Ｒ２　青森県　公立　数学　問題

数-20-公-青森-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の**(1)**～**(5)**を計算しなさい。

(1)　$-5-(-7)$

(2)　$\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)\times 12$

(3)　$4x\times\frac{2}{5}xy\div 2x^2$

(4)　$(-2a+3)(2a+3)+9$

(5)　$\sqrt{24}\div\sqrt{8}-\sqrt{12}$

問２　次の数量の関係を等式で表しなさい。

100 円硬貨が a 枚，50 円硬貨が b 枚あり，これらをすべて 10 円硬貨に両替（りょうがえ）すると c 枚になる。

問３　150 を素因数分解しなさい。

問４　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} y=4(x+2) \\ 6x-y=-10 \end{cases}$$

問５　関数 $y=\frac{a}{x}$ について述べた文として**適切でないもの**を，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。ただし，比例定数 a は負の数とし，$x=0$ のときは考えないものとする。

ア　この関数のグラフは 2 つのなめらかな曲線になる。

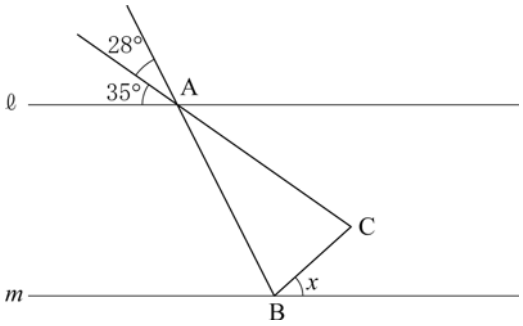
イ　x の変域が $x<0$ のとき，y は正の値をとり，x の値が増加すると y の値も増加する。

ウ　対応する x と y の値について，積 xy は一定で a に等しい。

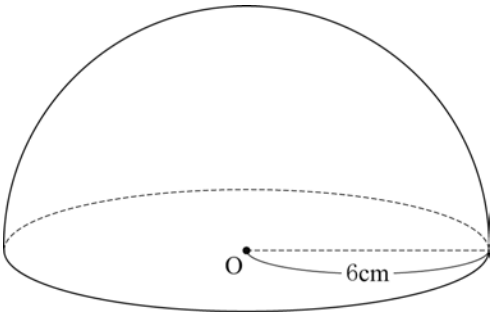
エ　この関数のグラフは $x>0$ の範囲で，x の値を大きくしていくと x 軸に近づき，いずれ x 軸と交わる。

問６　箱の中に同じ大きさの白玉がたくさん入っている。そこに同じ大きさの黒玉を 100 個入れてよくかき混ぜた後，その中から 34 個の玉を無作為に取り出したところ，黒玉が 4 個入っていた。この結果から，箱の中にはおよそ何個の白玉が入っていると考えられるか，求めなさい。

問７　下の図で，ℓ // m，AB＝AC のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問８　下の図の立体は，半径 6 cm の球を中心 O を通る平面で切った半球である。この半球の表面積を求めなさい。



2 次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1 異なる 4 つの自然数を小さい順に a，b，c，d とし，**図1**のように並べたとき，ab，cd，ac，bd の和を p とした。

次の文章は，p の値について考えているレンさんとメイさんの会話である。 **ア** ～ **オ** にあてはまる数を求めなさい。

レン：たとえば，**図2**のように，$a=1$，$b=5$，$c=6$，$d=11$ のときは

$$\begin{aligned} p&=ab+cd+ac+bd \\ &=1\times5+6\times11+1\times6+5\times11 \\ &=132 \end{aligned}$$

になるね。では，**図3**のように，$a=2$，$b=3$，$c=7$ で $p=150$ となるとき，d の値はいくらになるかな？

メイ：方程式をつくって，それを解くと $d=$ **ア** になるよ。

レン：では，**図4**のように，$a=3$，$d=9$ で $p=168$ となるとき，b と c の値はいくらになるかな？

メイ：同じ考え方で方程式をつくると，**イ** $(b+c)=168$ となり，$b+c=$ **ウ** になるよね。
条件を満たすのは，$b=$ **エ** ，$c=$ **オ**
だということがわかったよ。

