゆえに，点Cの座標は(8，0)

ポイント》 2つの三角形の面積が等しいときのポイント

・直接三角形の面積を求めることが難しい場合は，次の3パターンのうちのどれかをねらおう！

① 高さが共通な三角形を見つけて，底辺が等しくなる条件を考える。

② 底辺が共通な三角形を見つけて，高さが等しくなる条件を考える。

③ 平行線を利用して同じ面積の三角形を見つけたり，つくったりする。

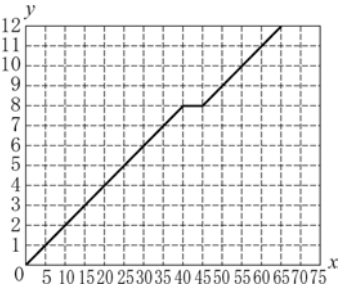
→今回は①のパターン。

問4

(1) Sさんが自転車で進む速さを分速になおすと，

$\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$(km/分)

よって，5分間に1km進む速さなので，与えられた方眼において x が右に1マス進むごとに y は上に1マス進むような直線のグラフになることがわかる。ここで，A地点から8km離れたC地点で5分間の休憩をとったことに注意してグラフをかくと右図のようになる。



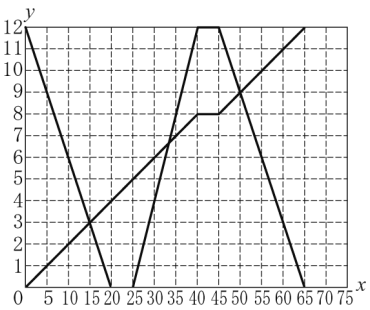
(2) バスがA地点からB地点まで進むときの速さを分速になおすと，$\frac{48}{60}=\frac{4}{5}$(km/分)

よって，5分間に4km進む速さなので，与えられた方眼において x が右に1マス進むごとに y は上に4マス進むような直線のグラフになることがわかる。

一方，B地点からA地点まで進むときの速さを分速になおすと，$\frac{36}{60}=\frac{3}{5}$(km/分)

よって，5分間に3km進む速さなので，復路であることに気を付けて考えると，与えられた方眼において x が右に1マス進むごとに y は下に3マス進むような直線のグラフになることがわかる。

ここで, S さんが A 地点を出発すると同時にバスは B 地点を出発することと, A 地点または B 地点に到着すると 5 分間停車することに注意してグラフをかくと右図のようになる。



よって，S さんとバスが最後にすれ違うのは，50 分後である。

ポイント》速さに関する問題では，単位をそろえることが重要！

・秒速 $\underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}}$ 分速 $\underset{\div 60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}}$ 時速　　・km $\underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}}$ m

数-20-公-愛知(A)-KS-03

3　【平面図形・空間図形】

問１　$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角と中心角の関係により，

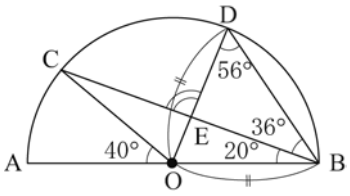
$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=20^\circ$

円の半径だから，OB＝OD より△OBD は二等辺三角形だから

底角は等しいので，$\angle ODB=\angle OBD=20^\circ+36^\circ=56^\circ$

△DEB において外角の性質より，

$\angle DEC=\angle ODB+\angle DBE=56^\circ+36^\circ=92^\circ$



ポイント》図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「AB を直径とする半円 O」。

・円の性質より，「円周角の定理」が利用できそう。

・半径はどこも同じ長さなので，「二等辺三角形」が図中にある場合が多い！

・直径が示されているので，「半円の弧に対する円周角は 90°」であることを使える可能性もある。

→図中に半円の弧に対する円周角が示されていないため，利用するには補助線が必要となるが，今回はそれを使わなくても「円周角の定理」と「二等辺三角形」で解くことができる。

問２

(1)　直線 BF と直線 AD の交点を H とする。

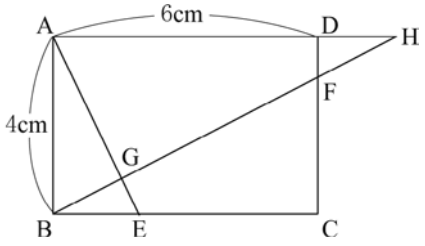
FC＝3DF すなわち DF：CF＝1：3，DH//BC より，

△FDH と△FCB において平行線と線分の比から，

DH：CB＝1：3　⇒　DH：6＝1：3　⇒　DH＝2(cm)

⇒　AH＝8(cm)

EC＝2BE すなわち $BE=\frac{1}{3}BC=2$(cm)

