H27　千葉県(前)　公立　数学　問題

数-15-公-千葉(前)-問-01

1　次の**問１～問６**に答えなさい。

問１　$(-7)-(-4)$　を計算しなさい。

問２　$(-4)^2+8\div(-2)$　を計算しなさい。

問３　$\frac{1}{2}(3a-2b)-(2a-b)$　を計算しなさい。

問４　等式　$2a-3b=1$　を b について解きなさい。

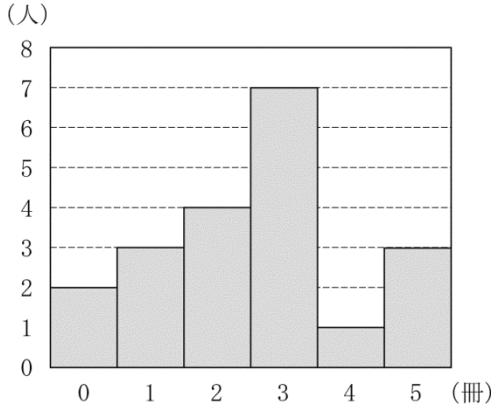
問５　$\sqrt{32}-2\sqrt{18}+5\sqrt{2}$　を計算しなさい。

問６　二次方程式　$x^2-2x=3(x-1)$　を解きなさい。

数-15-公-千葉(前)-問-02

2　次の**問１～問５**に答えなさい。

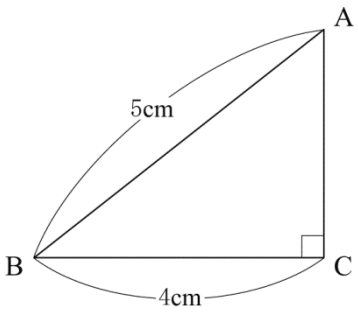
問１　右の図は，あるクラスの生徒 20 人が冬休み中に読んだ本の冊数を，ヒストグラムに表したものである。この 20 人が読んだ本の冊数について述べた文として適切なものを，次の**ア～エ**のうちから１つ選び，符号で答えなさい。



ア　分布の範囲（レンジ）は，4 冊である。
イ　最頻値（モード）は，5 冊である。
ウ　中央値（メジアン）は，3 冊である。
エ　平均値は，2.3 冊である。

問２　n を 50 以下の正の整数とする。$\sqrt{3n}$ が整数となるような n の個数を求めなさい。

問３　下の図の△ABC を，辺 AC を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率はπを用いることとする。

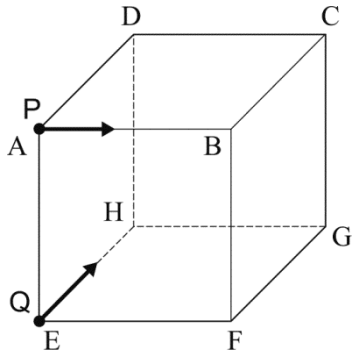


問４　下の図のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする立方体があり，この頂点上を移動する 2 点**P**，**Q**がある。

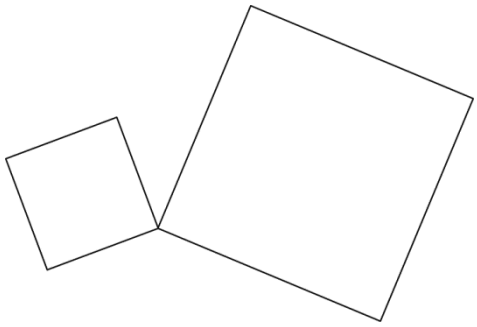
大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。点**P**は，点 A を出発点として，大きいさいころの出た目の数だけ，→B→C→D→A→B→C の順に移動し，点**Q**は，点 E を出発点として，小さいさいころの出た目の数だけ，→H→G→F→E→H→G の順に移動する。

このとき，直線**PQ**と直線 CG が，ねじれの位置にある確率を求めなさい。

ただし, さいころを投げるとき, 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



問５　下の図のように，一辺の長さが異なる２つの正方形があり，１つの頂点が重なっている。
このとき，面積が，２つの正方形の面積の差に等しい正方形を作図しなさい。
ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとする。
また，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



