R２　愛知県(Ｂ)　公立　数学　問題

数-20-公-愛知(Ｂ)-問-01

1　次の**問１**から**問９**に答えなさい。

問１　$4-6\div(-2)$　を計算しなさい。

問２　$(2x+1)(3x-1)-(2x-1)(3x+1)$　を計算しなさい。

問３　$(\sqrt{5}-1)^2+\sqrt{20}$　を計算しなさい。

問４　方程式　$(x+1)(x-1)=3(x+1)$　を解きなさい。

問５　500 円出して，a 円の鉛筆 5 本と b 円の消しゴム 1 個を買うと，おつりがあった。
この数量の関係を不等式で表しなさい。

問６　2 種類の体験学習 A，B があり，生徒は必ず A，B のいずれか一方に参加する。
A，B それぞれを希望する生徒の人数の比は 1：2 であった。その後，14 人の生徒が B から A へ希望を変更したため，A，B それぞれを希望する生徒の人数の比は 5：7 となった。
体験学習に参加する生徒の人数は何人か，求めなさい。

問７　関数 $y=x^2$ について正しく述べたものを，次の**ア**から**エ**までの中からすべて選んで，そのかな符号を書きなさい。

ア　x の値が増加すると，y の値も増加する。

イ　グラフが y 軸を対称の軸として線対称である。

ウ　x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域は $1\leqq y\leqq 4$ である。

エ　x がどんな値をとっても，$y\geqq 0$ である。

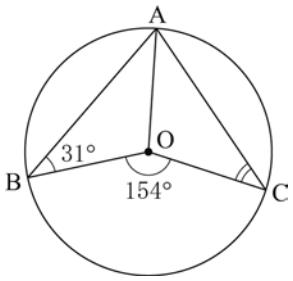
問８　男子生徒 6 人のハンドボール投げの記録は，右のようであった。
6 人のハンドボール投げの記録の中央値は何 m か，求めなさい。

(単位：m)

23，26，25，26，20，18

問９　図で，A，B，C は円 O の周上の点である。

∠ABO＝31°，∠BOC＝154°のとき，∠ACO の大きさは何度か，求めなさい。



数-20-公-愛知(Ｂ)-問-02

2　次の**問１**から**問４**に答えなさい。

問１　図のように，1 から 6 までの数が書かれたカードが 1 枚ずつある。

1 つのさいころを 2 回続けて投げる。1 回目は，出た目の数の約数が書かれたカードをすべて取り除く。2 回目は，出た目の数の約数が書かれたカードが残っていれば，そのカードをさらに取り除く。

このとき，カードが 1 枚だけ残る確率を求めなさい。

1	2	3
4	5	6

問２　次の文章は，自然数の計算について述べたものである。

文章中の［ a ］，［ b ］にあてはまる数を書きなさい。

与えられた自然数を次の規則にしたがって計算する。

奇数ならば，3 倍して 1 を加え，偶数ならば，2 で割る。
結果が 1 となれば，計算を終わり，結果が 1 とならなければ，上の計算を続ける。

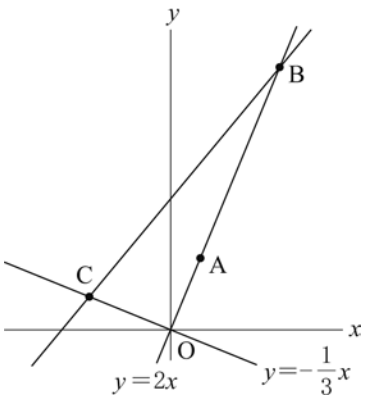
例えば，与えられた自然数が 3 のときは，下のように 7 回の計算で 1 となる。

①　②　③　④　⑤　⑥　⑦
3 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

このとき，7 回の計算で 1 となる自然数は，3 を含めて 4 個あり，小さい順に並べると，3，［ a ］，［ b ］，128 である。

問３　図で，O は原点，A，B はともに直線 $y=2x$ 上の点，C は直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点 A，B，C の x 座標はそれぞれ 1，4，-3 である。

このとき，点 A を通り，△OBC の面積を二等分する直線と直線 BC との交点の座標を求めなさい。



問４　円柱の容器 A，B，C があり，3 つの容器の底面積は等しく，高さは 80 cm である。また，ポンプ P，Q があり，それぞれ容器 A から C へ，容器 B から C へ水を移すためのものである。ポンプ P によって容器 A にはいっている水の高さは 1 分間あたり 2 cm ずつ，ポンプ Q によって容器 B にはいっている水の高さは 1 分間あたり 1 cm ずつ低くなり，ポンプ P，Q は，それぞれ容器 A，B にはいっている水がなくなったら止まる。

