Ｒ６　青森県　公立　数学　問題

数-24-公-青森-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)を計算しなさい。

(1)　$4-(-1)$

(2)　$8\times(-3)\div 4$

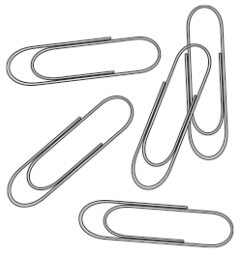
(3)　$(9x-6y)\div\left(-\dfrac{3}{2}\right)$

(4)　$\dfrac{2x+y-1}{3}-\dfrac{3x-2y+3}{5}$

(5)　$(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{24}-\sqrt{8})$

問２　数直線上で，3 からの距離が 4 である数を 2 つ書きなさい。

問３　右の図のような同じ大きさのクリップが箱の中にたくさん入っている。24 個取り出して印をつけた後，すべて箱に戻してよくかき混ぜた。その中から 35 個のクリップを無作為に取り出したところ，印のついたクリップは 2 個であった。この結果から，箱の中にはおよそ何個のクリップが入っていると考えられるか，求めなさい。

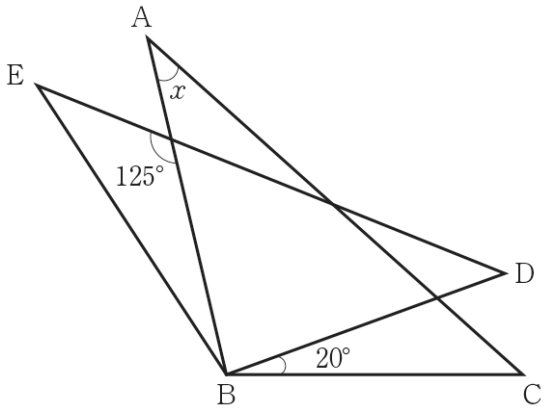


問４　次の式を展開しなさい。

$\left(\dfrac{1}{3}x+3\right)^2$

問５　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 16$ である。このとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

問６　下の図で，△ABC≡△EBD である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問７　次のことがらは正しいが，その逆は正しくない。正しくないことを示すための反例を 1 つ書きなさい。

$x=3$，$y=1$ ならば，$x+y=4$ である。

問８　方程式 $2x+y=3$ について述べた文として**適切でないもの**を，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　この方程式では，x の値を 1 つ決めると，それに対応して y の値がただ 1 つに決まる。

イ　この方程式を成り立たせる x，y の値の組は無数にある。

ウ　この方程式のグラフは点（1，1）を通る。

エ　この方程式のグラフは点（0，3）を通り，傾き 2 の直線と一致する。

2 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ 右の表は，X 中学校と Y 中学校の生徒の通学時間を度数分布表に整理したものである。次の(1)，(2)に答えなさい。

階級(分)	度数(人)	
	X 中学校	Y 中学校
$0^{以上}$ ～ $5^{未満}$	1	2
5 ～ 10	3	5
10 ～ 15	5	10
15 ～ 20	7	8
20 ～ 25	4	7
25 ～ 30	0	3
合計	20	35

(1) Y 中学校について，中央値がふくまれる階級を書きなさい。

(2) この度数分布表から読み取れることとして適切なものを，次の**１**～**４**の中から１つ選び，その番号を書きなさい。

１ 通学時間が 15 分未満の生徒が，X 中学校では 4 人いる。

２ 通学時間の最大値は，X 中学校の方が Y 中学校より大きい。

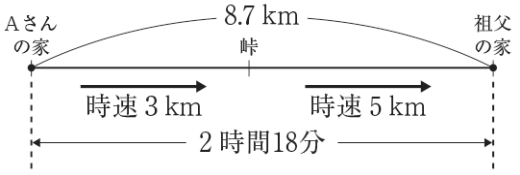
３ 通学時間が 20 分以上 25 分未満の階級の相対度数は，どちらの中学校も等しい。

４ 通学時間が 20 分未満の生徒の全体に対する割合は，X 中学校の方が Y 中学校より小さい。

問２ 下の［**問題**］とそれについて考えているレンさんとメイさんの会話を読んで，次の(1)，(2)に答えなさい。

［**問題**］A さんは，峠（とうげ）を越えて 8.7 km 離れた祖父の家に行くのに，A さんの家から峠までは時速 3 km，峠から祖父の家までは時速 5 km で歩いたら，合計 2 時間 18 分かかった。A さんの家から峠までの道のりと，峠から祖父の家までの道のりはそれぞれ何 km か，求めなさい。

