Ｒ４　愛知県（Ｂ）　公立　数学　問題

数-22-公-愛知(B)-問-01

1　次の**問１**から**問 10** に答えなさい。

問１　$6\div(-2)-(-7)$　を計算しなさい。

問２　$2(6x-8y)+3(5y-4x)$　を計算しなさい。

問３　$(x+5)(x-2)-3(x-3)$　を因数分解しなさい。

問４　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$　を計算しなさい。

問５　方程式　$(2x+1)^2-3x(x+3)=0$　を解きなさい。

問６　消しゴムが y 個あり，生徒 x 人に 3 個ずつ配ったら余った。
この数量の関係を不等式に表しなさい。

問７　箱の中に 1 から 9 までの数字が書かれた玉が 1 個ずつ入っている。中を見ないで，この箱の中から玉を 1 個取り出すとき，6 の約数が書かれた玉が出る確率を求めなさい。

問８　横の長さが 8 cm，たての長さが 6 cm の長方形のカードがある。
このカードと同じカードを同じ向きにすき間のないように並べて，なるべく小さな正方形をつくるとき，カードは何枚必要か，求めなさい。

問９　A は 2 点 $(-3,\ -8)$，$(1,\ 4)$ を通る直線上の点で，x 座標が 3 である。
このとき，点 A の y 座標を求めなさい。

問 10　次の**ア**から**エ**までの立体のうち，体積が最も大きいものはどれか，そのかな符号を答えなさい。

ア　1 辺が 1 cm の立方体

イ　底面の正方形の 1 辺が 2 cm，高さが 1 cm の正四角すい

ウ　底面の円の直径が 2 cm，高さが 1 cm の円すい

エ　底面の円の直径が 1 cm，高さが 1 cm の円柱

数-22-公-愛知(B)-問-02

2　次の**問 1** から**問 3** に答えなさい。

問 1　表は，ある工場で使われている，ねじを作る機械 A，B，C の性能を確かめるために，それぞれの機械によって 1 時間で作られたねじの一本あたりの重さを度数分布表にまとめたものである。なお，この工場では，4.8 g 以上 5.2 g 未満のねじを合格品としている。

重さ(g)	度数(個)		
	A	B	C
以上　未満			
4.4 ～ 4.8	4	3	5
4.8 ～ 5.2	114	144	188
5.2 ～ 5.6	2	3	7
計	120	150	200

表からわかることについて正しく述べたものを，次の**ア**から**ケ**までの中から全て選んで，そのかな符号を書きなさい。

ア　1 時間あたりで，合格品を最も多く作ることができる機械は，A である。

イ　1 時間あたりで，合格品を最も多く作ることができる機械は，B である。

ウ　1 時間あたりで，合格品を最も多く作ることができる機械は，C である。

エ　1 時間あたりで，合格品を作る割合が最も高い機械は，A である。

オ　1 時間あたりで，合格品を作る割合が最も高い機械は，B である。

カ　1 時間あたりで，合格品を作る割合が最も高い機械は，C である。

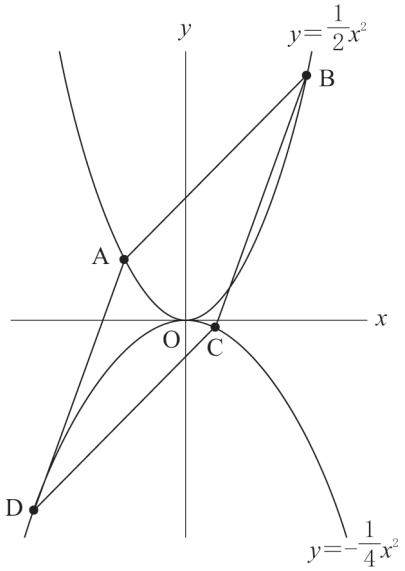
キ　1 時間あたりで，作ったねじの重さの平均値が 5.0 g より小さくなる機械は，A である。

ク　1 時間あたりで，作ったねじの重さの平均値が 5.0 g より小さくなる機械は，B である。

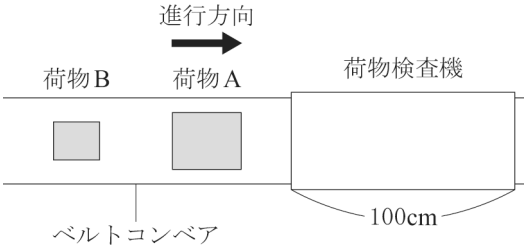
ケ　1 時間あたりで，作ったねじの重さの平均値が 5.0 g より小さくなる機械は，C である。

