Ｒ７　愛知県　公立　数学　問題

数-25-公-愛知-問-01

1　次の問１から問 10 に答えなさい。

問１　$6+10\div(-2)$　を計算した結果として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　-8　　イ　1　　ウ　8　　エ　11

問２　$3(2x+3)-2(x-3)$　を計算した結果として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$4x$　　イ　$4x+3$　　ウ　$4x+6$　　エ　$4x+15$

問３　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{6}$　を計算した結果として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$3\sqrt{3}$　　イ　$5\sqrt{3}$　　ウ　$5\sqrt{6}$　　エ　$3\sqrt{30}$

問４　方程式 $x(x+4)=-3(x+1)$　の解として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$　　イ　$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{61}}{2}$　　ウ　$x=\dfrac{7\pm\sqrt{61}}{2}$　　エ　$x=\dfrac{7\pm\sqrt{37}}{2}$

問５　ある飲食店の来店者数は，11 月は 10 月より 30%増加し，12 月は 11 月より 20%増加した。また，12 月の来店者数は，10 月の来店者数より 2800 人多かった。

このとき，10 月の来店者数として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　4200 人　　イ　4368 人　　ウ　5000 人　　エ　5600 人

問６　2 直線 $y=x-3$, $y=-2x-6$ の交点を通り，直線 $y=2x+1$ に平行な直線の切片として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　-4　　イ　-2　　ウ　0　　エ　4

問７　関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフについて正しく述べた文を，次のアからカまでの中から二つ選びなさい。

ただし，マーク欄は 1 行につき一つだけ塗りつぶすこと。

ア　原点を対称の中心として点対称である。

イ　x 軸を対称の軸として線対称である。

ウ　x 軸と交わる。

エ　y 軸と交わる。

オ　関数 $y=x$ のグラフと 2 点で交わる。

カ　関数 $y=x^2$ のグラフと 2 点で交わる。

問８　表は，あるキャベツ農園でとれたキャベツ 8000 個から無作為に抽出した 50 個のキャベツに対して，1 個あたりの重さを調べ，その結果を度数分布表にまとめたものである。この農園でとれたキャベツ 8000 個のうち，重さが 0.7 kg 以上 1.3 kg 未満のキャベツの個数はおよそ何個と推定されるか，正しいものを次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

重さ（kg）			度数（個）
以上		未満	
0.7	～	1.1	4
1.1	～	1.3	5
1.3	～	1.5	26
1.5	～	2.0	8
2.0	～	2.5	7
計			50

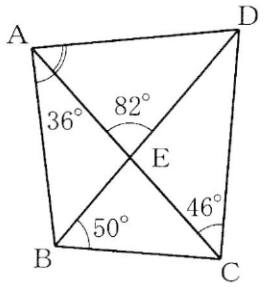
ア　およそ 640 個　　イ　およそ 800 個　　ウ　およそ 1440 個　　エ　およそ 5600 個

問９　箱の中に A が書かれているカードが 3 枚，B が書かれているカードが 2 枚，C が書かれているカードが 1 枚入っている。中を見ないで，この箱からカードを同時に 2 枚取り出す。

取り出した 2 枚のカードに書かれた文字が異なる確率として正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$\frac{4}{15}$　　イ　$\frac{7}{18}$　　ウ　$\frac{11}{18}$　　エ　$\frac{11}{15}$

問 10　図で，E は線分 AC と DB の交点，∠BAE＝36 °，∠AED＝82 °，∠EBC＝50 °，∠ECD＝46 ° である。このとき，∠DAE の大きさとして正しいものを，次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

