Ｒ５　青森県　公立　数学　問題

数-23-公-青森-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の**(1)**～**(5)**を計算しなさい。

(1) $4-10$

(2) $(-2)^2\times3+(-15)\div(-5)$

(3)
$$\begin{array}{rl} & 6x^2-x-5 \\ -) & 2x^2+x-6 \end{array}$$

(4) $(6x^2y+4xy^2)\div2xy$

(5) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}-\dfrac{\sqrt{54}}{2}$

問２　縦が x cm，横が y cm の長方形がある。このとき，$2(x+y)$ は長方形のどんな数量を表しているか，書きなさい。

問３　右の表は，あるクラスの生徒 20 人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。記録が 20 m 以上 24 m 未満の階級の相対度数を求めなさい。また，28 m 未満の累積(るいせき)相対度数を求めなさい。

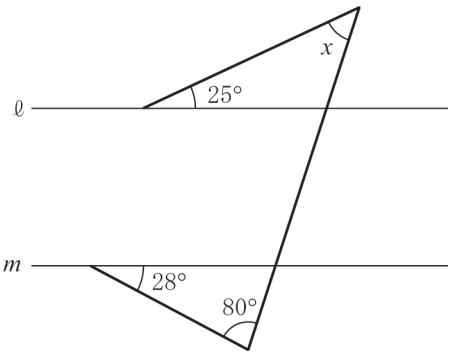
階級(m)	度数(人)
16以上 ～ 20未満	4
20 ～ 24	6
24 ～ 28	1
28 ～ 32	7
32 ～ 36	2
合計	20

問４　次の式を因数分解しなさい。

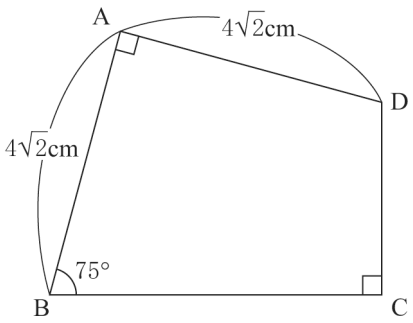
$3x^2-6x-45$

問５　関数 $y=ax+b$ について，x の値が 2 増加すると y の値が 4 増加し，$x=1$ のとき $y=-3$ である。このとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

問６　右の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問７　右の図で，辺 BC の長さを求めなさい。



問８　データの分布を表す値や箱ひげ図について述べた文として**適切でないもの**を，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　第２四分位数と中央値は，かならず等しい。

イ　データの中に極端にかけ離れた値があるとき，四分位範囲はその影響を受けにくい。

ウ　箱ひげ図を横向きにかいたとき，箱の横の長さは範囲 (レンジ) を表している。

エ　箱ひげ図の箱で示された区間には，全体の約 50%のデータがふくまれる。

数-23-公-青森-問-02

2 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

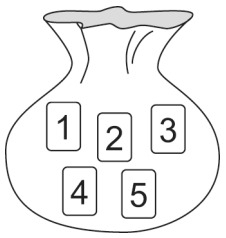
問１　下の図の点 A を，点 O を中心として，時計回りに 90 °回転移動させた点 B を作図によって求めなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

A •

•
O

問２　下の［**問題**］とそれについて考えているレンさんとメイさんの会話を読んで，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

［**問題**］右の図のように，1 から 5 までの数字が書かれた 5 枚のカードが袋の中に入っている。このカードをよくまぜてから 1 枚ずつ続けて 3 回取り出し，取り出した順に左から並べて 3 けたの整数をつくる。このとき，3 けたの整数が 350 以上になる確率を求めなさい。



レン　：　例えば，1 回目に 1，2 回目に 3，3 回目に 4 のカードを取り出したら，3 けたの整数は 134 で，これは［**問題**］の条件を満たさないよね。