問２　図で，O は原点，A，B は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ-2，4 である。また，C，D は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，点 C の x 座標は点 D の x 座標より大きい。

四角形 ADCB が平行四辺形のとき，点 D の x 座標を求めなさい。



問３　図は，荷物 A，B が矢印の方向にベルトコンベア上を，毎秒 20 cm の速さで荷物検査機に向かって進んでいるところを，真上から見たものである。荷物検査機と荷物 A，B を真上から見た形は長方形で，荷物検査機の長さは 100 cm である。



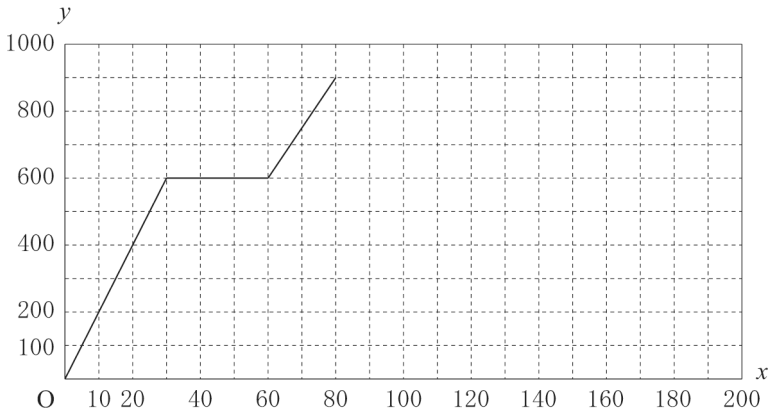
荷物 A が荷物検査機に入り始めてから x cm 進んだときの，真上から見て荷物検査機に入って見えない荷物 A，B の面積の合計を y cm^2 とする。下の図は，荷物 A が荷物検査機に入り始めてから，荷物 B が完全に荷物検査機に入るまでの x と y の関係をグラフに表したものである。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 荷物 B が荷物検査機に完全に入ってから，荷物 B が完全に荷物検査機を出るまでの x と y の関係を表すグラフを，解答用紙の図に書き入れなさい。

(2) 荷物検査機は，荷物が完全に荷物検査機に入っているときに，荷物の中身を検査できる。

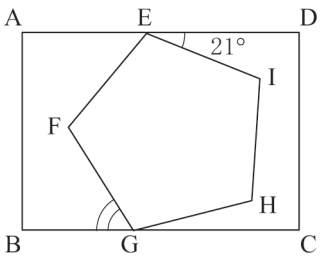
荷物 B の中身を検査できる時間は何秒間か，求めなさい。



3 次の**問１**から**問３**に答えなさい。
ただし，答えは根号をつけたままでよい。

問１　図で，四角形 ABCD は長方形，五角形 EFGHI は正五角形であり，点 E，G はそれぞれ辺 AD，BC 上にある。

∠DEI＝21°のとき，∠FGB の大きさは何度か，求めなさい。

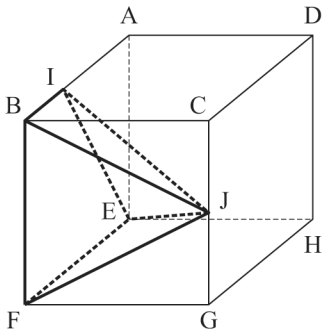


問２　図で，立体 ABCDEFGH は立方体，I は辺 AB 上の点で，AI：IB＝2：1 であり，J は辺 CG の中点である。

AB＝6 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 線分 IJ の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) 立体 JIBFE の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