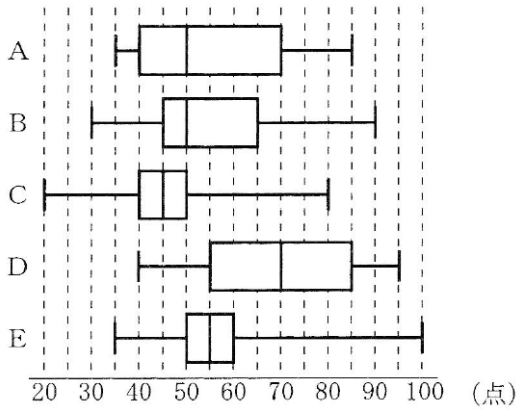


ア　46 °　　イ　48 °　　ウ　49 °　　エ　50 °

2 次の**問１**から**問３**に答えなさい。

問１　「音楽」「スポーツ」「文化」「歴史」「科学」の各分野 100 点満点, 合計 500 点満点のクイズ大会に 40 人が参加した。

図は，このクイズ大会を行ったときの各分野の得点を，箱ひげ図で表したものであり，A から E は，音楽，スポーツ，文化，歴史，科学のいずれかを示している。

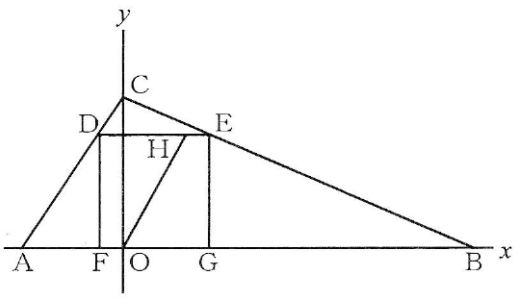


各分野の得点が，次の①から④までのとき，B, D に当てはまる分野の組み合わせとして正しいものを，下の**ア**から**ク**までの中から一つ選びなさい。

① 各分野の得点の最小値のうち，最も小さい分野は「科学」である。
② 「音楽」の中央値は 50 点である。
③ 「文化」の第 1 四分位数は，「スポーツ」の第 1 四分位数より大きい。
④ 「スポーツ」と「歴史」の四分位範囲は等しい。

ア　B：音楽　D：歴史　　**イ**　B：音楽　D：スポーツ
ウ　B：スポーツ　D：科学　　**エ**　B：スポーツ　D：文化
オ　B：文化　D：科学　　**カ**　B：文化　D：歴史
キ　B：歴史　D：スポーツ　　**ク**　B：歴史　D：文化

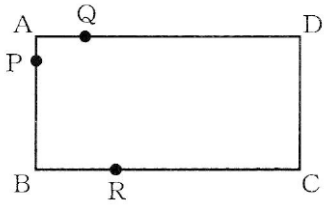
問２　図で，O は原点，A，B，C は平面上の点であり，座標はそれぞれ (−2, 0), (7, 0), (0, 3) である。また，D，E はそれぞれ線分 CA，CB 上の点，F，G はそれぞれ x 軸上の点で，四角形 DFGE は正方形であり，H は線分 DE 上の点である。



四角形 DFOH と四角形 HOGE の面積が等しいとき，点 H の x 座標として正しいものを，次の**ア**から**オ**までの中から一つ選びなさい。

ア　$x=\frac{9}{8}$　　**イ**　$x=\frac{6}{5}$　　**ウ**　$x=\frac{11}{9}$　　**エ**　$x=\frac{5}{4}$　　**オ**　$x=\frac{7}{4}$

問３　図で，四角形 ABCD は AB＝8 cm，AD＝16 cm の長方形である。点 P，Q は頂点 A を同時に出発し，点 P は毎秒 1 cm の速さで辺 AB 上を頂点 B まで，点 Q は毎秒 2 cm の速さで辺 AD 上を頂点 D まで移動する。また，点 R は点 P，Q が頂点 A を出発したのと同時に頂点 C を出発し，毎秒 8 cm の速さで四角形 ABCD の辺上を頂点 B，A，D，C の順に通って頂点 B まで移動する。