レン　：　［**問題**］にある数量の関係を**図**に表してみたよ。ただ，求めたい道のりの他に，歩いたそれぞれの時間もわからないね。



メイ　：　それなら，**表**にして整理してみよう。求めたい道のりは 2 つだから，それぞれ x，y と文字にしたらどうかな。

表

	A さんの家から峠まで	峠から祖父の家まで	合計
道のり	x km	y km	8.7 km
速さ	時速 3 km	時速 5 km	
時間	㋐ 時間	㋑ 時間	㋒ 時間

レン：道のりについて，x，y を用いた方程式がつくれるね。

メイ：そうだね。その他に，もう 1 つ方程式をつくれるよ。

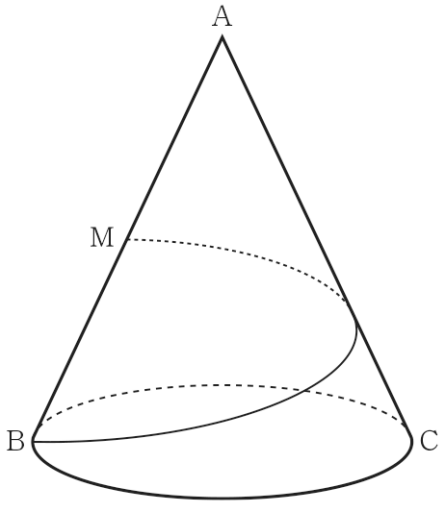
(1) ［あ］，［い］にあてはまる式をそれぞれ書きなさい。また，［う］にあてはまる数を書きなさい。

(2) ［**問題**］を解きなさい。

数-24-公-青森-問-03

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ 右の図は，底面の半径が 1 cm，高さが $2\sqrt{2}$ cm の円錐（すい）である。母線 AB の中点を M とし，点 B から点 M まで，円錐の側面にそって母線 AC を通り，最も短くなるように糸をかける。次の(1)～(3)に答えなさい。

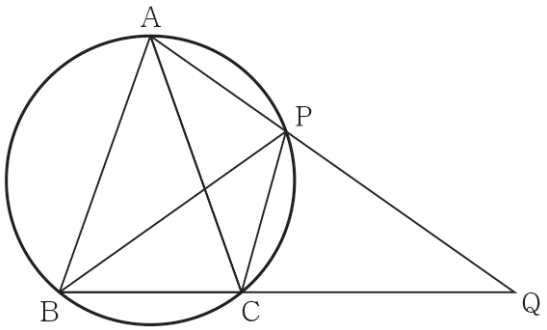


(1) 母線 AB の長さを求めなさい。

(2) この円錐の展開図をかいたとき，側面になるおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(3) 糸の長さを求めなさい。

問２　下の図のように，3 点 A, B, C を通る円があり，△ABC は AB＝AC＝5 cm の二等辺三角形である。点 P は点 B をふくまない$\overset{\frown}{AC}$上を動く点であり，直線 AP と直線 BC の交点を Q とする。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。