図1

a	b
c	d

図2

1	5
6	11

図3

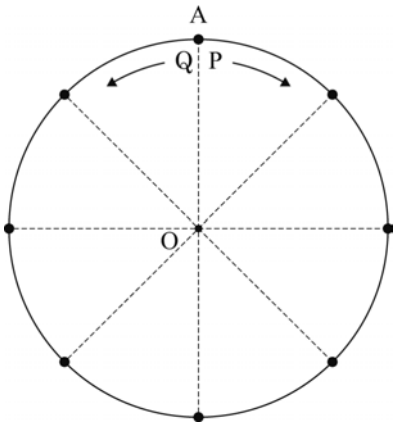
2	3
7	d

図4

3	b
c	9

問2 下の図は，円周の長さが 8 cm である円 O で，その円周上には円周を 8 等分した点がある。点 A はそのうちの 1 つであり，点 P，Q は，点 A を出発点として次の［**操作**］にしたがって円周上を移動させた点である。

［**操作**］
大小 2 つのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出た目の数を x，小さいさいころの出た目の数を y とする。点 P は時計回りに x cm，点 Q は反時計回りに y cm それぞれ点 A から移動させる。

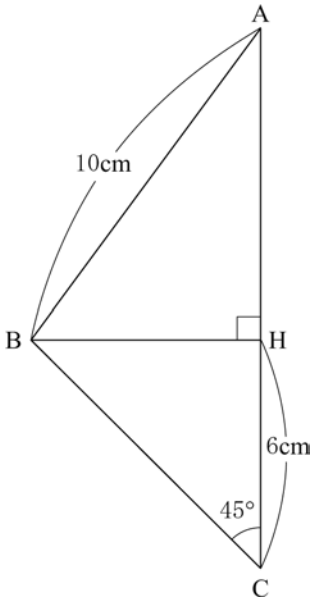


(1) $x=4$，$y=2$ となるとき，∠PAQ の大きさを求めなさい。

(2) ∠PAQ＝90 ° となる確率を求めなさい。

3 次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1 右の図の三角形 ABC で，頂点 B から辺 AC に垂線をひき，辺 AC との交点を H とする。AB＝10 cm，CH＝6 cm，∠BCH＝45 ° とするとき，次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。



(1) AH の長さを求めなさい。

(2) △ABC を，辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(3) △ABH を，辺 AH を軸として 1 回転させると円すいができる。この円すいの展開図をかいたとき，側面になるおうぎ形の中心角を求めなさい。

問2 下の図は，AB＝$\sqrt{3}$cm，BC＝3 cm の平行四辺形 ABCD である。辺 AD 上に AE＝1 cm となる点 E をとり，線分 BD と線分 CE の交点を F とするとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) △ABE と△CBD が相似になることを次のように証明した。［あ］には角，［い］には数，［う］には辺，［え］にはことばをそれぞれ入れなさい。