点 P，Q が頂点 A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

なお，下の図を必要に応じて使ってもよい。

(1) x＝3 のときの y の値として正しいものを，次の**ア**から**オ**までの中から一つ選びなさい。

ア　y＝4　　**イ**　y＝9　　**ウ**　y＝12　　**エ**　y＝18　　**オ**　y＝25

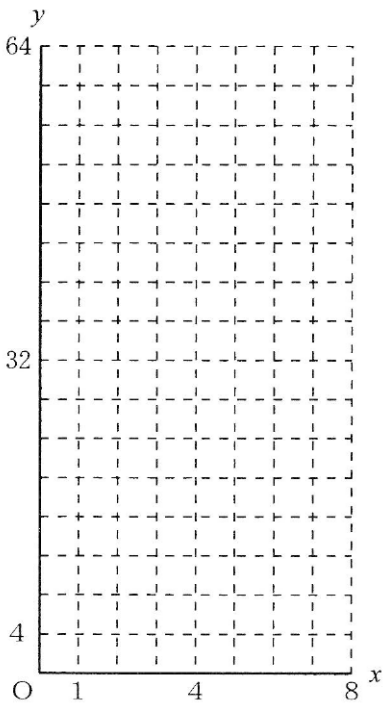
(2) 3 点 P，Q，R が同時に出発してから 8 秒後までの間で，△APQ の面積と△ABR の面積が等しくなるときが何回かある。3 回目に等しくなるときは何秒後から何秒後までの間にあるか，正しいものを次の**ア**から**カ**までの中から一つ選びなさい。

ただし，点 R が辺 AB 上にあるとき，△ABR の面積は 0 とする。

ア　2 秒後から 3 秒後までの間　　**イ**　3 秒後から 4 秒後までの間

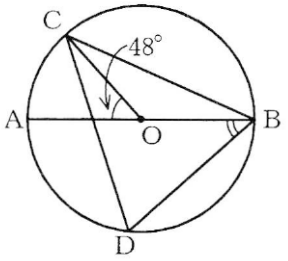
ウ　4 秒後から 5 秒後までの間　　**エ**　5 秒後から 6 秒後までの間

オ　6 秒後から 7 秒後までの間　　**カ**　7 秒後から 8 秒後までの間

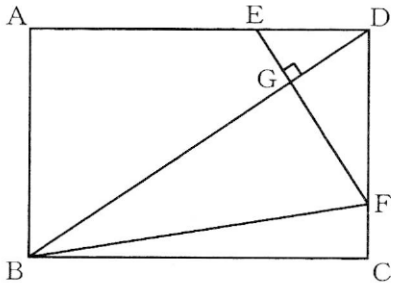


3 次の問１から問３までの文章中の ア イ などに入る数字をそれぞれ答えなさい。
解答方法については，解答用紙の**【解答上の注意】**に従うこと。
ただし，分数は，それ以上約分できない形で，また，根号の中は，最も簡単な数で答えること。

問１　図で，C，D は線分 AB を直径とする円 O の周上の点で，CB＝CD である。
∠COA＝48 ° のとき，∠OBD の大きさは ア イ 度である。



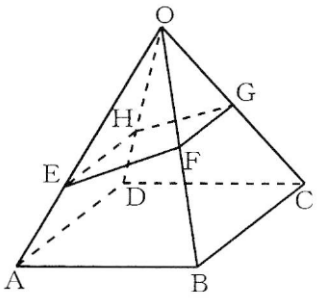
問２　図で，四角形 ABCD は長方形，E は辺 AD 上の点で，AE：ED＝2：1，F は辺 DC 上の点で，DB⊥EF である。また，G は線分 DB と EF の交点である。
AB＝4 cm，AD＝6 cm のとき，



(1) 線分DGの長さは線分DBの長さの $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ 倍である。

(2) △GBF の面積は $\frac{\boxed{エオ}}{\boxed{カキ}}$ cm^2 である。

問３　図で，立体 OABCD は，正方形 ABCD を底面とする正四角すいである。また，E，F，G，H はそれぞれ辺 OA，OB，OC，OD 上の点で，OE：EA＝2：1，OF：FB＝1：1 であり，CB // GF，DA // HE である。
OA＝12 cm，AB＝6 cm のとき，



(1) △OBD の面積は $\boxed{アイ}\sqrt{\boxed{ウ}}$ cm^2 である。

(2) 立体 OEFGH の体積は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オカ}}$ cm^3 である。

Ｒ７　愛知県　公立　数学　解答用紙

【解答上の注意】

問題の文中の アイ などには，数字が入ります。ア，イ，…の一つ一つには，0 から 9 までの数字のいずれか一つがあてはまるので，解答用紙のア，イ，…で示された数字のマーク欄を塗りつぶします。