メイ　：　3 けたの整数は全部で ㋐ 通りできるよ。
X の位に着目して考えてみてはどうかな。

レン　：　そうか。**X** の位が 3 のときは，条件を満たす整数がいくつかできるね。

メイ　：　あとは，他の 2 つの位がどのカードになるかを考えると，
X の位が 3 のとき，条件を満たす整数は ㋑ 通りできるよ。

レン　：　［**問題**］を解くためには，**X** の位が 3 のときだけではなく，
㋒ ，㋓ のときも考えなければいけないね。

メイ　：　そうだよ。そうやって少しずつ条件を整理して考えると，
確率を求めることができるんだ。

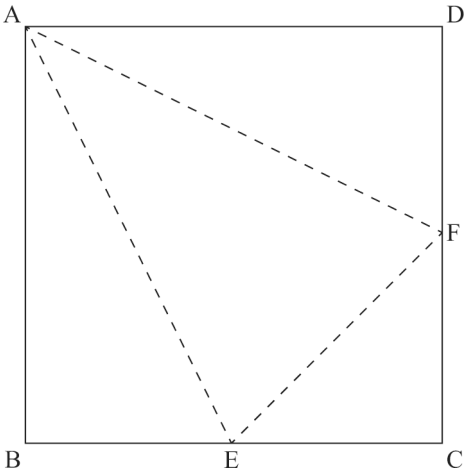
(1) ㋐ ～ ㋓ にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。また，**X** に共通してあてはまる位を書きなさい。

(2)［**問題**］を解きなさい。

数-23-公-青森-問-03

3 次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1 1辺の長さが 8 cm の正方形の紙 ABCD がある。右の図は，辺 BC，CD の中点をそれぞれ E，F とし，線分 AE，EF，FA で折ってできる三角錐(すい)の展開図である。次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。



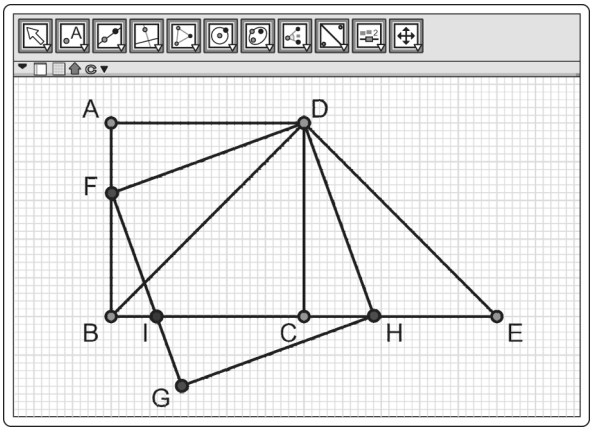
(1) 線分 AE の長さを求めなさい。

(2) 折ってできる三角錐について，次の①，②に答えなさい。

① 体積を求めなさい。

② △AEF を底面としたときの高さを求めなさい。

問2 下の図のように，作図ソフトで，正方形 ABCD と DB＝DE の直角二等辺三角形 DBE をかき，辺 AB 上に動く点 F をとる。また，線分 DF を 1 辺とする正方形 DFGH をかくと，点 H は辺 CE 上を動く点であることがわかった。辺 BC と辺 FG の交点を I とするとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。