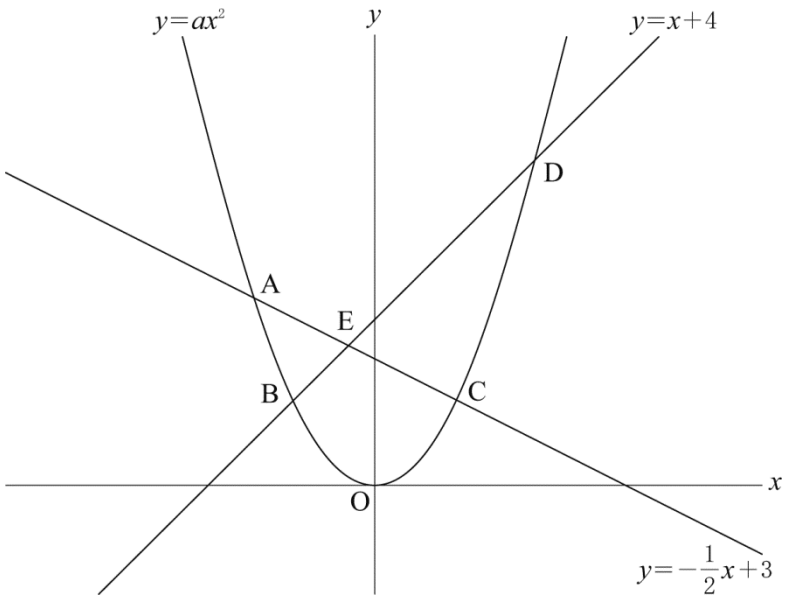
数-15-公-千葉(前)-問-03

3　下の**図１**のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=x+4$ の交点を B，D，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=-\frac{1}{2}x+3$ の交点を A，C，直線 $y=x+4$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+3$ の交点を E とする。

4 点 A，B，C，D の x 座標が，それぞれ-3，-2，2，4 であるとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。
ただし，$a>0$ とする。

また，原点 O から点（1，0）までの距離及び原点 O から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

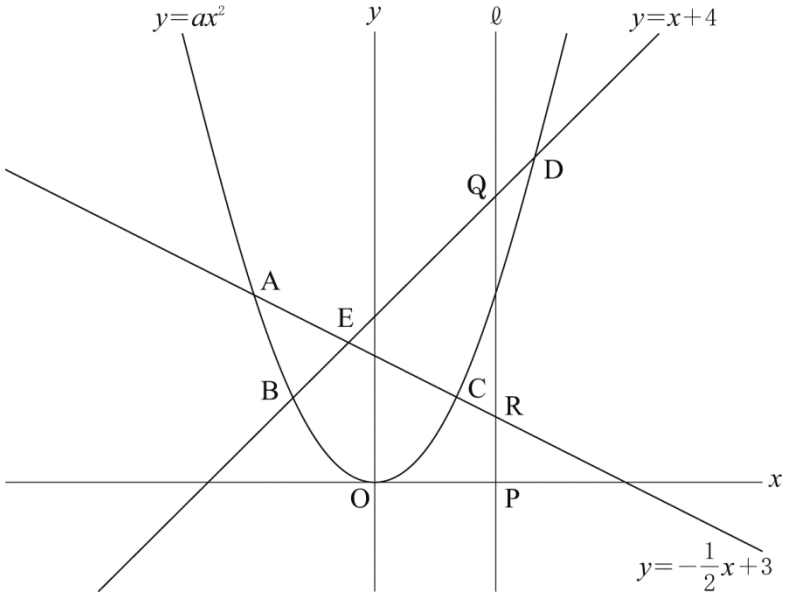
図１



問１　a の値を求めなさい。

問２　下の**図２**は，**図１**において，x 軸上に点 P をとり，点 P を通る y 軸に平行な直線 ℓ をひいたものである。この直線 ℓ が，関数 $y=ax^2$ のグラフ，直線 $y=x+4$，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ と交わる点のうち，y 座標が最も大きい点を Q，最も小さい点を R とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図２