(1) △ABP と△AQB が相似になることを次のように証明した。［あ］～［う］にあてはまる角をそれぞれ書きなさい。

［証明］

△ABP と△AQB において

共通な角だから

　∠BAP＝∠QAB　　……①

△ABC は二等辺三角形だから

　∠ABC＝［あ］　　……②

円周角の定理より

　［あ］＝［い］　　……③

②，③から

　［い］＝［う］　　……④

①，④から

2 組の角がそれぞれ等しいので

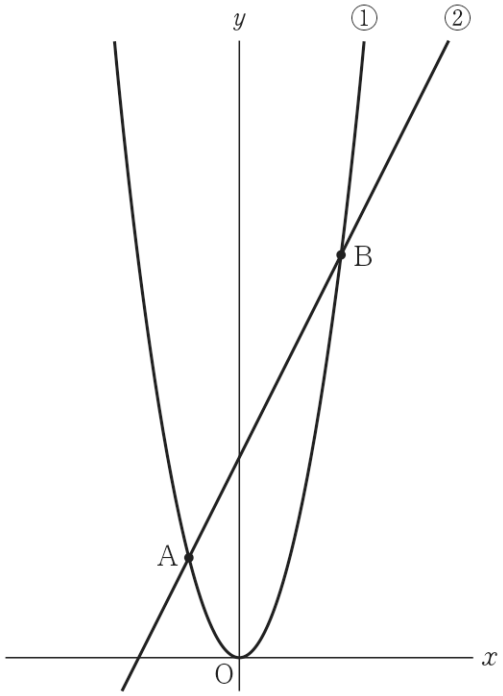
△ABP∽△AQB

(2) 点 P が線分 AQ の中点になるとき，線分 AP の長さを求めなさい。

4 **図１**で，①は関数 $y=2x^2$ のグラフであり，2 点 A，B は①上の点で x 座標がそれぞれ -1，2 である。また，②は 2 点 A，B を通る直線である。次の**問１～問３**に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

問１　点 A の y 座標を求めなさい。

図１

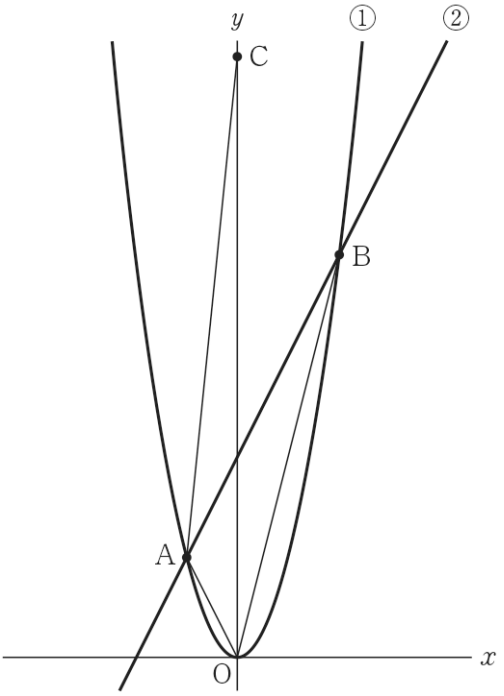


問２　線分 AB の長さを求めなさい。

問３　**図２**は，**図１**に面積の等しい△AOB と△AOC をかき加えたものである。点 C は y 軸上の点で，y 座標が正であるとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 点 C の座標を求めなさい。

図２



(2) 点 A と 2 点 B，C を通る直線との距離を求めなさい。

5 下の**【自由研究】**は，マユさんが冬休みの課題として提出したものの一部である。次の**問１**，**問２**に答えなさい。

【自由研究】

対角線の本数の求め方を応用して

１　研究の動機

私は，生徒会でスポーツ大会を担当しています。試合の組み合わせを考えていたとき，数学で学習した「正多角形の対角線の本数を調べる」の考え方を，スポーツ大会の試合数の計算に生かせるのではないかと思い，研究することにしました。

２　研究の方法

①「正多角形の対角線の本数」の求め方を復習し，正 n 角形では何本の対角線をひけるのかを考え，これを n を用いた文字式で表します。

② ①の考え方や文字式を活用して，バドミントンの個人戦で，n 人の選手が他の選手全員と１回ずつ試合をするときの試合数を計算します。

３　結果

① 正 n 角形の対角線の本数

正多角形とその対角線の本数の関係

正多角形	正方形	正五角形	正六角形	……	正 n 角形
対角線の本数（本）	2	㋐	9	……	$\frac{(n-3)\times n}{2}$

〔正 n 角形のときの考え方〕

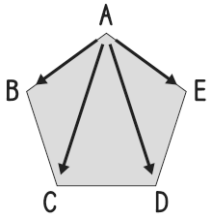
１つの頂点からは，その頂点と隣り合う頂点以外の $(n-3)$ 個の頂点との間に対角線をひくことができます。頂点は全部で n 個あるので，対角線の本数を表す式は $(n-3)\times n$ であると考えましたが，それでは［　㋑　］ことになるため，$\frac{(n-3)\times n}{2}$ が対角線の本数を表す式になります。

② n 人の選手の試合数

5 人の選手が他の選手全員と１回ずつ試合をするとき，下の図のように，選手 A は対角線でつないだ選手 C，D の他に，辺でつないだ選手 B，E とも試合をするので