	問題番号		解答	配点	備考
数-25-公-愛知-KY-01	1	問１	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問２	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問３	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問４	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問５	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問６	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問７	㋐　㋑　㋒　㋓　㋔　㋕ ㋐　㋑　㋒　㋓　㋔　㋕		
		問８	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問９	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問 10	㋐　㋑　㋒　㋓		
数-25-公-愛知-KY-02	2	問１	㋐　㋑　㋒　㋓　㋔　㋕　㋖　㋗		
		問２	㋐　㋑　㋒　㋓　㋔		
		問３ (1)	㋐　㋑　㋒　㋓　㋔		
		問３ (2)	㋐　㋑　㋒　㋓　㋔　㋕		

	問題番号		解答			配点	備考
数-25-公-愛知-KY-03	3	問１	ア	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨			
			イ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨			
		問２	(1)	ア	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				イ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				ウ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
			(2)	エ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				オ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				カ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				キ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問３	(1)	ア	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				イ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				ウ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
			(2)	エ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				オ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				カ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		

Ｒ７　愛知県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-愛知-K-01	1	問１	イ		1	
		問２	エ		1	
		問３	イ		1	
		問４	ア		1	
		問５	ウ		1	
		問６	イ		1	
		問７	ア，オ		1	二つともできて 1 点。
		問８	ウ		1	
		問９	エ		1	
		問 10	エ		1	
数-25-公-愛知-K-02	2	問１	ア		2	
		問２	エ		2	
		問３	(1)	イ	1	
			(2)	オ	2	

	問題番号		解答			配点	備考
数-25-公-愛知-木-03	3	問１	ア イ	アイ　度	42　度	1	全てできて１点。
		問２	(1)	ア イ ウ	$\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ 倍	$\frac{3}{13}$ 倍	1	全てできて１点。
			(2)	エ オ カ キ	$\frac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$ cm^2	$\frac{90}{13}$ cm^2	1	全てできて１点。
		問３	(1)	ア イ ウ	$\text{アイ}\sqrt{\text{ウ}}$ cm^2	$18\sqrt{7}$ cm^2	1	全てできて１点。
			(2)	エ オ カ	$\text{エ}\sqrt{\text{オカ}}$ cm^3	$7\sqrt{14}$ cm^3	1	全てできて１点。

数-25-公-愛知-KS-01

1　【小問集合】

問３　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{2\times6}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}+\sqrt{2\times2\times3}=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

これだけは！ 根号を含む式の計算

1 $\sqrt{\ }$の中に同じ数の2乗があったら，1つにして$\sqrt{\ }$の外に出す。
$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

2 乗除は，$\sqrt{\ }$の外どうし，中どうしで計算する。
$2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{\overset{\sqrt{5}}{\cancel{10}}}}{\underset{3}{\cancel{6}}\underset{\sqrt{1}}{\cancel{\sqrt{2}}}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

3 分母に$\sqrt{\ }$があるときは，$\sqrt{\ }$のない形にする。(分母の有理化)

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　分母の$\sqrt{\ }$と同じ数を分子と分母の両方にかける。

$=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4 加減は，文字式のように計算する。

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$
$=(2+1)\sqrt{2}+(-3+2)\sqrt{3}$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$2x-3y+x+2y$
$=2x+x-3y+2y$
$=(2+1)x+(-3+2)y$
$=3x-y$

問４　与えられた方程式を展開して整理すると，$x^2+7x+3=0$

2次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$

問５　10月の来店者数をx人とすると，11月の来店者数は$x\times\dfrac{130}{100}$(人)，12月の来店者数は$x\times\dfrac{130}{100}\times\dfrac{120}{100}=\dfrac{39}{25}x$(人)と表される。よって，$\dfrac{39}{25}x=x+2800$が成り立つ。これを解いて，$x=5000$(人)　　これは問題に適している。

これだけは！ 割増と割引

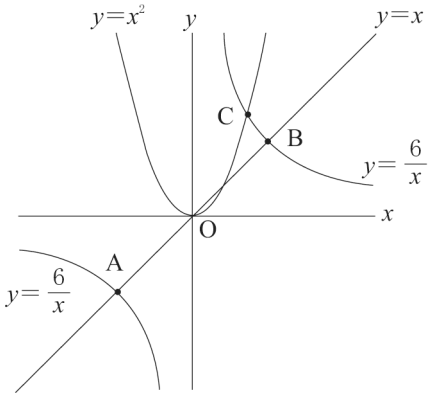
「元の数量の○%増し」は「元の数量の(100＋○)%」
「元の数量の○%引き」は「元の数量の(100－○)%」