容器 A，B に水を入れ，容器 C は空の状態で，ポンプ P，Q を同時に動かしはじめる。

このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

なお，容器 A，B に入れる水の量は，**(1)**，**(2)**の問いでそれぞれ異なる。

(1) ポンプ P，Q を動かす前の容器 A の水の高さが 40 cm であり，ポンプ P，Q の両方が止まった後の容器 C の水の高さが 75 cm であったとき，先に止まったポンプの何分後にもう一方のポンプは止まったか，答えなさい。

(2) ポンプ P，Q を同時に動かしはじめてから x 分後の容器 C の水の高さを y cm とする。ポンプ P，Q を動かしはじめてから，25 分後，50 分後の容器 C の水の高さがそれぞれ 45 cm，65 cm であったとき，$0 \leqq x \leqq 50$ における x と y の関係を，グラフに表しなさい。

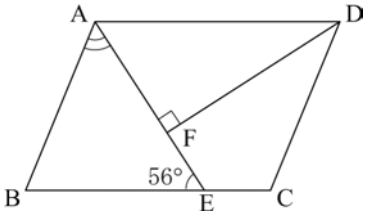
数-20-公-愛知(B)-問-03

3　次の**問１**から**問３**に答えなさい。

ただし，円周率は π とする。また，答えは根号をつけたままでよい。

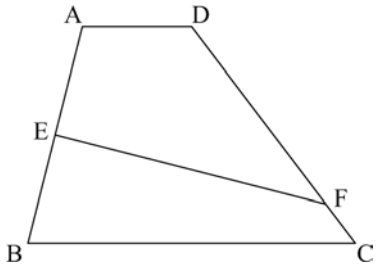
問１　図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。E は辺 BC 上の点，F は線分 AE と∠ADC の二等分線との交点で，AE⊥DF である。

∠FEB＝56°のとき，∠BAF の大きさは何度か，求めなさい。



問２　図で，四角形 ABCD は，AD // BC の台形である。E は辺 AB の中点，F は辺 DC 上の点で，四角形 AEFD と四角形 EBCF の周の長さが等しい。

AD＝2 cm，BC＝6 cm，DC＝5 cm，台形 ABCD の高さが 4 cm のとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

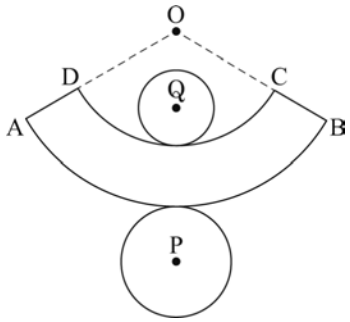


(1) 線分 DF の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) 四角形 EBCF の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

問３　図は，ある立体の展開図である。弧 AB，DC はともに点 O を中心とする円周の一部で，直線 DA，CB は点 O を通っている。また，円 P，Q はそれぞれ弧 AB，DC に接している。

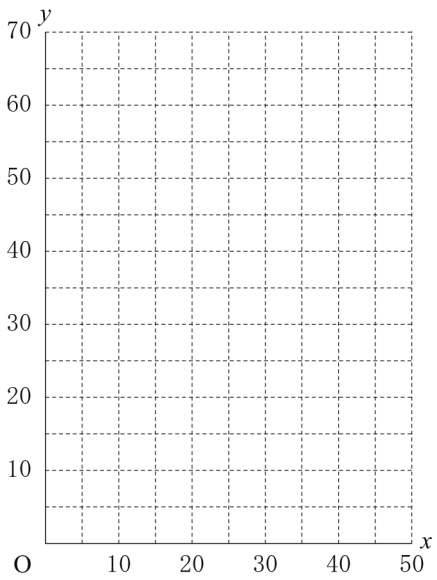
DA＝CB＝3 cm，弧 AB，DC の長さがそれぞれ 6π cm，4π cm のとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。