［証明］

△ABE と△CBD について

仮定より

∠BAE＝［あ］ ……①

また

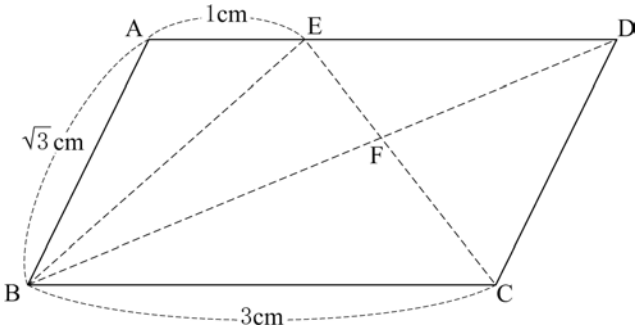
AE：CD＝1：［い］ ……②

AB：［う］＝$\sqrt{3}$：3

＝1：［い］ ……③

②，③から

AE：CD＝AB：［う］ ……④



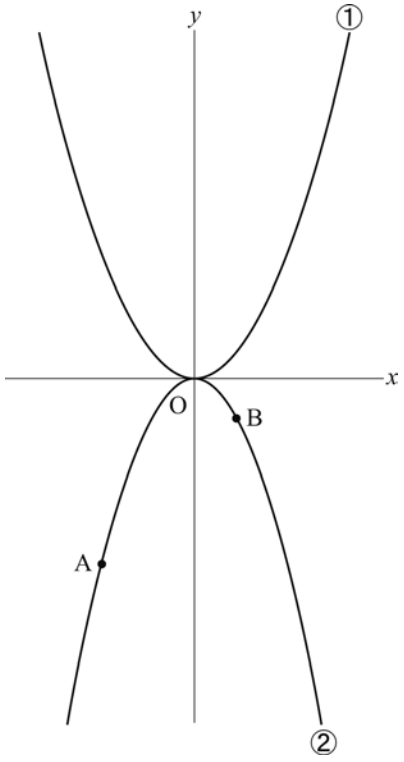
①，④から，2 組の辺の［え］とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABE∽△CBD

(2) △BCF の面積は△ABE の面積の何倍か，求めなさい。

数-20-公-青森-問-04

4 下の図で，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$，②は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。2 点 A，B は②上の点で x 座標がそれぞれ−4，2 である。次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。



問１　①の関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

問２　直線 AB の式を求めなさい。

問３　①上に x 座標が正である点 P をとる。また，点 P を通り，x 軸と平行な直線を引いたとき，y 軸との交点を C とする。点 P の x 座標を t としたとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 点 P の y 座標を t を用いて表しなさい。

(2) OC＋CP＝18 cm であるとき，点 P の座標を求めなさい。

数-20-公-青森-問-05

5 **図1**のように，直方体の形をした水の入っていない水そうが水平に固定されており，水そうの中にはPQ＝RS＝20 cm である長方形の仕切り①，②が底面に対して垂直に取り付けられている。それぞれの仕切りの高さは a cm と 21 cm であり，水面が仕切りの高さまで上昇すると水があふれ出て仕切りのとなり側に入る。**図2**は，この水そうを真上から見た図であり，仕切りで区切られたそれぞれの底面を左側から順に底面 A，B，C とする。マユさんは底面 A の真上にある給水口から一定の割合で 25 分間水を入れ続け，それぞれの底面上において水面の高さがどのように変化するか観察した。**図3**，**図4**は，そのようすを記録したノートの一部である。次の**問1**～**問4**に答えなさい。ただし，水そうや仕切りの厚さは考えないものとする。