問６　2直線$y=x-3$，$y=-2x-6$の交点の座標は，この2つの式を連立方程式として解くことで，$(-1,\ -4)$とわかる。この点を通り，傾きが直線$y=2x+1$と等しい，すなわち，傾きが2である直線の式を求めればよいから，式を$y=2x+b$とおき，$(x,\ y)=(-1,\ -4)$を代入する。
$-4=2\times(-1)+b$より，$b=-2$

問７　反比例のグラフは，双曲線と呼ばれ，原点を対称の中心として点対称な 2 つの曲線になり，x 軸，y 軸と交わらない。よって，**ア**は正しく，**イ**，**ウ**，**エ**は誤りである。

また，3 つの関数 $y=\dfrac{6}{x}$，$y=x$，$y=x^2$ のグラフは**図１**のようになり，関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフは，関数 $y=x$ のグラフとは A，B の 2 点で，関数 $y=x^2$ のグラフとは C の 1 点でそれぞれ交わる。よって，**オ**は正しく，**カ**は誤りである。

図１



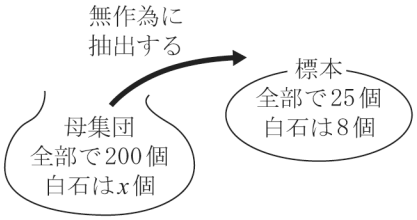
問８　50 個の標本のうち，0.7 kg 以上 1.3 kg 未満のキャベツは 4＋5＝9 (個)だから，その割合は $\dfrac{9}{50}$ である。これは，母集団における 0.7 kg 以上 1.3 kg 未満のキャベツの割合と等しいとみなせるから，$8000\times\dfrac{9}{50}=1440$ より，およそ 1440 個である。

これだけは！　標本調査の利用

・対象とする集団から，かたよりのないようにその一部を取り出して調べ，その結果から集団全体の性質を推定する調査のことを，**標本調査**という。このとき，集団全体を**母集団**，取り出した一部を**標本**，かたよりなく標本を取り出すことを**無作為に抽出する**という。
・母集団の中に含まれるものの個数を**母集団の大きさ**，標本の中に含まれるものの個数を**標本の大きさ**という。

・標本調査においては，母集団におけるある条件を満たすものの割合と，標本における同じ条件を満たすものの割合とが，等しいものとみて推定を行う。

例題　袋の中に同じ大きさの白石と黒石が合計200個入っている。この袋の中の石をよく混ぜてから25個の石を取り出したところ，白石が8個含まれていた。袋の中に入っていた白石の個数を推定しなさい。



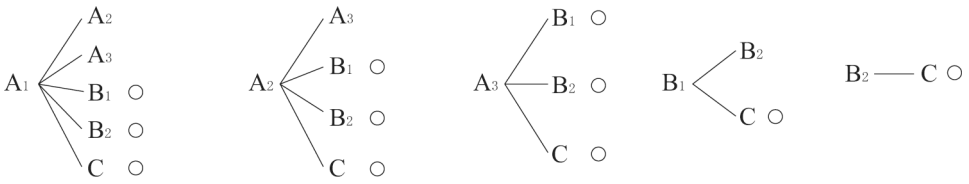
［割合を表す分数を使った解答］
袋の中に入っていた白石の個数を x 個とすると，
(母集団における白石の個数の割合)＝(標本における白石の個数の割合)

だから，$\dfrac{x}{200}=\dfrac{8}{25}$　これを解いて，$x=64$(個)

［比例式を使った解答］
袋の中に入っていた白石の個数を x 個とすると，
(母集団の大きさ) : (母集団における白石の個数)＝(標本の大きさ) : (標本における白石の個数)
だから，$200:x=25:8$　これを解いて，$x=64$(個)