(1) 円 P の面積と円 Q の面積の和は何 cm^2 か，求めなさい。

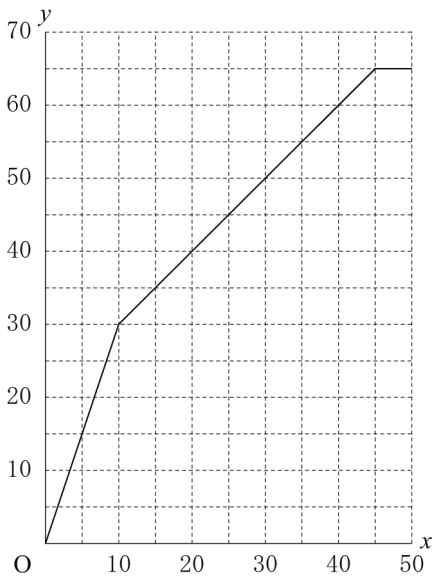
(2) 展開図を組み立ててできる立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

R２　愛知県(Ｂ)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-愛知(B)-KY-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6	人		
		問7			
		問8	m		
		問9	度		
数-20-公-愛知(B)-KY-02	2	問1			
		問2	a(　　), b(　　)		
		問3	(　　,　　)		
		問4 (1)	分後		
		問4 (2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-愛知(B)-KY-03	3	問1		度		
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm^2		
		問3	(1)	cm^2		
			(2)	cm^3		

R２　愛知県(Ｂ)　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-愛知(B)-K-01	1	問1	7	1	
		問2	$2x$	1	
		問3	6	1	
		問4	$x=-1,\ 4$	1	
		問5	$5a+b<500$	1	
		問6	168　人	1	
		問7	**イ，エ**	1	
		問8	24　m	1	
		問9	46　度	1	
数-20-公-愛知(B)-K-02	2	問1	$\frac{1}{9}$	2	
		問2	**a**(　20　)，**b**(　21　)	2	
		問3	$\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$	2	
		問4 (1)	15　分後	1	
		問4 (2)		1	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-愛知(B)-K-03	3	問1	56　度		1	
		問2	(1)	$\frac{9}{2}$ cm	1	
			(2)	$\frac{34}{5}$ cm^2	1	
		問3	(1)	13π cm^2	1	
			(2)	$\frac{38\sqrt{2}}{3}\pi$ cm^3	1	

R２　愛知県(Ｂ)　公立　数学　解説

数-20-公-愛知(B)-KS-01

1　【小問集合】

〈愛知県(B)〉

① **問１** 正負の数の計算，**問２** 多項式の計算，**問３** 根号を含む式の計算，**問４** 2 次方程式，**問５** 数量の関係を表す不等式，**問６** 方程式の利用，**問７** 関数 $y=ax^2$ の性質，**問８** 資料の整理（中央値），**問９** 円周角の定理

② **問１～４**については基本的な計算問題を数多く解いておこう。**問５～９**については高難度ではないものの，幅広い分野の問題を解いてパターンをつかんでおく必要がある。

問６　はじめに A を希望した生徒の人数を x 人，B を希望した生徒の人数を y 人とする。

条件文「A，B それぞれを希望する生徒の人数の比は 1：2 であった」より，

$x:y=1:2 \quad y=2x$ … ①

条件文「その後，14 人の生徒が B から A へ希望を変更したため，A，B それぞれを希望する生徒の人数の比は 5：7 となった」より，

$(x+14):(y-14)=5:7 \quad 7x-5y=-168$ … ②

①，②を連立方程式として解くと，$(x,\ y)=(56,\ 112)$

よって，体験学習に参加する生徒の人数は，$56+112=168$(人)

ポイント》「体験学習に参加する生徒の人数」を求めるため，本来であればこれを x 人とおきたいところだが，条件文「A，B それぞれを希望する生徒の人数の比は 1：2 であった」から，この時点で A を希望する生徒の人数を x 人，B を希望する生徒の人数を y 人とおく方がよいことがわかる。

問９　円 O の半径なので，OA＝OB＝OC だから，△OAB と△OAC はともに二等辺三角形である。

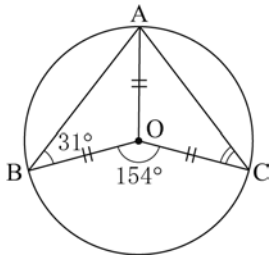
よって，二等辺三角形 OAB において底角は等しいから

$\angle OAB=\angle OBA=31^\circ$

また，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角と中心角の関係より，$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=77^\circ$