図1

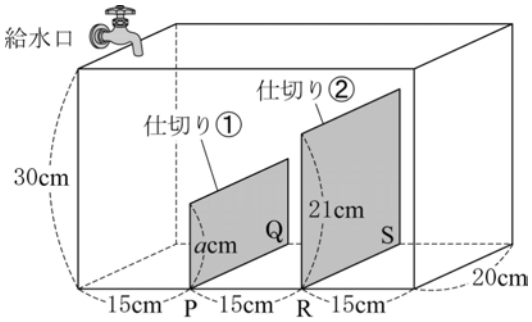


図2

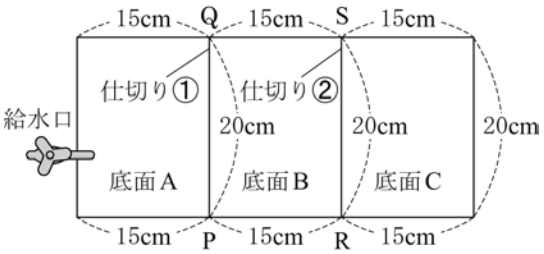


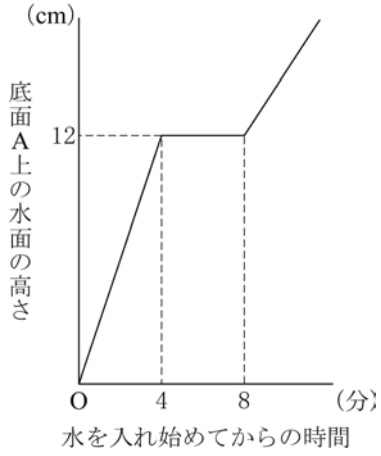
図3

水を入れ始めてからの時間 (分) と
底面 A，B 上の水面の高さ (cm) との関係を記録した表

水を入れ始めてからの時間(分)	底面A上の水面の高さ(cm)	底面B上の水面の高さ(cm)
0	0	0
1	㋐	0
4	12	0
5	12	㋑
㋒	18	18

図4

水を入れ始めてからの時間 (分) と
底面 A 上の水面の高さ (cm) との関係を表したグラフ

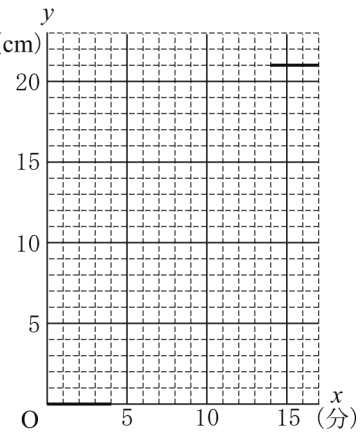


問1　仕切り①の a の値を求めなさい。

問2　**図3**の㋐～㋒にあてはまる数を求めなさい。

問３　**図５**は，水を入れ始めてから x 分後に底面 B 上の水面の高さが y cm となるとき，x と y の関係を表すグラフの一部である。x の変域が $4 \leqq x \leqq 14$ のとき，x と y の関係を表すグラフを**図５**にかき加えなさい。

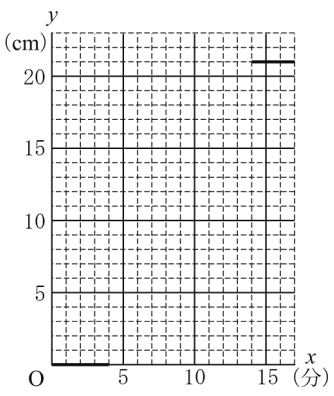
図５



問４　水を入れ始めてから 20 分後の，底面 C 上の水面の高さを求めなさい。

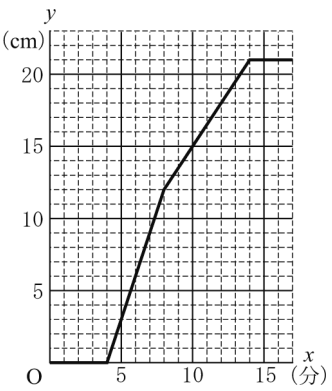
Ｒ２　青森県　公立　数学　解答用紙

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-20-公-青森-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６		個		
		問７		度		
		問８		cm^2		
数-20-公-青森-KY-02	2	問１	ア			
			イ			
			ウ			
			エ			
			オ			
		問２	(1)	度		
			(2)			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-20-公-青森-KY-03	3	問1	(1)	cm			
			(2)	cm^3			
			(3)	度			
		問2	(1)	㋐			
				㋑			
				㋒			
				㋓			
			(2)	倍			
数-20-公-青森-KY-04	4	問1					
		問2					
		問3	(1)				
			(2)				
数-20-公-青森-KY-05	5	問1	$a=$				
		問2	㋐				
			㋑				
			㋒				
		問3					
		問4	cm				

R２　青森県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-20-公-青森-K-01	1	問１	(1)	2	3	
			(2)	-5	3	
			(3)	$\frac{4}{5}y$	3	
			(4)	$-4a^2+18$	3	
			(5)	$-\sqrt{3}$	3	
		問２		$100a+50b=10c$	4	$10a+5b=c$ のように等式変形したものも正解とする。
		問３		$2\times3\times5^2$	4	$2\times3\times5\times5$ も正解とする。
		問４		$\begin{cases}x=-1\\y=4\end{cases}$	4	
		問５		エ	4	
		問６		750　個	4	
		問７		41　度	4	
		問８		108π　cm^2	4	
数-20-公-青森-K-02	2	問１	ア	13	2	
			イ	12	2	
			ウ	14	2	
			エ	6	2	
			オ	8	2	
		問２	(1)	45　度	2	
			(2)	$\frac{1}{9}$	3	