問９　A が書かれている 3 枚のカードを A_1，A_2，A_3，B が書かれている 2 枚のカードを B_1，B_2 として，2 枚のカードの取り出し方を樹形図で数え上げると，**図２**のように，15 通りある。そのうち，2 枚のカードに書かれた文字が異なるのは，○印の 11 通りだから，求める確率は，$\dfrac{11}{15}$

図２



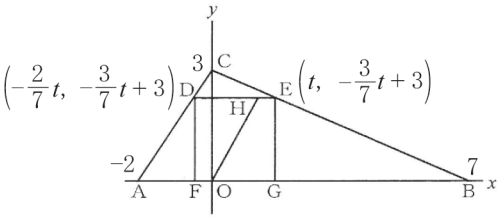
問 10　△DEC の内角と外角の関係から，∠EDC＝∠AED－∠ECD＝82°－46°＝36°
∠BAE＝∠EDC＝36°だから，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は同一円周上にある。
よって，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから，∠DAE＝∠EBC＝50°

2 【データの活用，関数のグラフと図形，関数の利用】

問１ ①より，C は「科学」である。④より，「スポーツ」と「歴史」は A，D または C，E のどちらかの組み合わせであり，C はすでに「科学」とわかっているため，「スポーツ」と「歴史」は A，D のどちらかである。②より，A または B が「音楽」とわかり，A はすでに「スポーツ」か「歴史」であるから，B が「音楽」である。以上のことから，残った E が「文化」だとわかり，③より，A，D のうち，E の第１四分位数よりも小さい A が「スポーツ」，残った D が「歴史」とわかる。

問２ 点 E の x 座標を t とする。

図１



直線 CB の式は，傾きが $\frac{0-3}{7-0}=-\frac{3}{7}$，切片が 3

だから，$y=-\frac{3}{7}x+3$　　よって，$\mathrm{E}\left(t,\ -\frac{3}{7}t+3\right)$

直線 AC の式は，傾きが $\frac{3-0}{0-(-2)}=\frac{3}{2}$，切片が 3

だから，$y=\frac{3}{2}x+3$

この直線上にある点 D の y 座標が，点 E の y 座標と等しいことから，$-\frac{3}{7}t+3=\frac{3}{2}x+3$ より，

$x=-\frac{2}{7}t$　　よって，$\mathrm{D}\left(-\frac{2}{7}t,\ -\frac{3}{7}t+3\right)$

したがって，DE＝EG より，$t-\left(-\frac{2}{7}t\right)=-\frac{3}{7}t+3$　　これを解いて，$t=\frac{7}{4}$

よって，2 点 D，F の x 座標はともに，$-\frac{2}{7}\times\frac{7}{4}=-\frac{1}{2}$

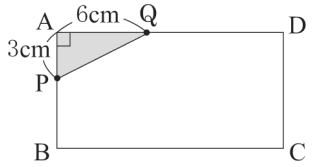
四角形 DFOH と四角形 HOGE の面積が等しくなるのは FO＝HE となるときである。

FO＝$\frac{1}{2}$より，点 H の x 座標は点 E の x 座標よりも$\frac{1}{2}$小さいので，$\frac{7}{4}-\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$

問３ (1) $x=3$ のとき，**図２**のように，点 P は $1\times3=3$(cm)，点 Q は $2\times3=6$(cm) だけ進んでいるから，△APQ の面積 y の値は，

$y=\frac{1}{2}\times3\times6=9$

図２



(2) 点 P，Q が頂点 A を出発してからの時間 x 秒と，△APQ の面積 y cm^2 の関係は，(1) と同様に考えて，$y=\frac{1}{2}\times x\times2x$ より $y=x^2$

点 R が頂点 C を出発してからの時間 x 秒と，△ABR の面積 y cm^2 の関係は，点 R がどの辺上にあるかによって，**図３**のように場合分けして考えると次のようになる。

・点 R が初めに辺 BC 上にあるとき（$0\leqq x\leqq2$）

CR＝$8x$cm より，BR＝$16-8x$(cm) だから，$y=\frac{1}{2}\times\mathrm{BR}\times\mathrm{AB}=\frac{1}{2}\times(16-8x)\times8=-32x+64$