よって，$\angle OAC=\angle BAC-\angle OAB=77^\circ-31^\circ=46^\circ$

二等辺三角形 OAC において底角は等しいから　$\angle ACO=\angle OAC=46^\circ$



ポイント》図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「円」。

・円の性質より，「円周角の定理」が利用できそう。

・半径はどこも同じ長さなので，「二等辺三角形」が図中にある場合が多い！

数-20-公-愛知(B)-KS-02

2　【小問集合】

① **問１** 確率，**問２** 規則性，**問３** 関数のグラフと図形，**問４** 関数の利用

② **問１・問３**については標準的な難度だが，**問２・問４**については文章内容を正確に読み取ることはもちろん，自ら解答の鍵(かぎ)を見つけなければならない。日ごろから「仮説」と「検証」から「法則性」を見つけ出す練習を行っておこう。

問２　文章中に具体例として示されている「与えられた自然数が 3 のとき」や，解答の 1 つとしてすでに示されている「与えられた自然数が 128 のとき」を利用して考えよう。

「与えられた自然数が 128 のとき」を考えてみると，

①　②　③　④　⑤　⑥　⑦

128→64→32→16→8→4→2→1

となり，「与えられた自然数が 3 のとき」と比較すると，3 回目の計算で同じ数字「16」となっていることがわかる。

つまり，「与えられた自然数が 3 のとき」と同じ回数の計算で同じ数字になるような数を探せばよい。

たとえば，1 回目の計算で「10」になる自然数は「3」のほかに「20」があるので，それが 1 つ目の答えとなる。

さて，「与えられた自然数が 3 のとき」に計算経過に現れる数字の中で，このときとは異なる規則でつくることができない数字を見つけよう。

「5」，「8」，「4」，「2」はそれぞれ，例と同じ「10→5」，「16→8」，「8→4」，「4→2」でしかつくれないので，のこる「10」と「16」に着目しよう。

「10」については，先ほど見つけた「20→10」以外にはない。

「16」については「5→16」のほかに「32→16」がある。また，「32」は「64→32」でしかつくれない。そして，「64」のつくり方は「128→64」のほかに「21→64」が存在することがわかる。よって，これが 2 つ目の答え。

小さい順で並べるので，［ a ］が 20，［ b ］が 21 である。

ポイント》すでに示されている例を参考にし，規則性を見つけよう！

問 4　まずは前提条件の要点をまとめておこう。

A，B，C の 3 つの円柱の容器は底面積が等しいので，ポンプ P によって容器 A に入っている水の高さが 1 分間あたり 2cm ずつ低くなるということは，容器 C の水の高さは 1 分間あたり 2cm ずつ高くなることになる。ポンプ Q についても同様で，それによって容器 B の水の高さは 1 分間あたり 1cm ずつ低く，容器 C の水の高さは 1 分間あたり 1cm ずつ高くなる。よって，ポンプ P，Q が同時に動いているときは，容器 C の水の高さは 1 分間あたり 3cm ずつ高くなる。

また，容器 A，B が空になるとポンプ P，Q が止まることから，容器 C の水の高さの上がり方には次の 4 パターンあることがわかる。

① 両方のポンプが動いているとき　→　1 分間あたり 3cm ずつ

② 先に容器 A が空になり，ポンプ P が止まったとき　→　ポンプ Q が動いているため，1 分間あたり 1cm ずつ

③ 先に容器 B が空になり，ポンプ Q が止まったとき　→　ポンプ P が動いているため，1 分間あたり 2cm ずつ

④ どちらの容器も空になり，両方のポンプが止まったとき　→　それ以降水の高さは上がらない

さらに，水の高さの上がり方の変化は，①→②→④，①→③→④，①→④の 3 パターンとなる。

(1)　容器 A の水の高さが 40cm であり，両方のポンプが止まった後の容器 C の水の高さが 75cm ということから，容器 B の水の高さは 35cm だったということがわかる。

容器 A の水がすべてなくなるには，40÷2＝20 (分) かかり，容器 B の水がすべてなくなるには，35÷1＝35 (分) かかるため，35－20＝15 (分) より，先に止まったポンプ P の 15 分後にもう一方のポンプ Q が止まったことがわかる。

(2)　「ポンプ P，Q を同時に動かしはじめてから，25 分後，50 分後の容器 C の水の高さがそれぞれ 45cm，65cm であった」という条件をもとに，ポンプ P，Q がどのように動いていたかを考えてみよう。