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-青森-K-03	3	問1	(1)	8 cm		2	
			(2)	168π cm^3		3	
			(3)	216 度		3	
		問2	(1)	㋐	∠BCD	1	
				㋑	$\sqrt{3}$	1	
				㋒	CB	1	
				㋓	比	1	
			(2)	$\frac{9}{5}$ 倍		4	1.8 も正解とする。
数-20-公-青森-K-04	4	問1	$0 \leqq y \leqq 3$			2	
		問2	$y=x-4$			2	
		問3	(1)	$\frac{1}{3}t^2$		3	
			(2)	(6, 12)		4	
数-20-公-青森-K-05	5	問1	$a=12$			2	
		問2	㋐	3		2	
			㋑	3		2	
			㋒	12		2	
		問3				3	
		問4	18 cm			4	

R２　青森県　公立　数学　解説

数-20-公-青森-KS-01

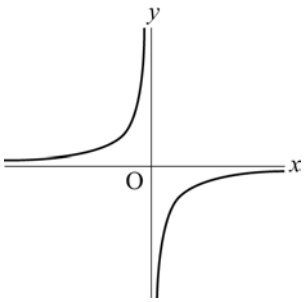
1　【小問集合】

〈青森県〉

①　**問１　(1)・(2)** 正負の数の計算，**(3)** 式の計算，**(4)** 多項式の計算，**(5)** 根号を含む式の計算，**問２** 数量の関係を表す式，**問３** 素因数分解，**問４** 連立方程式，**問５** 反比例，**問６** 標本調査，**問７** 平面図形，**問８** 空間図形

②　幅広い単元から出題されているが，どれも基礎レベルなのでミスをしないように基礎問題の練習を繰り返しておこう。

問５　比例定数 a は負の数なので，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフは右の図のようになる。



ア　図のとおり，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフは「双曲線」とよばれる 2 つのなめらかな曲線となるので，これは正しい。

イ　図のとおり，$x<0$ のとき，すなわち座標平面上の x 軸より左側において，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフはつねに y 軸より上側にある。よって，y は正の値をとる。また，グラフの形状から，x の値が増加すると y の値も増加することがわかるので，これは正しい。

ウ　$y=\frac{a}{x}$ の両辺に x をかけると $xy=a$ となり，積 xy は一定で a に等しいことがわかるので，これは正しい。

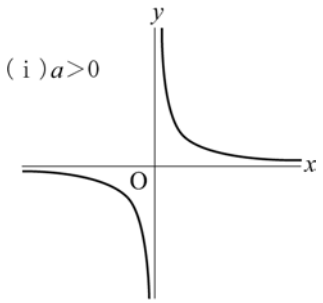
エ　図のとおり，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフは $x>0$ の範囲で，x の値を大きくしていくと y の値は増加し，x 軸に近づいていくことがわかる。しかし，$a\neq0$ だから x の値をどれだけ大きくしても，$\frac{a}{x}$ の値が 0 になることはないので，グラフは x 軸と交わらない。よって，これは適切でない。

ポイント》関数 $y=\frac{a}{x}$ (反比例)のグラフのまとめ

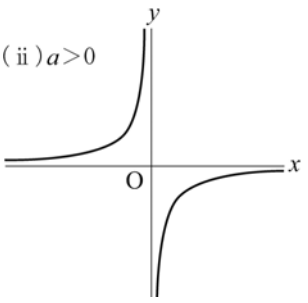
①　反比例のグラフは 2 つのなめらかな曲線である。
→ この曲線を「双曲線」という。

②　比例定数 a の正負によって，2 つの曲線の位置が異なる。

(ⅰ) $a>0$ のとき，x 軸と y 軸とで区切られた 4 つの部分の右上と左下にグラフが位置する。
→ グラフより，x の値が増加すると y の値は減少する。



(ⅱ) $a<0$ のとき，x 軸と y 軸とで区切られた 4 つの部分の右下と左上にグラフが位置する。
→ グラフより，x の値が増加すると y の値は増加する。