$\frac{4\times 5}{2}$

つまり，選手が 5 人のときの試合数は 10 試合となります。



人数と試合数の関係

人数（人）	4	5	6	7	……	n
試合数（試合）	6	10	㋒	21	……	$\frac{㋓}{2}$

〔n 人のときの考え方〕

以上のことから，

n 人の選手が他の選手全員と１回ずつ試合をするときの試合数を，n を用いた文字式で表すと，

問１　**【自由研究】**「**３　結果**」の①について，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)［　㋐　］にあてはまる数を書きなさい。

(2)［　㋑　］に適切な内容を書きなさい。

問２　【自由研究】「３ 結果」の②について，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) ［ う ］にあてはまる数を書きなさい。また，［ え ］にあてはまる式を書きなさい。

(2) 試合数が 66 試合のとき，選手の人数を求めなさい。

Ｒ６　青森県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-青森-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２				
		問３	個			
		問４				
		問５	$a=$			
			$b=$			
		問６	度			
		問７				
		問８				
数-24-公-青森-KY-02	2	問１	(1)	分以上　　分未満		
			(2)			
		問２	(1)	㋐		
				㋑		
				㋒		
			(2)	A さんの家から峠まで　km / 峠から祖父の家まで　km		

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-青森-KY-03	3	問1	(1)	cm			
			(2)	度			
			(3)	cm			
		問2	(1)	㋐			
				㋑			
				㋒			
			(2)	cm			
数-24-公-青森-KY-04	4	問1					
		問2		cm			
		問3	(1)				
			(2)	cm			
数-24-公-青森-KY-05	5	問1	(1)				
			(2)				
		問2	(1)	㋒			
				㋓			
			(2)	人			

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-青森-K-01	1	問１	(1)	5	3	
			(2)	-6	3	
			(3)	$-6x+4y$	3	
			(4)	$\dfrac{x+11y-14}{15}$	3	
			(5)	8	3	
		問２		-1　　7	4	順不同とする。
		問３		420　〔個〕	4	
		問４		$\dfrac{1}{9}x^2+2x+9$	4	
		問５		$a=4$	2	
				$b=0$	2	
		問６		35　〔度〕	4	
		問７		(例)　$x=2$，$y=2$	4	内容が適切であれば正解とする。
		問８		エ	4	
数-24-公-青森-K-02	2	問１	(1)	15　〔分以上〕　20　〔分未満〕	2	
			(2)	3	3	
		問２	(1) ㋐	$\dfrac{x}{3}$	2	
			(1) ㋑	$\dfrac{y}{5}$	2	
			(1) ㋒	2.3	2	
			(2)	〔A さんの家から峠まで〕　4.2　〔km〕 / 〔峠から祖父の家まで〕　4.5　〔km〕	3	両方できて正解とする。

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-青森-K-03	3	問1	(1)	3 〔cm〕		2	
			(2)	120 〔度〕		2	
			(3)	$\frac{3\sqrt{7}}{2}$ 〔cm〕		3	
		問2	(1)	㋐	∠ACB	2	
				㋑	∠APB	2	
				㋒	∠ABQ	2	
			(2)	$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 〔cm〕		4	
数-24-公-青森-K-04	4	問1	2			2	
		問2	$3\sqrt{5}$ 〔cm〕			3	
		問3	(1)	(0, 12)		3	
			(2)	$\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 〔cm〕		4	
数-24-公-青森-K-05	5	問1	(1)	5		2	
			(2)	(例) すべての対角線を2回ずつ数える		3	内容が適切であれば正解とする。
		問2	(1)	㋒	15	2	
				㋓	$n(n-1)$	3	
			(2)	12 〔人〕		4	

数-24-公-青森-KS-01

1　【小問集合】

問１　(4) $\dfrac{2x+y-1}{3}-\dfrac{3x-2y+3}{5}=\dfrac{5(2x+y-1)}{15}-\dfrac{3(3x-2y+3)}{15}=\dfrac{5(2x+y-1)-3(3x-2y+3)}{15}$

$=\dfrac{10x+5y-5-9x+6y-9}{15}=\dfrac{x+11y-14}{15}$

(5) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{24}-\sqrt{8})=(\sqrt{6}+\sqrt{2})(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})=2(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2\times(6-2)=2\times4=8$