・点 R が辺 AB 上にあるとき（$2\leqq x\leqq3$）

問題文に書かれている通り，$y=0$

・点 R が辺 AD 上にあるとき（$3\leqq x\leqq5$）

CB＋BA＋AR＝$8x$cm より，AR＝(CB＋BA＋AR)−(CB＋BA)＝$8x-24$(cm) だから，

$y=\frac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AR}=\frac{1}{2}\times8\times(8x-24)=32x-96$

・点 R が辺 CD 上にあるとき（$5\leqq x\leqq6$）

$y=\frac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AD}=\frac{1}{2}\times8\times16=64$

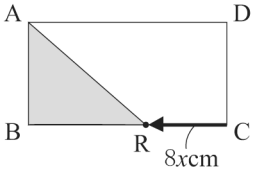
・点 R が再び辺 BC 上にあるとき（$6 \leqq x \leqq 8$）

(点 R の進んだ道のり)$=8x$ cm より，CR＝(点 R の進んだ道のり)－(長方形の周の長さ)$=8x-48$(cm)，

BR$=16-(8x-48)=64-8x$(cm)だから，$y=\frac{1}{2}\times BR\times AB=\frac{1}{2}\times(64-8x)\times 8=-32x+256$

図３

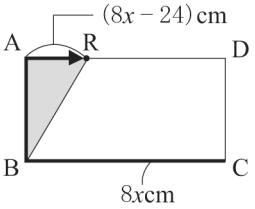
• 点 R が初めに辺 BC 上にあるとき（$0 \leqq x \leqq 2$）



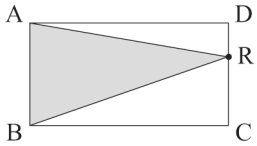
• 点 R が辺 AB 上にあるとき（$2 \leqq x \leqq 3$）



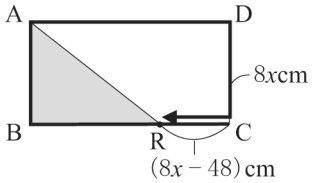
• 点 R が辺 AD 上にあるとき（$3 \leqq x \leqq 5$）



• 点 R が辺 CD 上にあるとき（$5 \leqq x \leqq 6$）

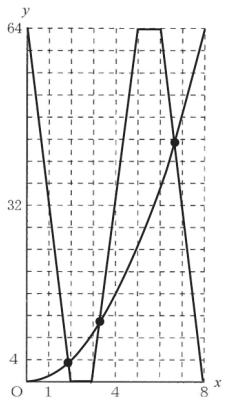


• 点 R が再び辺 BC 上にあるとき（$6 \leqq x \leqq 8$）



以上のことから，△APQ の面積と△ABR の面積についてのグラフをそれぞれかくと**図４**のようになり，△APQ の面積と△ABR の面積が 3 回目に等しくなるのは，6 秒後から 7 秒後までの間である。

図４

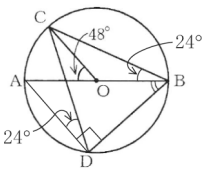


数-25-公-愛知-KS-03

3 【平面図形，空間図形】

問１　**図１**のように，A と D を直線で結ぶ。$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角と中心角の関係より，$\angle CDA=\angle CBA=\frac{1}{2}\angle COA=24°$

図１



線分 AB は直径だから，$\angle ADB=90°$より，$\angle CDB=90°-24°=66°$

CB＝CD より，△CDB は二等辺三角形だから，$\angle CBD=\angle CDB=66°$

よって，$\angle OBD=66°-24°=42°$

問２　(1) △ABD で三平方の定理より，$DB^2=AB^2+AD^2=4^2+6^2=52$　　DB＞0 より，$DB=2\sqrt{13}$ cm

AE：ED＝2：1 より，$ED=\frac{1}{2+1}AD=\frac{1}{3}\times 6=2$(cm)

$\angle BAD=\angle EGD=90°$，$\angle ADB=\angle GDE$ より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABD∽△GED

よって，AD：GD＝DB：DE　　6：GD$=2\sqrt{13}$：2　　GD$=\frac{6\sqrt{13}}{13}$cm

したがって，線分 DG の長さは線分 DB の長さの$\frac{6\sqrt{13}}{13}\div 2\sqrt{13}=\frac{3}{13}$(倍)である。