もし 25 分後までポンプ P，Q が動き続けていたならば，①より容器 C の水の高さは 25×3＝75 (cm) となっているはずである。よってこれは条件に反するため，どちらかのポンプが 25 分後までの時点で止まっていたことがわかる。

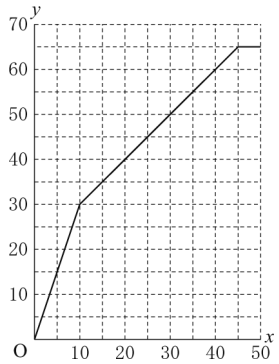
次に，25 分後から 50 分後までの水の高さの変化に着目する。その 25 分間に容器 C の水の高さは 65－45＝20 (cm) だけ高くなっている。ポンプ P，Q は 25 分間にそれぞれ 50cm，25cm だけ水の高さを上げるため，どちらも事実に反する。よって，25 分後から 50 分後までの間にもう一方のポンプが止まっていたことがわかる。

以上のことから，ポンプの動き方は，(i) 25 分後までの間にポンプ P が止まり，25 分後から 50 分後までの間にポンプ Q が止まった場合と，(ii) 25 分後までの間にポンプ Q が止まり，25 分後から 50 分後までの間にポンプ P が止まった場合の 2 パターンとなる。

(i)のとき

すでにポンプ P が止まった状態で 25 分後から 50 分後までの間にポンプ Q が止まり，その間に容器 C の水の高さは 20cm 上がっているので，ポンプ Q は 25 分後から 45 分後までの 20 分間動いていたことになる。

このとき，水を入れ始めてから 25 分後までの間にポンプ Q は 25cm だけ容器 C の水の高さを上げているため，その間にポンプ P は 45－25＝20 (cm)だけ容器 C の水の高さを上げていることがわかる。つまり，ポンプ P は 20÷2＝10 (分後) まで動いていたはずである。
よって，容器 C の水の高さの変わり方は，水を入れ始めてから 10 分後までは①，10 分後から 45 分後までは②，45 分後から 50 分後までは④であり，これは条件を満たす。
(ii) のとき
すでにポンプ Q が止まった状態で 25 分後から 50 分後までの間にポンプ P が止まり，その間に容器 C の水の高さは 20cm 上がっているので，ポンプ P は 25 分後から 35 分後までの 10 分間動いていたことになる。このとき，水を入れ始めてから 25 分後までの間にポンプ P は 50cm だけ容器 C の水の高さを上げているはずだが，これは 25 分後の容器 C の水の高さが 45cm であったことに反する。よってこれは不適。
よって (i) より，右図のようなグラフがかける。



ポイント〉「もし○○だったら…」という仮説を立てて，事実と合うかどうかを検証していこう！

数-20-公-愛知(B)-KS-03

3 【平面図形・空間図形】

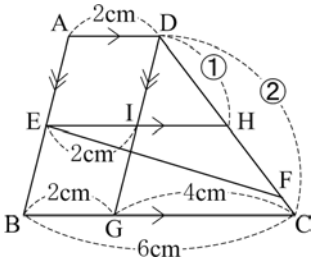
問２

(1) 四角形 AEFD と四角形 EBCF において，仮定より AE＝BE，共通な辺より EF＝EF だから，2 つの四角形の周の長さが等しいことより，

AD＋DF＝BC＋FC　2＋DF＝6＋(5－DF)　⇒　$DF=\frac{9}{2}$(cm)

(2) **図１**のように，辺 BC 上に AB//DG となる点 G，辺 DC 上に AD//EH//BC となる点 H をとり，さらに線分 EH と線分 DG の交点を I とする。
四角形 AEID，ABGD は 2 組の対辺がそれぞれ平行なので，どちらも平行四辺形となる。よって，平行四辺形の対辺は等しいので，
AD＝EI＝BG＝2 (cm)　さらに GC＝6－2＝4 (cm)
また，AD//EH//BC より平行線と線分の比から，
DH：DC＝AE：AB＝1：2 だから，

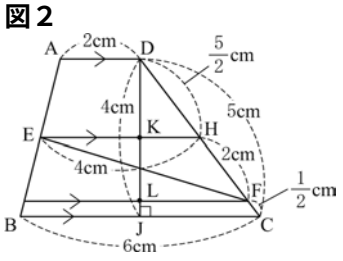
図１



DH：5＝1：2　$DH=\frac{5}{2}$(cm)