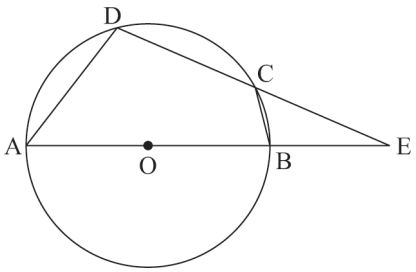


問３　図で，C，D は線分 AB を直径とする円 O の周上の点であり，E は直線 AB と DC との交点で，DC＝CE，AO＝BE である。

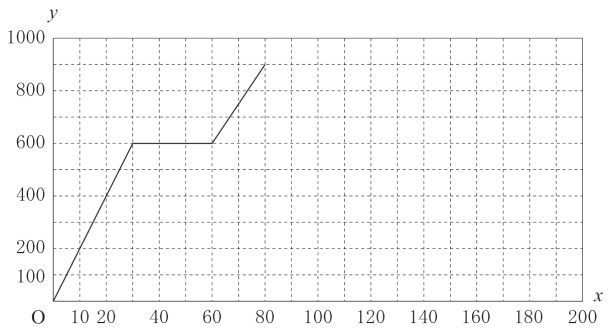
円 O の半径が 4 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) △CBE の面積は，四角形 ABCD の面積の何倍か，求めなさい。

(2) 線分 AD の長さは何 cm か，求めなさい。

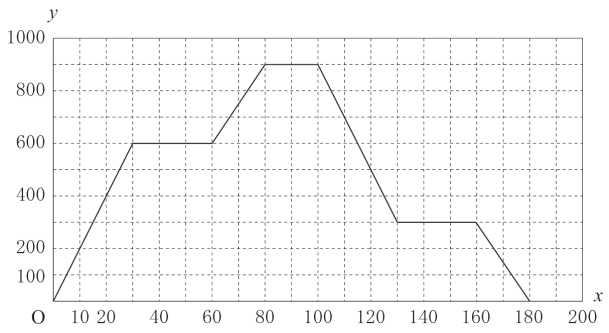


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-愛知(B)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６			
		問７			
		問８	枚		
		問９	$y=$		
		問 10			
数-22-公-愛知(B)-KY-02	2	問１			
		問２	$x=$		
		問３	(1) 		
			(2) 秒間		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-愛知(B)-KY-03	3	問１		度		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		
		問３	(1)	倍		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-愛知(B)-ｷ-01	1	問１	4	1	
		問２	$-y$	1	
		問３	$(x+1)(x-1)$	1	
		問４	$4\sqrt{10}$	1	
		問５	$x=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$	1	
		問６	$y>3x$	1	
		問７	$\dfrac{4}{9}$	1	
		問８	12　枚	1	
		問９	$y=10$	1	
		問 10	イ	1	
数-22-公-愛知(B)-ｷ-02	2	問１	ウ，オ，キ	2	
		問２	$x=-5$	2	
		問３ (1)		2	
		問３ (2)	4　秒間	1	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-愛知(B)-K-03	3	問１		57　度	1	
		問２	(1)	7　cm	1	
			(2)	48　cm^3	1	
		問３	(1)	$\frac{1}{5}$　倍	1	
			(2)	$2\sqrt{6}$　cm	1	

数-22-公-愛知(B)-KS-01

1　【小問集合】

問３　$(x+5)(x-2)-3(x-3)=x^2+3x-10-3x+9=x^2-1=(x+1)(x-1)$

問４　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2=\{(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2\}-\{(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2\}$
$=(5+2\sqrt{10}+2)-(5-2\sqrt{10}+2)=7+2\sqrt{10}-7+2\sqrt{10}=4\sqrt{10}$
別解　$A=\sqrt{5}+\sqrt{2}$，$B=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ とおくと，$A+B=(\sqrt{5}+\sqrt{2})+(\sqrt{5}-\sqrt{2})=2\sqrt{5}$，
$A-B=(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$ だから，(与式)$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)=2\sqrt{5}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{10}$

問６　消しゴムの個数が，配った個数よりも多かったことに注意する。

問７　6 の約数は 1，2，3，6 の 4 通りだから，求める確率は，$\frac{4}{9}$

問８　カードを並べてできた正方形の横の長さは，(8 の倍数)cm，たての長さは，(6 の倍数)cm である。横の長さとたての長さが等しくなるため，正方形の 1 辺の長さは，8 と 6 の最小公倍数が 24 であることから，(24 の倍数)cm となる。したがって，なるべく小さな正方形をつくった場合，その 1 辺の長さは 24cm である。よって，横に並べたカードの枚数は，$24\div8=3$(枚)，たてに並べたカードの枚数は，$24\div6=4$(枚)なので，並べたカードの総数は，$3\times4=12$(枚)

問９　2 点$(-3,\ -8)$，$(1,\ 4)$を通る直線の式を，$y=ax+b$ とおくと，$-8=-3a+b$，$4=a+b$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=3$，$b=1$ より，直線の式は，$y=3x+1$ である。
この直線上に点 A があり，その x 座標が 3 であるから，y 座標は，$y=3\times3+1=10$