(1) △DFB と△DHE が合同になることを次のように証明した。［あ］，［い］には式，［う］には適切な内容をそれぞれ書きなさい。

［証明］

△DFB と△DHE において

△DBE は二等辺三角形だから

DB＝DE ……①

四角形 DFGH は正方形だから

［あ］ ……②

また，2 つの直角三角形 DAF と DCH において

∠DAF＝∠DCH＝90 °，DF＝DH，DA＝DC であるから △DAF≡△DCH

したがって，∠ADF＝∠CDH であり

∠BDF＝45 °－∠ADF，∠EDH＝45 °－∠CDH であるから

［い］ ……③

①，②，③から

［う］がそれぞれ等しいので

△DFB≡△DHE

(2) AB＝5 cm，CH＝2 cm のとき，△FBI の面積を求めなさい。

数-23-公-青森-問-04

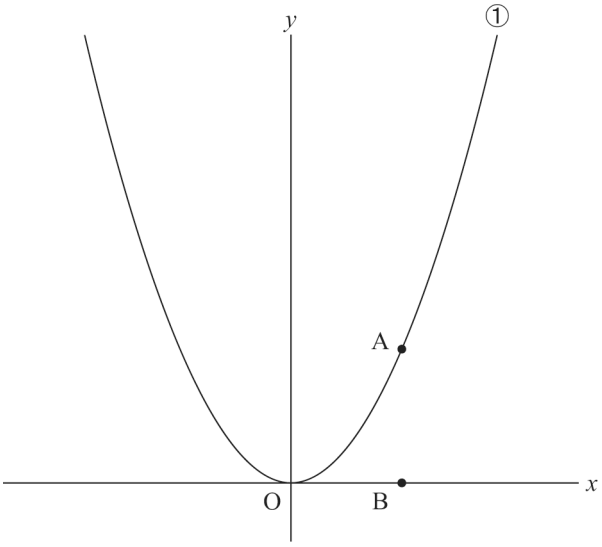
4 **図1**で，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフである。点 A は①上にあり，x 座標が 2 である。また，点 B は x 軸上にあり，x 座標は点 A の x 座標と同じである。次の**問1**，**問2**に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

問1　次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) $a=\frac{1}{2}$ のとき，点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 2 点 A，B 間の距離が 6 cm のとき，a の値を求めなさい。

図1

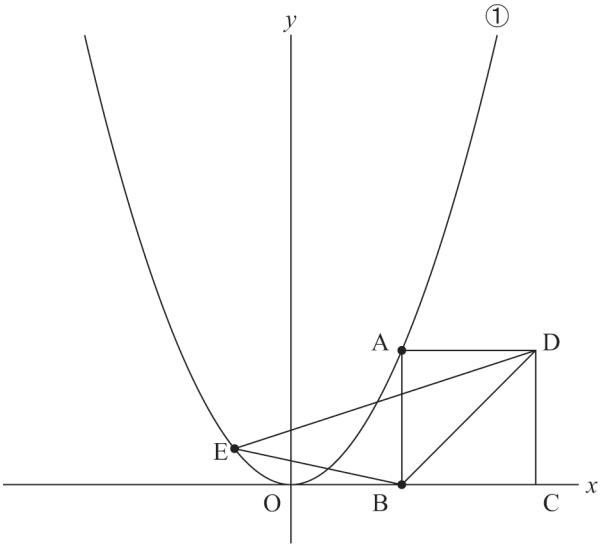


問2　**図2**は，**図1**に正方形 ABCD と△BDE をかき加えたもので，点 E は①上にあり，x 座標は−1 である。このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。ただし，点 C の x 座標は点 B の x 座標より大きいものとする。

(1) 2 点 B, D を通る直線の式を求めなさい。

(2) △BDE の面積が 80 cm^2 であるとき，a の値を求めなさい。

図2



数-23-公-青森-問-05

5 マユさんとリクさんは数学の授業で，下のように，ホワイトボードに書かれた**【問題】**を解いた。次の**問１**，**問２**に答えなさい。

【問題】
1 個 120 円のりんごと 1 個 150 円のなしがある。1 つの箱にりんごとなしを詰め合わせて，箱代 40 円をふくめて 6700 円になるとき，詰め合わせたりんごとなしの個数をそれぞれ求めなさい。ただし，次の〔条件〕を満たすこと。

〔条件〕りんごとなしを合わせて 50 個詰め合わせる。

〔マユさん〕
りんごを a 個とすると，なしは（ ㋐ ）個とすることができる。
a についての方程式をつくると，
$120a+150($ ㋐ $)+40=6700$ となる。
これを解くと，$a=28$ となるので，
りんご 28 個，なし 22 個

〔リクさん〕
りんごを a 個，なしを b 個とする。
a，b についての連立方程式をつくると，
㋑
これを解くと，$a=28$，$b=22$ となるので，
りんご 28 個，なし 22 個