問２　3 からの距離が 4 である数は，$3-4=-1$，$3+4=7$ の 2 つである。

問３　箱の中に入っていたクリップの個数を x 個とする。

すべてのクリップ x 個のうち，24 個に印をつけたので，母集団と印をつけたクリップの個数の比は $x:24$ …①

また，無作為に取り出したクリップ 35 個のうち，2 個に印がついていたので，標本と印がついたクリップの個数の比は 35 : 2 …②

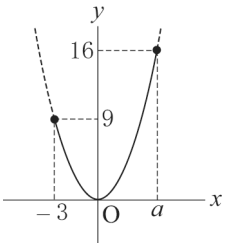
①，②の比が等しいと考えると，$x:24=35:2$ より，$x=420$　　よって，箱の中にはおよそ 420 個のクリップが入っていると考えられる。

問５　関数 $y=x^2$ で，$x=-3$ のとき，$y=(-3)^2=9$ だから，**図１**のように，$x=a$ のとき，$y=16$ であることがわかる。

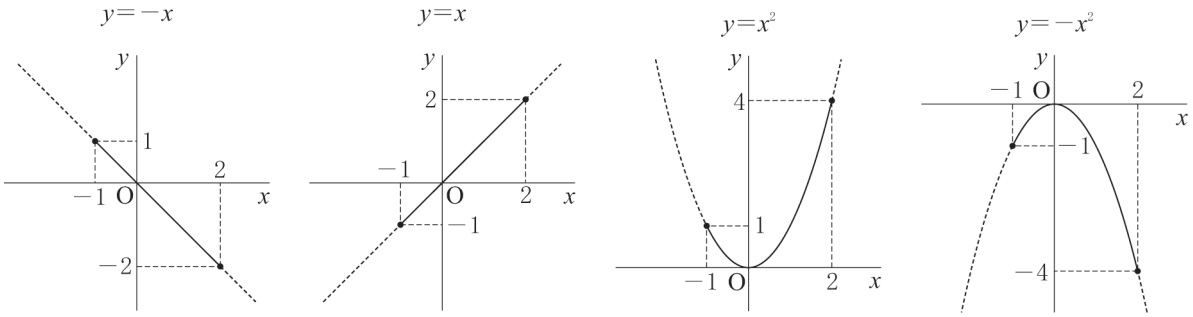
よって，$16=a^2$　　$a>-3$ より，$a=4$

また，グラフより，y の最小値は 0 だから，$b=0$

図１



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問６　△ABC≡△EBD より，∠BED＝∠BAC＝∠x

∠ABC＝∠EBD，∠DBC＝∠ABC－∠ABD，∠EBA＝∠EBD－∠ABD より，∠DBC＝∠EBA＝20°

よって，三角形の内角の和より，$\angle x=180°-(125°+20°)=35°$

問７　与えられたことがらの逆は，「$x+y=4$ ならば，$x=3$，$y=1$ である」なので，和が 4 になるような x，y の値の組のうち，$x=3$，$y=1$ でないものが反例である。

問８　方程式 $2x+y=3$ を y について解くと，$y=-2x+3$　…①である。

ア，**イ**　①のグラフをかくと，対応する $(x,\ y)$ の組はただ 1 つに決まり，その組は無数にあることがわかるので，正しい。

ウ　方程式の左辺に $(x,\ y)=(1,\ 1)$ を代入すると，等号が成り立つので，正しい。

エ　方程式の左辺に $(x,\ y)=(0,\ 3)$ を代入すると，等号が成り立つので，この記述は正しい。しかし，①より，この直線の傾きは−2 だから，この記述は誤っている。よって，適切でない。

数-24-公-青森-KS-02

2 【資料の活用，連立方程式の利用】

問1 (1) Y 中学校の度数の合計は 35 人なので，このデータにおける中央値は，データを小さい方から順に並べたときの 18 番目のデータである。ここで，10 分以上 15 分未満の階級の累積度数は，2＋5＋10＝17(人)，15 分以上 20 分未満の階級の累積度数は，2＋5＋10＋8＝25(人) だから，中央値がふくまれる階級は，15 分以上 20 分未満の階級である。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③ 最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