ポイント》直線の式の求め方
①　$y=ax+b$ とおく。
②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 10　**ア**から**エ**までの立体の体積は，以下の通り。

ア　$1^3=1(\text{cm}^3)$

イ　$2^2\times1\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}(\text{cm}^3)$

ウ　$1^2\times\pi\times1\times\frac{1}{3}=\frac{\pi}{3}(\text{cm}^3)$

エ　$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\pi\times1=\frac{\pi}{4}(\text{cm}^3)$

$1=\frac{3}{3}<\frac{\pi}{3}<\frac{4}{3}$より，**ア**から**ウ**までの立体のうちでは，**イ**の体積が最も大きい。また，$\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{3}$より，**エ**よりも**ウ**の方が，体積が大きいから，**ア**から**エ**までの立体のうち，体積が最も大きいものは，**イ**である。

数-22-公-愛知(B)-KS-02

2　【データの活用，関数のグラフと図形，関数の利用】

問１　機械 A，B，C で，1 時間あたりで作ることができる合格品の個数はそれぞれ，114 個，144 個，188 個である。よって，1 時間あたりで，合格品を最も多く作ることができる機械は，C である。したがって，**ア**から**ウ**の中では，**ウ**のみが正しい。

機械 A, B, C で，1 時間あたりで合格品でないねじを作る割合はそれぞれ，$\frac{6}{120}=0.05$，$\frac{6}{150}=0.04$，$\frac{12}{200}=0.06$ である。よって，1 時間あたりで，合格品を作る割合が最も高い機械は，B である。したがって，**エ**から**カ**の中では，**オ**のみが正しい。

機械 A，B，C のそれぞれで，1 時間あたりで，作ったねじの重さの平均値を求める。

機械 A では，$(4.6\times4+5.0\times114+5.4\times2)\div120=599.2\div120<600\div120=5$

機械 B では，$(4.6\times3+5.0\times144+5.4\times3)\div150=750\div150=5$

機械 C では，$(4.6\times5+5.0\times188+5.4\times7)\div200=1000.8\div200>1000\div200=5$

以上のことから，平均値が 5.0g より小さくなる機械は，A である。したがって，**キ**から**ケ**の中では，**キ**のみが正しい。

ポイント》度数分布表から平均値を求めるには

度数分布表からは，個々のデータの値がわからないため，その代わりに階級値を用いる。

たとえば，「5m 以上 10m 未満の階級の度数が 5」である場合，その 5 つのデータの値が，5m と 10m の平均値，すなわち，階級値の 7.5m であるとみなして，平均値を計算する。

問２　点 A は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，その x 座標が -2 であることから，y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

すなわち，点 A の座標は，A$(-2,\ 2)$

また，点 B の座標も同様にして，B$(4,\ 8)$

四角形 ADCB は平行四辺形だから，**図１**で示したように，

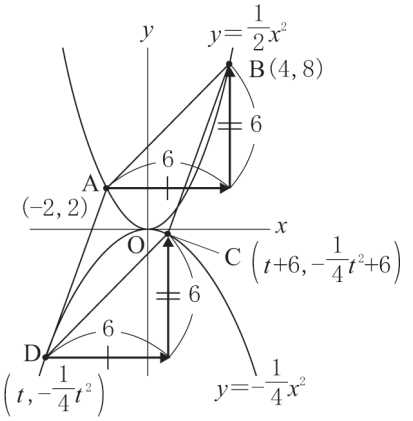
点 A から点 B までの x の増加量と y の増加量は，点 D から点 C までの x の増加量と y の増加量とそれぞれ等しい。

まず，点 A から点 B までの x の増加量は，$4-(-2)=6$，

y の増加量は，$8-2=6$ である。

また，点 D の x 座標を t とすると，点 D が関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，y 座標は，$y=-\frac{1}{4}t^2$ である。

図１



したがって，点 C の x 座標は，$t+6$，y 座標は，$-\frac{1}{4}t^2+6$ である。

点 C は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるから，$-\frac{1}{4}t^2+6=-\frac{1}{4}(t+6)^2 \Rightarrow t=-5$

問３　(1) まず，問題文のグラフから情報を読み取る。

30cm 進んだところで荷物 A が完全に荷物検査機に入るため，荷物 A の横の長さは 30cm である。また，そのときの荷物検査機に入って見えない部分の面積が 600cm^2 であることから，荷物 A の面積は 600cm^2 である。