問１ ㋐ ，㋑ にあてはまる式をそれぞれ書きなさい。

問２ **【問題】**を解いた後，先生からプリントが配られた。下は，マユさんが取り組んだプリントの一部である。次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

●【問題】の〔条件〕を，次の〔条件Ａ〕と〔条件Ｂ〕に変えて，その 2 つを満たすりんごとなしの個数をそれぞれ求めましょう！

〔条件Ａ〕りんごとなしはどちらも 18 個以上詰め合わせる。
〔条件Ｂ〕りんごとなしを合わせて 50 個より多く詰め合わせる。

〔解答〕

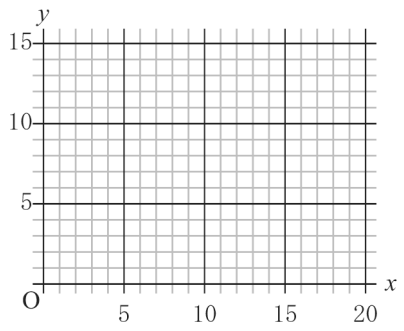
〔条件Ａ〕を満たすために，りんごとなしの個数をそれぞれ $(x+18)$ 個，$(y+18)$ 個とする。
（x，y は 0 以上の整数）

x，y についての二元一次方程式をつくると，

㋒ **＝6700 となる。**

㋓ **これを整理すると，$4x+5y=60$ となる。**
この式の解を座標とする点は，すべて 1 つの直線上にあるから，
〔条件Ａ〕を満たす x，y の値は，次の 4 組である。
$(x, y)=$ （ ， ），（ ， ），（ ， ），（ ， ）

㋔ **さらに，〔条件Ｂ〕を満たすのは，**
$(x, y)=$ （ ， ） だけだから，
りんご □ 個，なし □ 個となる。



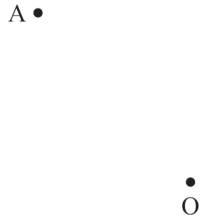
●今日の授業を通して，気づいたことを書きましょう！

(1) ㋒ にあてはまる式を書きなさい。

(2) ㋓，㋔の □ について，あてはまる座標や数をそれぞれ求めなさい。

Ｒ５　青森県　公立　数学　解答用紙

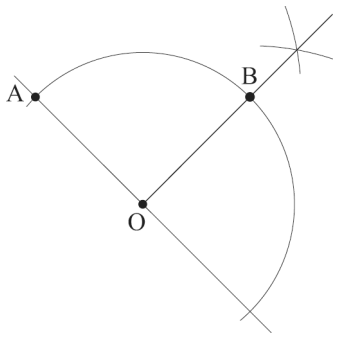
	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-青森-KI-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２				
		問３	相対度数			
			累積相対度数			
		問４				
		問５	$a=$			
			$b=$			
		問６	度			
		問７	cm			
		問８				

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-青森-KV-02	2	問1					
		問2	(1)	㋐			
				㋑			
				㋒			
				㋓			
				X			
			(2)				
数-23-公-青森-KV-03	3	問1	(1)		cm		
			(2)	①	cm^3		
				②	cm		
		問2	(1)	㋐			
				㋑			
				㋒			
			(2)		cm^2		
数-23-公-青森-KV-04	4	問1	(1)				
			(2)	$a=$			
		問2	(1)				
			(2)	$a=$			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-青森-KY-05	5	問1	㋐				
			㋑				
		問2	(1)				
			(2)	㋒	(　　, 　　), (　　, 　　), (　　, 　　), (　　, 　　)		
				㋓	(　　, 　　) りんご [　　] 個，なし [　　] 個		