(2) △ABD∽△GED より，AB：GE＝BD：ED　　4：GE$=2\sqrt{13}$：2　　GE$=\frac{4\sqrt{13}}{13}$cm

∠EGD＝∠EDF＝90°，∠DEG＝∠FED より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△GED∽△DEF
よって，△ABD∽△DEF だから，AB：DE＝BD：EF　　4：2＝$2\sqrt{13}$：EF　　EF＝$\sqrt{13}$cm

GF＝EF－GE＝$\sqrt{13}-\frac{4\sqrt{13}}{13}=\frac{9\sqrt{13}}{13}$(cm)，BG＝DB－DG＝$2\sqrt{13}-\frac{6\sqrt{13}}{13}=\frac{20\sqrt{13}}{13}$ (cm)

したがって，$\triangle GBF=\frac{1}{2}\times GF\times BG=\frac{1}{2}\times\frac{9\sqrt{13}}{13}\times\frac{20\sqrt{13}}{13}=\frac{90}{13}$ (cm^2)

問３　(1) △OBD は OB＝OD の二等辺三角形だから，頂点 O から底辺 BD に垂線 OP をおろすと，点 P は底辺 BD の中点となる。
線分 BD は正方形 ABCD の対角線だから，
BD＝$\sqrt{2}$AB＝$6\sqrt{2}$(cm) なので，
BP＝$\frac{1}{2}$BD＝$3\sqrt{2}$(cm)

△OPB で三平方の定理より，
OP^2＝OB^2－BP^2＝$12^2-(3\sqrt{2})^2$＝126
OP＞0 より，OP＝$3\sqrt{14}$cm

よって，$\triangle OBD=\frac{1}{2}\times BD\times OP=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3\sqrt{14}=18\sqrt{7}$(cm^2)

図２

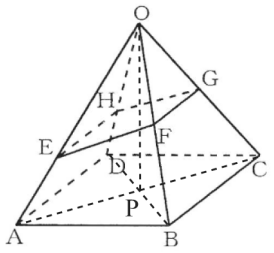
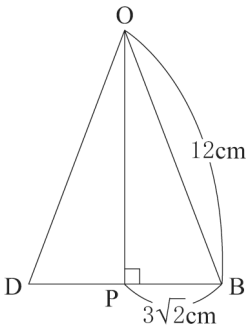


図３



(2) **図４**のように，立体 OEFGH を三角錐 E－OFH と，三角錐 G－OFH の 2 つに分けて考える。
OE：EA＝2：1，DA // HE より，OH：HD＝2：1
図５より，
$\triangle OFH=\frac{2}{3}\triangle OFD=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\triangle OBD=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 18\sqrt{7}=6\sqrt{7}$(cm^2)

図４

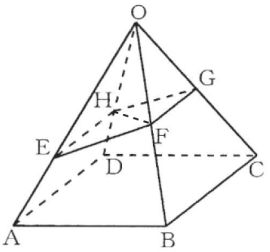
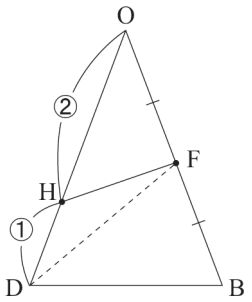


図６のように，三角錐 E－OFH の高さを表す線分を EQ とすると，
EQ // AP より，EQ：AP＝OE：OA＝2：3 だから，
EQ＝$\frac{2}{3}$AP＝$\frac{2}{3}\times 3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

同様に，三角錐 G－OFH の高さを表す線分を GR とすると，
GR // CP より，GR：CP＝OG：OC＝1：2 だから，
GR＝$\frac{1}{2}$CP＝$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$(cm)

よって，三角錐 E－OFH の体積は，
$\frac{1}{3}\times\triangle OFH\times EQ=\frac{1}{3}\times 6\sqrt{7}\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{14}$(cm^3)

図５



三角錐 G－OFH の体積は，
$\frac{1}{3}\times\triangle OFH\times GR=\frac{1}{3}\times 6\sqrt{7}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{14}$(cm^3)
したがって，立体 OEFGH の体積は，$4\sqrt{14}+3\sqrt{14}=7\sqrt{14}$(cm^3)

図６