③　反比例のグラフはどれだけのばしても，x 軸，y 軸に限りなく近づくが，いずれとも交わらない。
→ x 軸，y 軸をこのグラフの「漸近線」という。

問６　箱の中の白玉と黒玉の合計数を x 個とおくと，「合計 x 個の中に 100 個の黒玉が入っている」ことになる。白玉と黒玉を無作為に計 34 個抽出すると，黒玉が 4 個入っていたので，

$\frac{100}{x}=\frac{4}{34}$　⇒　$x=850$(個)　よって，白玉はおよそ $850-100=750$(個)入っていると考えられる。

ポイント≫標本調査の考え方の基本は「割合」。

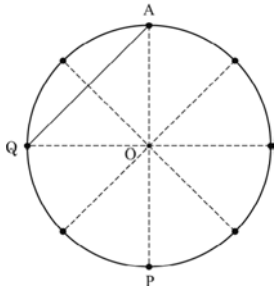
→「合計○個中の□個分」を $\frac{\square}{\bigcirc}$ という割合で考えるとわかりやすい。

数-20-公-青森-KS-02

2 【規則性・確率】

問2

ア 条件のとおりに点 P，Q を移動させると図のようになる。よって，



小さい方の$\overset{\frown}{PQ}$の長さは 2cm なので, 円周の長さ 8cm に対する$\frac{1}{4}$倍であることがわかる。よって，$\angle POQ=\frac{1}{4}\times 360°=90°$ なので,

$\overset{\frown}{PQ}$に対する円周角と中心角の関係により，$\angle PAQ=\frac{1}{2}\angle POQ=45°$

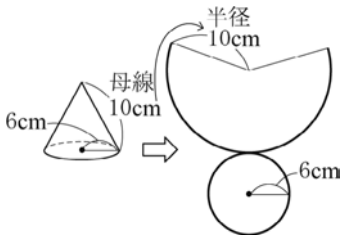
イ 半円の弧に対する円周角は 90°なので，∠PAQ＝90°となるのは線分 PQ が円 O の直径になるときである。よって，$(x,\ y)=(1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (6,\ 6)$の 4 通りなので，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

数-20-公-青森-KS-03

3 【平面図形・空間図形】

問1

(3) 円錐を展開すると側面はおうぎ形になる。そして，側面のおうぎ形の弧の長さと，底面の円の周の長さは等しくなる。底面は半径 6cm の円なので，その周は $2\times\pi\times 6=12\pi$ (cm)である。



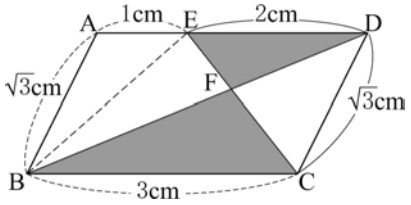
ここで，側面のおうぎ形の半径の長さは円錐における母線の長さに等しく 10cm なので，おうぎ形の中心角を x °とすると，弧の長さは，$2\times\pi\times 10\times\frac{x}{360}=\frac{1}{18}\pi x$(cm)である。

よって，$\frac{1}{18}\pi x=12\pi \Rightarrow x=216$ (°)

問2

(2) **(1)**より△ABE∽△CBD だから，その相似比は

AE：CD＝1：$\sqrt{3}$



よって, その面積比は △ABE：△CBD＝$1^2:(\sqrt{3})^2=1:3$ … ①

また，ED//BC より平行線と線分の比から,

BF：DF＝BC：DE＝3：2

よって，△BCF：△DCF＝3：2 ⇒ △BCF：△CBD＝3：5 … ②

①より，△ABE：△CBD＝5：15 ②より，△BCF：△CBD＝9：15 だから,

△ABE：△BCF＝5：9 よって，△BCF の面積は△ABE の面積の$\frac{9}{5}$倍である。

ポイント≫図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「平行四辺形」「△ABE∽△CBD」「△BCF の面積は△ABE の面積の何倍か」。