Ｒ５　青森県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-青森-ｋ01	1	問１	(1)	-6	3	
			(2)	15	3	
			(3)	$4x^2-2x+1$	3	
			(4)	$3x+2y$	3	
			(5)	$-\sqrt{6}$	3	
		問２	(例)　周の長さ		4	内容が適切であれば正解とする。
		問３	相対度数	0.30	2	相対度数は，0.3 でも正解とする。
			累積相対度数	0.55	2	
		問４	$3(x+3)(x-5)$		4	
		問５	2		2	
			-5		2	
		問６	47　〔度〕		4	
		問７	$4\sqrt{3}$　〔cm〕		4	
		問８	**ウ**		4	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-青森-K 02		問１	(例) 			3	
	2	問２	(1)	㋐	60	2	
				㋑	3	2	
				㋒	4	3	両方できて正解とする。(順不同)
				㋓	5		
				X	百	2	
			(2)	$\frac{9}{20}$		3	
数-23-公-青森-K 03		問１	(1)	$4\sqrt{5}$　〔cm〕		2	
			(2)	①	$\frac{64}{3}$　〔cm^3〕	2	
				②	$\frac{8}{3}$　〔cm〕	3	
	3	問２	(1)	㋐	DF＝DH	2	
				㋑	∠BDF＝∠EDH	2	
				㋒	2 組の辺とその間の角	2	
			(2)	$\frac{9}{5}$　〔cm^2〕		3	
数-23-公-青森-K 04		問１	(1)	2		2	
			(2)	$\frac{3}{2}$		2	
	4	問２	(1)	$y=x-2$		3	
			(2)	5		4	

	問題番号		解答			配点	備考
数-23-公-青森-K-05	5	問1	㋐	$50-a$		2	
			㋑	$\begin{cases} a+b=50 \\ 120a+150b+40=6700 \end{cases}$		2	
		問2	(1)	$120(x+18)+150(y+18)+40$		3	
			(2)	㋒	(0，12)，(5，8)，(10，4)，(15，0)	4	順不同とする。
				㋓	(15，0) りんご［ 33 ］〔個〕，なし［ 18 ］〔個〕	4	

R５　青森県　公立　数学　解説

数-23-公-青森-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(2)** $(-2)^2\times3+(-15)\div(-5)=(-2)\times(-2)\times3+(-15)\div(-5)=12+3=15$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

(4) $(6x^2y+4xy^2)\div2xy=(6x^2y+4xy^2)\times\dfrac{1}{2xy}=\dfrac{6x^2y}{2xy}+\dfrac{4xy^2}{2xy}=3x+2y$

問３　20 m 以上 24 m 未満の階級の度数は 6 人だから，相対度数は，$\dfrac{6}{20}=0.30$

28 m 未満の人数は 4＋6＋1＝11 (人)だから，累積相対度数は，$\dfrac{11}{20}=0.55$

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数$=\dfrac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

問４　$3x^2-6x-45=3(x^2-2x-15)=3(x+3)(x-5)$

問５　x の値が 2 増加すると y の値が 4 増加することから，そのときの変化の割合は，$\dfrac{4}{2}=2$

関数 $y=ax+b$ は一次関数だから，変化の割合はつねに一定で，a の値と等しいから，$a=2$

よって，$y=2x+b$ に $x=1$，$y=-3$ を代入すると，$-3=2\times1+b$　　$b=-5$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[定義] 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→ 変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→ 変化の割合は区間により変化するため，[定義]を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問６　**図１**のように，各点を定義する。△DEF の内角と外角の関係より，