(2) **1** 通学時間が 15 分未満の生徒の人数は，10 分以上 15 分未満の階級の累積度数だから，X 中学校では 1＋3＋5＝9(人) いる。よって，誤り。

2 X 中学校の最大値は，20 分以上 25 分未満の階級にふくまれ，Y 中学校の最大値は，25 分以上 30 分未満の階級にふくまれる。よって，X 中学校の方が Y 中学校より小さいので，誤り。

3 20 分以上 25 分未満の階級の相対度数は，X 中学校では，$\frac{4}{20}=0.2$，Y 中学校では，$\frac{7}{35}=0.2$ である。よって，正しい。

4 通学時間が 20 分未満の生徒の全体に対する割合は，15 分以上 20 分未満の階級の累積相対度数だから，X 中学校では，$\frac{1+3+5+7}{20}=0.8$，Y 中学校では，$\frac{2+5+10+8}{35}=0.7\cdots$である。よって，X 中学校の方が Y 中学校より大きいので，誤り。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体 (度数の合計) と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

問2 (1) ⑤ 18 分を時間になおすと，$\frac{18}{60}=0.3$(時間) となるから，2 時間 18 分は 2.3 時間である。

(2) **表**を利用すると，$\begin{cases} x+y=8.7 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=2.3 \end{cases}$ という連立方程式を立てることができる。

これを解くと，$x=4.2$，$y=4.5$

数-24-公-青森-KS-03

3 【空間図形，平面図形】

問1 (1) 円錐の底面の円の中心を O とすると，△ABO は，BO＝1 cm，AO＝$2\sqrt{2}$ cm，∠AOB＝90°である直角三角形だから，三平方の定理より，$AB^2=BO^2+AO^2=1^2+(2\sqrt{2})^2=9$

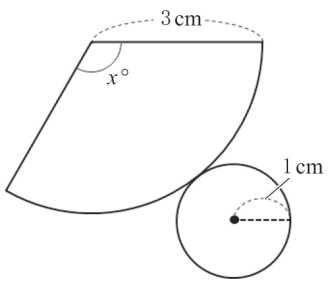
AB＞0 より，AB＝3(cm)

(2) 円錐の展開図は**図 1** のようになる。側面のおうぎ形の中心角を x°とすると，弧の長さは，$2\pi\times3\times\frac{x}{360}=\frac{\pi}{60}x$(cm) …①と表される。

底面の円の周の長さは，$2\pi\times1=2\pi$(cm) …②である。

①，②は等しいから，$\frac{\pi}{60}x=2\pi$ より，$x=120$(度)

図 1



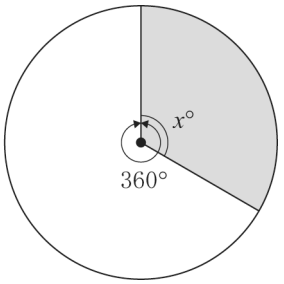
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) × $\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) × $\frac{x}{360}$

←「一部分」……「1周360°のうち，何度分か」を表す割合！



(3) 問題文の条件に適するようにかけた糸の長さは，**図2**の線分BMと等しい。半直線BA上にMH⊥BAとなるような点Hをとる。

△HAMは，∠HAM＝180°－120°＝60°の直角三角形だから，

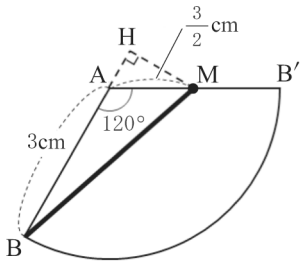
AH＝$\frac{1}{2}$AM＝$\frac{3}{4}$(cm)，HM＝$\sqrt{3}$AH＝$\frac{3\sqrt{3}}{4}$(cm)である。

よって，BH＝AB＋AH＝3＋$\frac{3}{4}$＝$\frac{15}{4}$(cm)だから，

△HBMで三平方の定理より，$BM^2=BH^2+HM^2=\left(\frac{15}{4}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2=\frac{252}{16}$

BM＞0より，BM＝$\frac{3\sqrt{7}}{2}$(cm)

図2



問2　(2) AP＝$x$cmとすると，AQ＝2$x$cmと表される。(1)より，△ABP∽△AQBだから，

AB：AQ＝AP：AB　　5：2x＝x：5　　$2x^2=25$　　$x^2=\frac{25}{2}$　　x＞0より，$x=\frac{5\sqrt{2}}{2}$(cm)