① 「△BCF の面積は△ABE の面積の何倍か」

・「何倍か」ということは面積の「比」が問われているということ！

② 「平行四辺形」

・「平行」から「同位角・錯角」「平行線と線分の比」を利用できることを想定する。

③ 「△ABE∽△CBD」

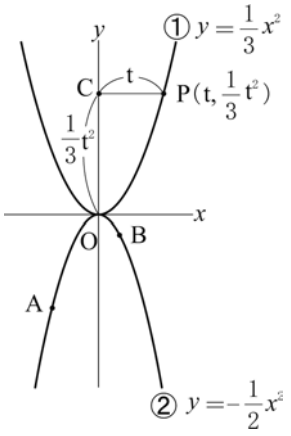
・「相似」から「比」を利用できることを想定する。

→以上のことから,「平行線と線分の比」「相似比と面積比の関係」を利用して解くという方針が立てられる！

数-20-公-青森-KS-04

4 【2 次関数】

問３



(1) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ…①上に点 P があるので,

$x=t$ を代入すると，$y=\frac{1}{3}t^2$

(2) CP は x 軸に平行なので，点 C の座標は $\left(0,\frac{1}{3}t^2\right)$ である。

よって，$OC=\frac{1}{3}t^2$(cm)，$CP=t$(cm)なので，$OC+CP=\frac{1}{3}t^2+t=18$

$\Rightarrow$ $(t+9)(t-6)=0$ $\Rightarrow$ $t>0$ より $t=6$

よって，**(1)**より点 P の y 座標は $\frac{1}{3}t^2=\frac{1}{3}\times6^2=12$

したがって，点 P の座標は (6，12) である。

ポイント》座標を文字でおく問題のポイント

具体的な数値が与えられているときと同様に処理していくことが重要！

たとえば, 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の $x=3$ である点の y 座標は, $y=\frac{1}{3}\times3^2=3$ というように求められる。

同様に，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の $x=t$ である点の y 座標は，$y=\frac{1}{3}t^2$ というように求められる。

数-20-公-青森-KS-05

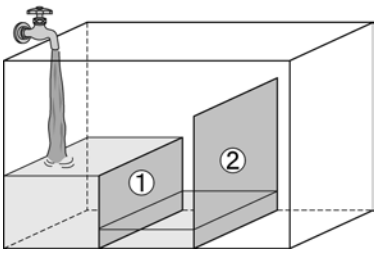
5 【関数の利用】

問１　**図４**のグラフから, 水を入れ始めてから 4 分後から 8 分後において, 底面 A 上の水面の高さが 12cm のまま一定になっていることに着目する。底面 A 上の水面の高さが変わらないということは，仕切り①の高さまで水が達したということなので，仕切り①の高さは，$a=12$ (cm)

問２　**図４**の，水を入れ始めてから 0 分後から 4 分後までのグラフに着目すると，その 4 分間で底面 A 上の水面の高さは 12 cm まで上昇しているので，1 分間あたりに $12\div4=3$ (cm)ずつ水面の高さが上昇していることがわかる。よって，㋐にあてはまる数は 3 である。

㋑については，仕切り①の高さまで水が達してからの底面 B 上の水面の高さを考えればよい。もし水が仕切り①をこえていくことなく底面 A 上に入り続けたら，それまでと同じく 1 分間あたりに 3cm ずつ水面の高さは上昇していたはずである。その水が仕切り①によって底面 B 上に流れていったので，底面 B 上の水面の高さは 1 分間あたりに 3 cm ずつ上昇することになる (**図６**)。よって，㋑にあてはまる数は 3 である。

図６

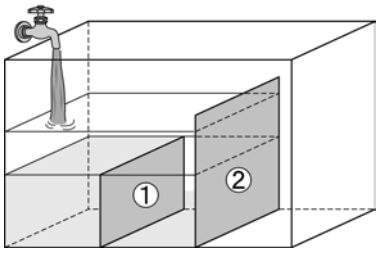


㋒については, 底面 B 上の水面の高さが仕切り①の高さまで達した後の状況を正しくとらえることが大切になる。まず，底面 B 上の水面の高さが仕切り①の高さまで達する時間は，底面 A がその高さまで達した時間と同じなので 4 分である。よって，水を入れ始めてから 8 分後に底面 A 上と底面 B 上の水位はどちらも 12cm になる。