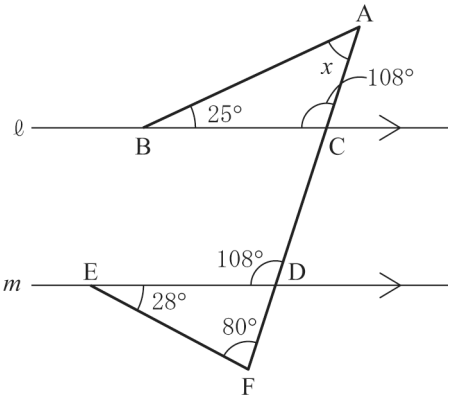
∠CDE＝28°＋80°＝108°

$\ell\ /\!/\ m$ より，同位角は等しいから，

∠ACB＝∠CDE＝108°

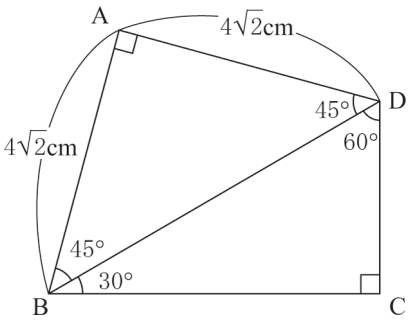
△ABC の内角の和より，∠x＝180°－(25°＋108°)＝47°

図１



問７　**図２**のように，B，D を結ぶと，△ABD は直角二等辺三角形だから，∠ABD＝45°，BD＝$\sqrt{2}$ AB＝$\sqrt{2}\times4\sqrt{2}$ ＝8(cm)
∠DBC＝75°－45°＝30°より，△BCD は，30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，BD：BC＝2：$\sqrt{3}$
BC＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$ BD＝$\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$ (cm)

図２



問８　**イ**　四分位数は，データを小さい方から順に並べたときの順位によって決まるから，極端にかけ離れた値（「外れ値」という）による影響を受けにくい。よって，第 1 四分位数と第 3 四分位数の差である四分位範囲も影響を受けにくいから，適切である。

ウ　箱ひげ図を横向きにかいたとき，箱の横の長さは四分位範囲を表している。よって，適切でない。なお，範囲を表すのはひげの端から端までの長さである。

エ　四分位数によって，データは小さい方から順に 4 区間に分割されるから，その 1 区間には全体の約 25%のデータがふくまれている。よって，箱ひげ図の箱で示された 2 区間には，全体の約 50%のデータがふくまれるので，適切である。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

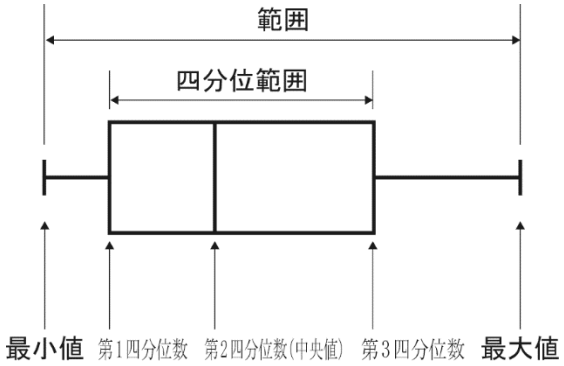
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-23-公-青森-KS-02

2　【作図，確率】

問１　OA＝OB，∠AOB＝90°となる点 B を作図すればよい。

問２　(1) **図１**より，百の位が 1 である 3 けたの整数は，12 通りできる。
百の位が 2，3，4，5 であっても同様の樹形図がかけるから，できる 3 けたの整数は，全部で 12×5＝60(通り)

あ

…60

3 けたの整数が 350 以上になるのは，「3 5 ? 」「4 ? ? 」「5 ? ? 」の場合なので，まずは百の位に着目するのがよい。

X

…百　

う

…4　

え

…5

図１

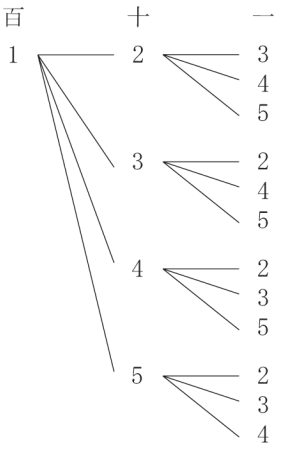
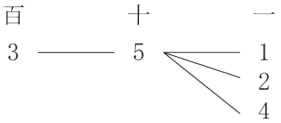


図２より，百の位が 3 で，350 以上である 3 けたの整数は，3 通りできる。

い

…3

図２



(2) **(1)**より，350 以上の 3 けたの整数は，百の位が 3 のとき 3 通り，百の位が 4，5 のとき，ともに 12 通りできるから，求める確率は，$\frac{3+12+12}{60}=\frac{9}{20}$