数-24-公-青森-KS-04

4　【関数のグラフと図形】

問1　点Aはx座標が－1で，関数$y=2x^2$のグラフ上にあるので，y座標は，$y=2\times(-1)^2=2$

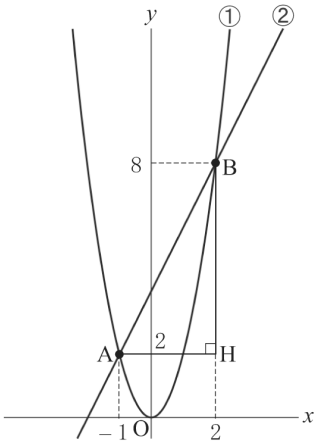
問2　点Bはx座標が2で，関数$y=2x^2$のグラフ上にあるので，y座標は，$y=2\times2^2=8$

よって，A(－1，2)，B(2，8)であり，**図1**のような直角三角形AHBを考えると，AH＝2－(－1)＝3(cm)，BH＝8－2＝6(cm)である。

よって，三平方の定理より，$AB^2=AH^2+BH^2=3^2+6^2=45$

AB＞0より，AB＝$3\sqrt{5}$(cm)

図1



問3　(1) 点Bを通り，直線AOに平行な直線をℓとする。直線AOの傾きは，$\frac{0-2}{0-(-1)}=-2$だから，

直線ℓの式は，$y=-2x+b$とおける。点B(2，8)を通ることから，$8=-2\times2+b$より，$b=12$

このとき，直線ℓとy軸との交点をP(0，12)とすると，△AOBと△AOPは，底辺がともにAOで，高さが等しいので，面積が等しい。よって，この点Pの座標が，求める点Cの座標である。よって，C(0，12)

(2) **図２**のように，点 A と 2 点 B，C を通る直線 ℓ との距離 d は，
△AOB の底辺を AO としたときの高さに等しい。
△AOB の面積は，△AOC と等しいから，
$\triangle AOB=\triangle AOC=12\times1\times\frac{1}{2}=6(\text{cm}^2)$

図２

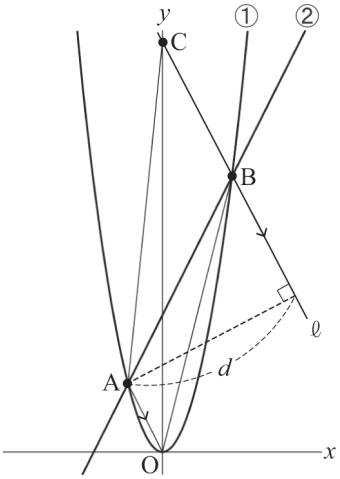
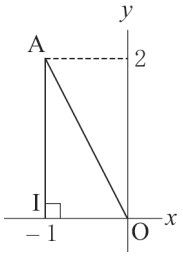


図３のような直角三角形 AIO を考えると，
IO＝0－(－1)＝1(cm)，AI＝2－0＝2(cm) である。よって，三平方の定理より，
$AO^2=IO^2+AI^2=1^2+2^2=5$　　AO＞0 より，$AO=\sqrt{5}$(cm)
よって，$\triangle AOB=AO\times d\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}d$ だから，$\frac{\sqrt{5}}{2}d=6$ より，$d=\frac{12\sqrt{5}}{5}$(cm)

図３



数-24-公-青森-KS-05

5 【式の利用】

問１　(1) **図１**のように，正五角形の対角線は 5 本である。

図１



問２　(1) ㋒　正六角形の対角線の本数は「**３　結果**」の①の表より，9 本であり，これに辺の本数 6 本を加えて，9＋6＝15(試合)

㋑　同様に，正 n 角形の対角線の本数は「**３　結果**」の①の表より，$\frac{(n-3)\times n}{2}$ 本であり，これに辺の本数 n 本を加えて，$\frac{(n-3)\times n}{2}+n=\frac{n(n-1)}{2}$(試合)

(2) (1)より，$\frac{n(n-1)}{2}=66$　　これを整理すると，二次方程式 $n^2-n-132=0$ を得る。これを解くと，
$n=-11$，12　　$n\geqq4$ より，$n=12$(人)