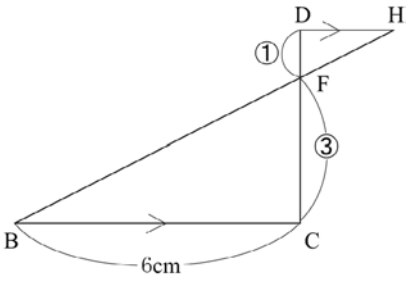


よって AH：BE＝4：1

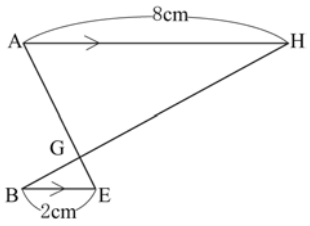
また，AH//BE より，△AGH と△EGB において

平行線と線分の比から，AG：EG＝4：1

よって，線分 AG の長さは線分 GE の長さの 4 倍である。



ポイント図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！



今回のキーワードは「長方形」「EC＝2BE，FC＝3DF」「何倍か」。

①「長方形」

・「2 組の対辺が等しい」

・「4 つの内角がすべて直角」→「三平方の定理」が使えるかもしれない。

・「2 組の対辺が平行」→「同位角，錯角」・「平行線と線分の比」が使えるかもしれない。

②「EC＝2BE，FC＝3DF」「何倍か」

・比についての情報なので，「平行線と線分の比」を利用する可能性が高くなる。

(2) 直角三角形 ABE において三平方の定理により，$AE^2=AB^2+BE^2=4^2+2^2=20$

⇒ AE＞0 より，$AE=2\sqrt{5}$ (cm) **(1)**より，AG：GE＝4：1 だから，$AG=\frac{4}{5}AE=\frac{8\sqrt{5}}{5}$(cm)

直角三角形 ABH において三平方の定理により，$BH^2=AB^2+AH^2=4^2+8^2=80$

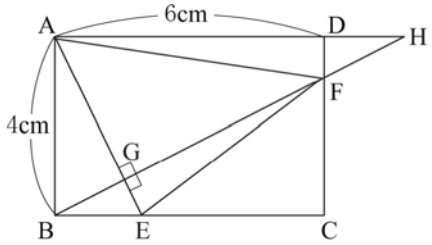
⇒ BH＞0 より，$BH=4\sqrt{5}$ (cm)

AH//BE より，△AGH と△EGB において平行線と線分の比から，

$HG：BG=AG：EG=4：1$ だから，$HG=\frac{4}{5}BH=\frac{16\sqrt{5}}{5}$(cm)

ここで，△AGH において，$AG^2+HG^2=\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2+\left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2=64=AH^2$ だから，

三平方の定理の逆により，△AGH は∠AGH＝90 °の直角三角形であることがわかる。



よって，3 点 A，F，G が周上にある円は，斜辺 AF が円の直径となる。

同様に，3 点 E，F，G が周上にある円は，斜辺 EF が円の直径となる。

ここで，FC＝3DF すなわち $DF=\frac{1}{4}DC=1$ (cm)なので，直角三角形 ADF において三平方の定理により，

$AF^2=AD^2+DF^2=6^2+1^2=37$ ⇒ AF＞0 より，$AF=\sqrt{37}$ (cm)

また，FC＝3DF＝3 (cm)，EC＝2BE＝4 (cm)なので，直角三角形 ECF において三平方の定理により，

$EF^2=EC^2+FC^2=4^2+3^2=25$ ⇒ EF＞0 より，EF＝5 (cm)

以上のことから 3 点 A，F，G が周上にある円と 3 点 E，F，G が周上にある円の半径の長さの比は，

$\frac{1}{2}AF：\frac{1}{2}EF=AF：EF=\sqrt{37}：5$ となる。

よって，2 つの円の面積比は，$AF^2：EF^2=37：25$ となるから，

3 点 A，F，G が周上にある円の面積は，3 点 E，F，G が周上にある円の面積の$\frac{37}{25}$倍である。

ポイント図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「3 点が周上にある円」「円の面積の比(何倍か)」。

① 「3 点が周上にある円」について中学数学範囲で扱うことを考えると，その 3 点を頂点とする三角形が「直角三角形」の場合だろうと予測できる。

→直角三角形であることを示すには，「三平方の定理の逆」を利用しよう！

② 「円の面積の比(何倍か)」はすべての円は相似であることを利用し，相似比から求めよう！

問３

(1) 一般に，正四角すいにおいて，正方形の面を底面としたときの高さは，頂点と底面である正方形の対角線の交点を結んだ線分となる。

よって，高さを OH としたとき，正方形の対角線の性質より $AH=\frac{1}{2}AC$ である。

また，直角二等辺三角形 ABC において，三角形の辺の比により，

$AB:AC=1:\sqrt{2}$ ⇒ $6:AC=1:\sqrt{2}$ ⇒ $AC=6\sqrt{2}$ (cm)

よって，$AH=\frac{1}{2}AC=3\sqrt{2}$ (cm)