30cm から 60cm まで進むときに，荷物検査機に入って見えない部分の面積は変わらないため，荷物 A と荷物 B との間は 30cm 離れている。

60cm から 80cm まで進むときに，荷物 B が完全に荷物検査機に入るため，荷物 B の横の長さは 20cm である。また，そのときの荷物検査機に入って見えない部分の面積が 300cm^2 増えていることから，荷物 B の面積は 300cm^2 である。

以上のことを参考にしながら，その後の変化を考える。

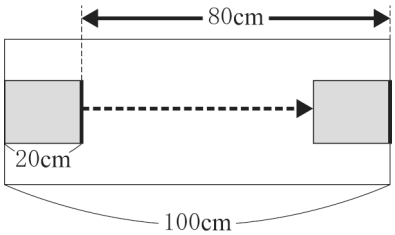
荷物 B が完全に荷物検査機に入ったとき，荷物 A の前端は 80cm 進んでおり，荷物検査機の長さが 100cm であることから，残り 20cm 進むと荷物 A が荷物検査機から出始める。そこから，30cm 進むと，荷物 A が完全に荷物検査機を出る。

そこから 30cm 進む間は，荷物検査機に入って見えない部分の面積は変わらず，その後に荷物 B が荷物検査機から出始める。

さらにそこから 20cm 進むと，荷物 B が完全に荷物検査機を出る。

(2) 荷物 B が完全に荷物検査機に入っているのは，**図２**のように，荷物 B の後端が荷物検査機に入ってから，荷物 B の前端が荷物検査機から出始めるまでである。よって，荷物 B の横の長さが 20cm であることから，荷物 B が 80cm 移動する間に，荷物の中身を検査できる。荷物は毎秒 20cm の速さで進むから，検査できる時間は，80÷20＝4(秒間)である。

図２



数-22-公-愛知(B)-KS-03

3 【平面図形，空間図形】

問１　**図１**のように，点 F を通り，2 辺 AD，BC と平行な直線をひき，辺 DC との交点を J とする。

正五角形の内角の和は，180°×(5−2)＝540°だから，1 つの内角の大きさは，540°÷5＝108°である。

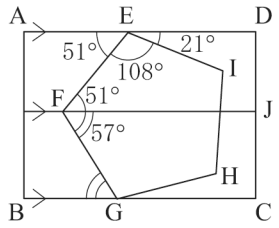
よって，∠AEF＝180°−∠FEI−∠IED＝180°−108°−21°＝51°

AD // FJ より，錯角は等しいので，∠AEF＝∠EFJ＝51°

∠JFG＝∠EFG−∠EFJ＝108°−51°＝57°

FJ // BC より，錯角は等しいので，∠JFG＝∠FGB＝57°

図１



問２　(1) △BCJ で三平方の定理より，$BJ=\sqrt{BC^2+CJ^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$(cm)

辺 IB と面 BFGC は垂直だから，IB⊥BJ

また，AI : IB＝2 : 1 だから，$IB=\frac{1}{3}AB=\frac{1}{3}\times6=2$(cm)

よって，△IBJ で三平方の定理より，$IJ=\sqrt{IB^2+BJ^2}=\sqrt{2^2+(3\sqrt{5})^2}=7$(cm)

(2) 立体 JIBFE を底面 IBFE の四角錐と考える。面 BFGC と面 IBFE は垂直だから，点 J から面 IBFE に引いた垂線は，点 J から辺 BF に引いた垂線と一致する。**図２**のように，その垂線を JK とすると，その長さは JK＝6cm である。

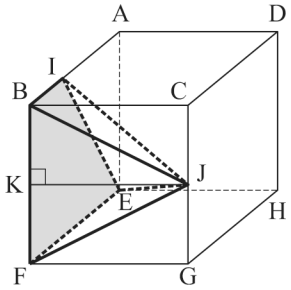
底面 IBFE は，BI // FE の台形だから，その面積は，

$(BI+FE)\times BF\times\frac{1}{2}=(2+6)\times6\times\frac{1}{2}=24(cm^2)$

したがって，四角錐 JIBFE の体積は，

$(\text{底面 IBFE の面積})\times JK\times\frac{1}{3}=24\times6\times\frac{1}{3}=48(cm^3)$