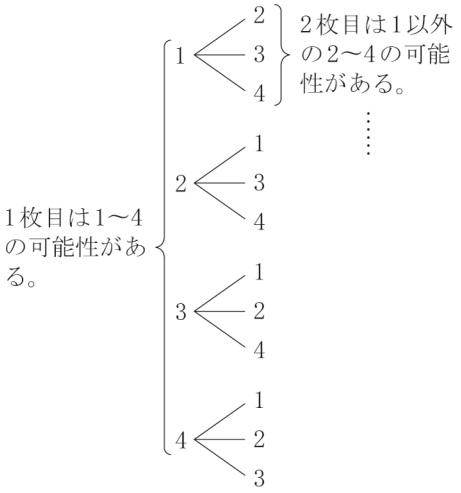
ポイント≫確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

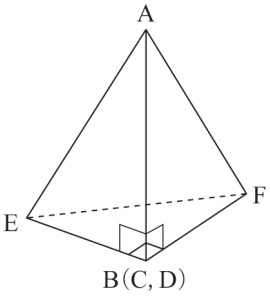
④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



3 【空間図形，平面図形】

問1 **(1)** △ABE で三平方の定理より，$AE^2=AB^2+BE^2=8^2+4^2=80$
$AE>0$ より，$AE=4\sqrt{5}$ cm

図1

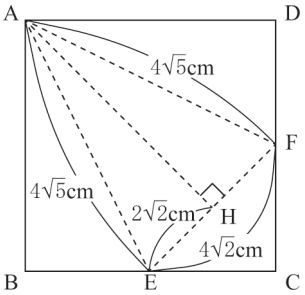


(2) ① ∠ABE＝∠ADF＝∠ECF＝90°だから，折ってできる三角錐は，**図1**のように，AB⊥面 BFE となる。よって，その体積は，

$\triangle BFE\times AB\times\frac{1}{3}=4\times4\times\frac{1}{2}\times8\times\frac{1}{3}=\frac{64}{3}\,(cm^3)$

② **図2**のように，△AEF は，$AE=AF=4\sqrt{5}$ cm，
$EF=\sqrt{2}\,EC=4\sqrt{2}$ (cm)の二等辺三角形である。頂点 A から底辺 EF に垂線 AH をおろすと，三平方の定理より，$AH^2+EH^2=AE^2$
$AH^2+(2\sqrt{2})^2=(4\sqrt{5})^2$　　$AH^2=72$　　$AH>0$ より，$AH=6\sqrt{2}$ cm
よって，$\triangle AEF=EF\times AH\times\frac{1}{2}=4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=24\,(cm^2)$
三角錐の底面を△AEF としたときの高さを $h$cm とすると，
$\triangle AEF\times h\times\frac{1}{3}=\frac{64}{3}$　　$24\times h\times\frac{1}{3}=\frac{64}{3}$　　$h=\frac{8}{3}$ cm

図2

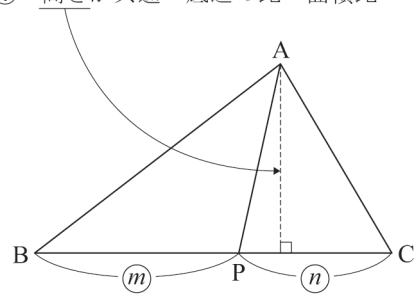


問2 **(2)** △DAF と△DCH で，∠DAF＝∠DCH＝90°，AD＝CD，DF＝DH　　よって，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから，△DAF≡△DCH　　したがって，AF＝CH＝2 cm だから，
FB＝AB－AF＝5－2＝3(cm)
△FBI と△DCH で，∠FBI＝∠DCH＝90°，FG // DH より，同位角は等しいので，∠FIB＝∠DHC
よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△FBI∽△DCH
したがって，その面積比は $FB^2:DC^2=3^2:5^2=9:25$ より，

$\triangle FBI=\frac{9}{25}\triangle DCH=\frac{9}{25}\times\left(CH\times DC\times\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{25}\times2\times5\times\frac{1}{2}=\frac{9}{5}\,(cm^2)$