また，直角三角形 OAH において三平方の定理により，

$OH^2=OA^2-AH^2=9^2-(3\sqrt{2})^2=63$ ⇒ OH＞0 より，$OH=3\sqrt{7}$ (cm)

よって，正四角すい OABCD の体積は，$(6\times6)\times3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{7}$ (cm^3)

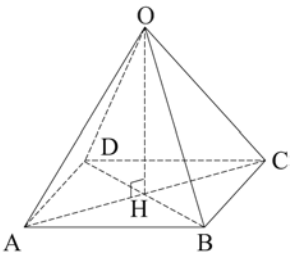
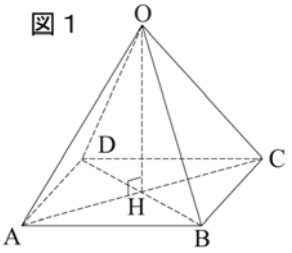


図１



ポイント》正四角すいと正三角すいの体積の求め方

① 正四角すいの体積 … ポイントは「高さ」

・高さの求め方

→**図１**のように，正方形の面を底面としたときの高さは，頂点と底面である正方形の対角線の交点を結んだ線分となる。

② 正三角すいの体積 … ポイントは「底面積」と「高さ」

・底面積の求め方

→底面は正三角形であり，**図２**のように，底辺 BC に対しての高さを AD とすると，△ABD は 3 つの内角が 30°，60°，90°の直角三角形になるから，辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$であることを利用して高さ AD を求めることができる。

・高さの求め方

→**図３**のように，正三角形の面を底面としたときの高さは，底面である正三角形において，3 つの頂点から向かい合う辺にそれぞれひいた垂線の交点を通る。

図２に正三角形 ABC の 3 つの頂点から向かい合う辺にそれぞれひいた垂線の交点 H をかき加えたものが**図４**である。△HBD は 3 つの内角が 30°，60°，90°の直角三角形になるから，辺の比が 1：2：$\sqrt{3}$であることを利用して BH の長さを求めることができる。

図３において，直角三角形 OBH で三平方の定理を用いると，正三角すいの高さ OH を求めることができる。

図２

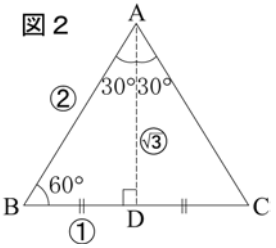


図３

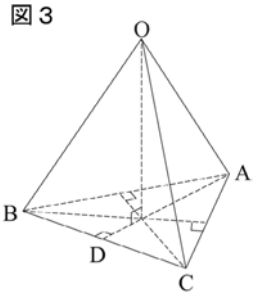
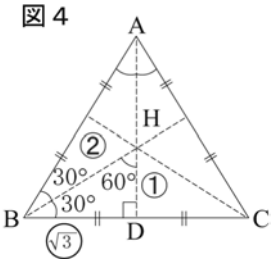
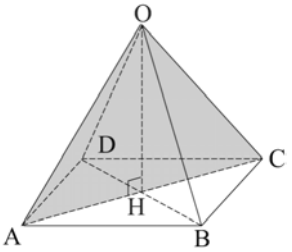


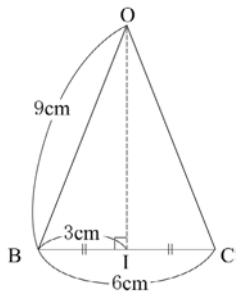
図４



(2) 「頂点 A と平面 OBC との距離」は，「平面 OBC を底面としたときの三角すい AOBC の高さ」のことである。三角すい AOBC は正四角すい OABCD を平面 OAC で切ったときにできる立体の 1 つであり，正四角すい OABCD は平面 OAC に対して対称な立体なので，三角すい AOBC の体積は正四角すい OABCD の体積の半分，つまり**(1)**より，$36\sqrt{7}\times\frac{1}{2}=18\sqrt{7}$ (cm^3)となる。これを利用して，頂点 A と平面 OBC との距離を求める。



△OBC において，頂点 O から底辺 BC に垂線をおろし，その交点を I とする。



△OBI において，二等辺三角形の性質により，$BI=\frac{1}{2}BC=3$ (cm),

∠OIB＝90 °だから，

三平方の定理により，$OI^2=OB^2-BI^2=9^2-3^2=72$

⇒　OI＞0 より，$OI=6\sqrt{2}$ (cm)

よって，$\triangle OBC=6\times 6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=18\sqrt{2}$ (cm²)

ここで，三角すい AOBC において平面 OBC を底面としたときの高さを h cm とすると，

(三角すい AOBC の体積)＝$\triangle OBC\times h\times\frac{1}{3}$ が成り立つので，

$18\sqrt{7}=18\sqrt{2}\times h\times\frac{1}{3}$　⇒　$h=\frac{3\sqrt{14}}{2}$ (cm)

ポイント》空間図形において点と平面の距離が問われた場合，体積からの逆算をねらう！