さらに△DGC において IH//GC より平行線と線分の比から，IH：GC＝DH：DC＝1：2 だから，
IH：4＝1：2　IH＝2 (cm)　EH＝4 (cm)
次に，**図２**のように辺 BC 上に BC⊥DJ となる点 J をとり，線分 DJ と線分 EH の交点を K とする。さらに線分 DJ 上に LF//JC となる点 L をとる。
線分 DJ は台形 ABCD の高さだから DJ＝4 (cm)
また，$DH=\frac{5}{2}$(cm)，$DF=\frac{9}{2}$(cm) より，HF＝2 (cm)，$FC=\frac{1}{2}$(cm)
さらに，KH//LF//JC より平行線と線分の比から，

図２



DJ：KL＝DC：HF　4：KL＝5：2　$KL=\frac{8}{5}$(cm)

DJ：KJ＝DC：HC　4：KJ＝5：$\frac{5}{2}$　KJ＝2 (cm)

ここで，△FEH の底辺を EH としたときの高さは，線分 KL の長さと等しいから，
$\triangle FEH=4\times\frac{8}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{5}$(cm²)
同様に，台形 EBCH の高さは，線分 KJ の長さと等しいから，

(台形 EBCH)$=(4+6)\times 2\times\frac{1}{2}=10\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，(四角形 EBCF)=(台形 EBCH)$-\triangle$FEH$=10-\frac{16}{5}=\frac{34}{5}(\mathrm{cm}^2)$

ポイント》図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「AD//BC の台形」「四角形 EBCF の面積」。

① 「AD//BC の台形」

・「平行」から「同位角・錯角」，「平行線と線分の比」を使う可能性を考えておこう。

② 「四角形 EBCF の面積」

・直接求めることができないので，面積を求めやすい 2 つの部分に分けてその和を考えるか，求めやすい部分からその一部を取り除くやり方で考えるか，のどちらかで面積を求めよう。

・今回は台形から三角形を取り除くやり方を考えると，「平行線と線分の比」が活用できることがわかってくる。

問３

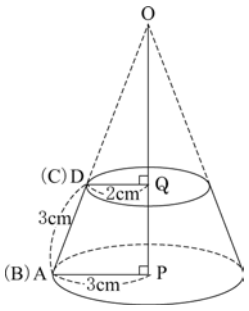
(1) 与えられた図が立体の展開図であるということから，(円 P の周の長さ)=($\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さ)$=6\pi$(cm)

よって，円 P の半径は 3cm であるから，円 P の面積は，$\pi\times 3^2=9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

同様にして，(円 Q の周の長さ)=($\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$の長さ)$=4\pi$(cm)なので，円 Q の半径は 2cm であるから，円 Q の面積は，$\pi\times 2^2=4\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，円 P の面積と円 Q の面積の和は，$9\pi+4\pi=13\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

(2) 立体は見取図で示されたような図形になる。このような立体を円錐台という。よって求める体積は，底面を円 P，頂点を O とする円錐 S の体積から，底面を円 Q，頂点を O とする円錐 T の体積をひいたものであることがわかる。



ここで見取図において，$\angle$OQD$=\angle$OPA$=90^\circ$ より DQ//AP だから，

$\triangle$OAP において平行線と線分の比より，

OD：OA＝DQ：AP　⇒　OD：(OD＋3)＝2：3　⇒　OD＝6 (cm)

$\triangle$ODQ において三平方の定理により，$\mathrm{OQ}^2=\mathrm{OD}^2-\mathrm{DQ}^2=6^2-2^2=32$

⇒　OQ＞0 より $\mathrm{OQ}=4\sqrt{2}$ (cm)

よって，円錐 T の体積は，$4\pi\times 4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

また，円錐 S と円錐 T は相似な立体であり，その相似比は AP：DQ＝3：2

よって，その体積比は $3^3:2^3=27:8$ だから，円錐 S の体積は円錐 T の体積の$\frac{27}{8}$倍である。

したがって，円錐 S の体積は，$\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi\times\frac{27}{8}=18\sqrt{2}\,\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

よって，求める円錐台の体積は，$18\sqrt{2}\,\pi-\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi=\frac{38\sqrt{2}}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

ポイント》円錐台の体積の求め方

・円錐台は，円錐を底面に平行な平面で切り，小さい円錐の部分を除いた立体である。

→よって，(円錐台の体積)=(大きい円錐の体積)−(小さい円錐の体積)で求められる。

・大きい円錐と小さい円錐は相似な立体となることを活用しよう。