その後は底面 B 上の水面だけでなく，底面 A 上の水面の高さも一緒に上昇していくことに注意する。よって，これまでの 2 倍の面積の底面 (底面 A と底面 B の両方) に対して水を入れていくことになるので, 1 分間あたりに上昇する水面の高さはこれまでの $\frac{1}{2}$ 倍，すなわち 1.5cm ずつになる (**図７**)。

よって，12cm から 18cm まで水面の高さが上がるのにかかる時間は，$(18-12)\div1.5=4$ (分)なので,

図７



水を入れ始めてから 8＋4＝12 (分後) に底面 A 上と底面 B 上の水面の高さはどちらも 18cm となる。
よって，㋒にあてはまる数は 12 である。

問３　**問２**の㋑より，底面 B 上の水面の高さは，水を入れ始めてから 4 分後から 8 分後までは 1 分間あたりに 3cm ずつ上昇する。よって，2 点 (4，0) から (8，12) までを通る直線をかく。

また，㋒より，その後は底面 A 上と底面 B 上の水面の高さが仕切り②に達するまでは，水面の高さは 1 分間あたりに 1.5cm ずつ上昇する。よって，そのときの底面 B 上の水面の高さを表す関数の式は，$x=8$ のとき $y=12$ かつ変化の割合が 1.5 である 1 次関数の式になる。

$y=ax+b$ に $x=8$，$y=12$，$a=1.5$ を代入すると，

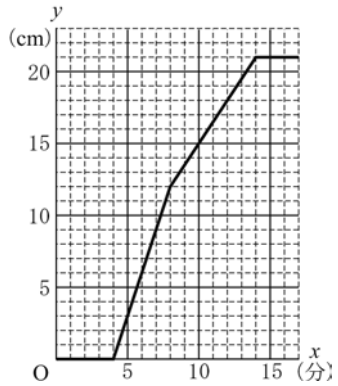
$12=1.5\times8+b \Rightarrow b=0$　よって，その式は $y=1.5x$ である。

仕切り②の高さは 21cm なので，この式に $y=21$ を代入すると，

$21=1.5x \Rightarrow x=14$ (分後) に底面 A 上と底面 B 上の水面の高さが仕切り②に達することがわかる。

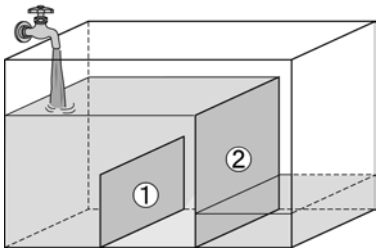
よって，2 点 (8，12) から (14，21) までを通る直線をかけば，**図８**のようなグラフが完成する。

図８



問４　**問３**より，底面 A 上と底面 B 上の水面が仕切り②まで達するのは 14 分後である。その後は底面 A 上と底面 B 上の水面の高さが上昇することはなく，水は仕切り②からあふれて底面 C 上に入りこむ。それまでは底面 A と底面 B の両方に対して水を入れていたが，その後は底面 C 上にのみ水を入れていくことになるので，水面の高さの変化の仕方は元に戻り，1 分間あたりに 3cm ずつ上昇することになる (**図９**)。よって，底面 C 上の水面の高さが仕切り②に達するまでには，21÷3＝7 (分)かかる。

図９



よって，水を入れ始めてから 14 分後から 21 分後までは，底面 C 上の水面の高さは 1 分間あたりに 3cm ずつ上昇する。よって，20 分後の底面 C 上の水面の高さは，3×(20－14)＝18 (cm)

ポイント》水そうのどの底面上に水がたまるかによって，1 分間あたりに上昇する水面の高さが変化することに注意する！ ちなみに，底面 C 上の水面の高さが仕切り②まで達した後は，底面 A と底面 B と底面 C のすべてに対して水を入れていくことになるので，水面の高さの変化の仕方は，

元の$\frac{1}{3}$倍，すなわち 1cm ずつになる。