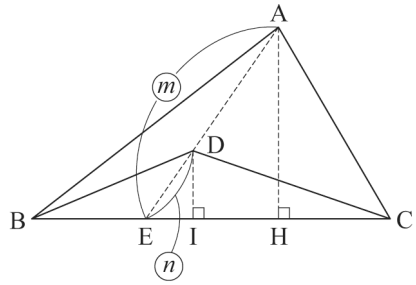
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



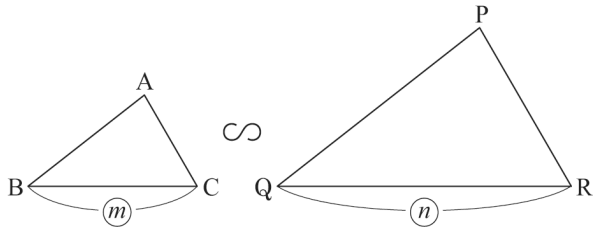
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-23-公-青森-KS-04

4　【関数のグラフと図形】

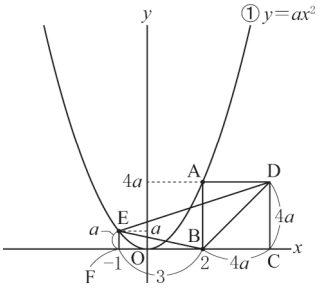
問１　**(1)** 点 A は x 座標が 2 で，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるので，y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

(2) 点 B の y 座標が 0 で，AB＝6 cm だから，点 A の y 座標は 6 である。点 A(2，6)が関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，$6=a\times 2^2$　　$a=\frac{3}{2}$

問２　**(1)** **図１**のように，2 点 A，E は，x 座標がそれぞれ 2，−1 であり，ともに関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあることから，y 座標はそれぞれ，$y=a\times 2^2=4a$，$y=a\times(-1)^2=a$ である。よって，AB＝$4a$ より，BC＝CD＝$4a$

したがって，直線 BD の傾きは，$\frac{4a}{4a}=1$ だから，その式は $y=x+b$ とおける。点 B(2，0)を通ることから，$0=2+b$　　$b=-2$
すなわち，直線 BD の式は，$y=x-2$

図１



(2) **図１**のように，点 E から x 軸に垂線 EF をおろすと，四角形 EFCD は台形になる。その面積は，
$(EF+DC)\times FC\times\frac{1}{2}=(a+4a)\times(3+4a)\times\frac{1}{2}=10a^2+\frac{15}{2}a$

△EFB＝FB×EF×$\frac{1}{2}$＝$3\times a\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}a$，△DBC＝BC×DC×$\frac{1}{2}$＝$4a\times 4a\times\frac{1}{2}=8a^2$

よって，△BDE＝(台形 EFCD)−△EFB−△DBC＝$10a^2+\frac{15}{2}a-\frac{3}{2}a-8a^2=2a^2+6a$

これが 80 cm^2 であるから，$2a^2+6a=80$　　これを整理すると，$a^2+3a-40=0$

$(a+8)(a-5)=0$　　$a>0$ より，$a=5$

数-23-公-青森-KS-05

5　【式の利用】

問２　**(2)** 二元一次方程式 $4x+5y=60$ を y について解くと，

$y=-\frac{4}{5}x+12$

この直線を座標平面上にかくと，**図１**のようになる。この直線上の点で，x 座標と y 座標がともに整数であるものは 4 つあり，その整数$(x，y)$の組は，(0，12)，(5，8)，(10，4)，(15，0)　…㋕
よって，りんごとなしの個数$(x+18，y+18)$の組は，(18，30)，(23，26)，(28，22)，(33，18)であり，そのうち**〔条件Ｂ〕**を満たすのは，(33，18)のみである。
したがって，$x+18=33$，$y+18=18$ より，$(x，y)=(15，0)$
また，りんご 33 個，なし 18 個　…㋔

図１