図２



問３　(1) **図３**のように，D，B を結ぶ。

AB : BE＝2 : 1 だから，$\triangle DBE=\frac{1}{3}\triangle ADE$

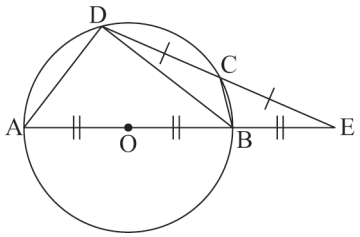
DC : CE＝1 : 1 だから，

$\triangle CBE=\frac{1}{2}\triangle DBE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ADE=\frac{1}{6}\triangle ADE$

四角形 ABCD の面積は，

$\triangle ADE-\triangle CBE=\triangle ADE-\frac{1}{6}\triangle ADE=\frac{5}{6}\triangle ADE$

図３



よって，$\triangle CBE : (\text{四角形 ABCD})=\frac{1}{6}\triangle ADE : \frac{5}{6}\triangle ADE=1:5$ より，△CBE の面積は，四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{5}$倍である。

(2) **図４**のように，D，O を結ぶ。EC＝CD，EB＝BO だから，

△EDO で中点連結定理より，$CB=\frac{1}{2}DO=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)

次に，△EDO の内角である∠EOD の大きさを $x°$ とすると，点 C を含む$\overset{\frown}{BD}$について，円周角の定理より，

$\angle BAD=\frac{1}{2}x°$

点 A を含む$\overset{\frown}{BD}$について，円周角の定理より，

$\angle BCD=\frac{1}{2}\times(360°-x°)=180°-\frac{1}{2}x°$

よって，$\angle BAD+\angle BCD=\frac{1}{2}x°+\left(180°-\frac{1}{2}x°\right)$

すなわち，∠BAD＋∠BCD＝180° … ①

3 点 E，C，D は同一直線上にあるから，

∠BCE＋∠BCD＝180° … ②

①，②より，∠BAD＝∠BCE

よって，∠DAE＝∠BCE

共通な角だから，∠AED＝∠CEB

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ADE∽△CBE (**図５**)

(1)より，△ADE：△CBE＝6：1 だから，

相似比は，$\sqrt{6}:\sqrt{1}=\sqrt{6}:1$ である。

よって，AD：CB＝$\sqrt{6}$：1 ⇒ AD：2＝$\sqrt{6}$：1

⇒ AD＝$2\sqrt{6}$ cm

図４

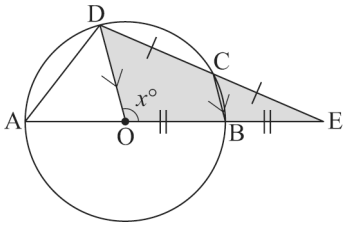
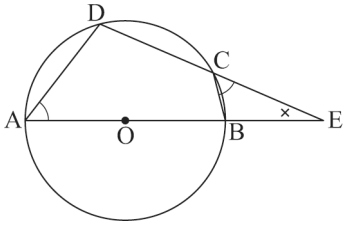
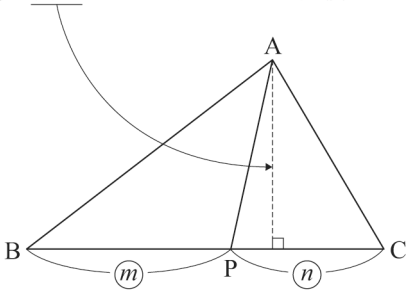


図５



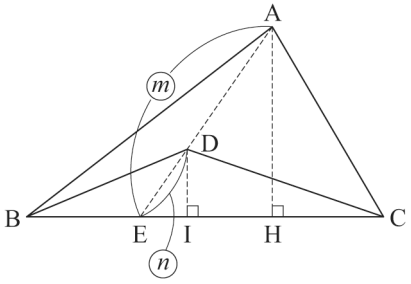
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

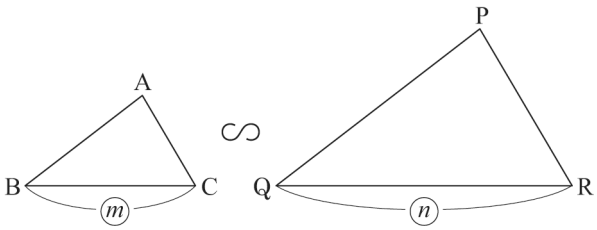
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2