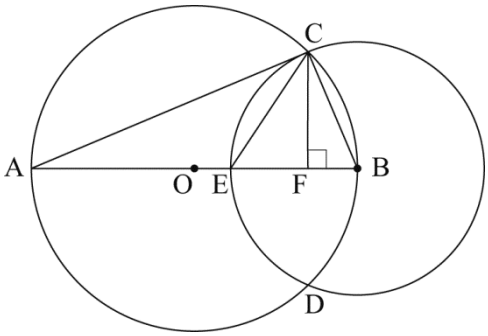
(1) 直線 ℓ が点 E を通るとき，線分 QR の長さを求めなさい。

(2) $-3 \leqq x \leqq 4$ のとき，線分 QR の長さが 3 cm となる点 P の x 座標をすべて求めなさい。

4 下の図のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする円 O がある。線分 OB 上に，2 点 O，B と異なる点 E をとり，点 B を中心とし，線分 BE を半径とする円 B をかく。

2 つの円の交点を C，D とし，点 C から線分 AB に垂線 CF をひく。また，点 C と，点 A，点 B，点 E をそれぞれ結ぶ。

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。



問 1 線分 CE が∠ACF を二等分することの証明を，次の［　　］の中に途中まで示してある。

［(a)］，［(b)］に入る最も適当なものを，あとの**選択肢**の**ア**～**カ**のうちから，それぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，［(c)］には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。

ただし，［　　］の中の①～③に示されている関係を使う場合，番号の①～③を用いてもかまわないものとする。

証明

△CFB と△ACB において，

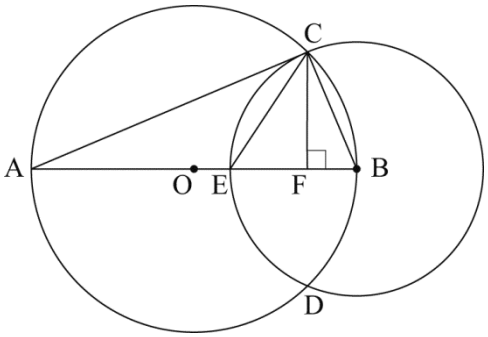
共通な角だから，∠CBF＝［(a)］　……①

仮定と，線分 AB は円 O の直径であることから，

∠CFB＝［(b)］＝90°　…②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△CFB∽△ACB　…③



(c)

したがって，線分 CE は∠ACF を二等分する。

選択肢

ア ∠AEC	**イ** ∠ACB	**ウ** ∠BAC
エ ∠ABC	**オ** ∠BCF	**カ** ∠BCE

問２　円 B の半径が 1 cm で，△CFB と△ACB の面積比が 1 : 16 のとき，線分 CE の長さを求めなさい。

数-15-公-千葉(前)-問-05

5　下の**図１**のように，1 目もりが，縦，横ともに 1 cm の等しい間隔で線がひかれている方眼紙の，縦線と横線の交点に点（・）が打ってある。この点のうちから，2 点 A，B を AB＝4 cm となるようにとる。

さらに，点 C を∠CAB＝90°，AC＝n cm（n は正の整数）となるようにとり，3 点 A，B，C を結んで直角三角形をかいたとき，直角三角形 ABC の内部及び周上にある点の個数を N とする。

次の**はるかさんと先生の会話**を読み，次の**問１～問３**に答えなさい。

図１

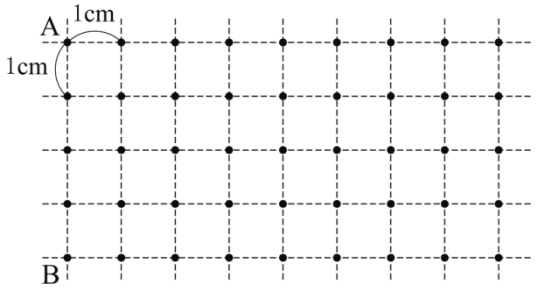
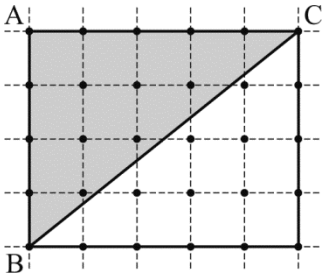


図２



はるかさんと先生の会話

先　生：これから，n の値と，直角三角形 ABC の内部及び周上にある点の個数 N の関係について考えましょう。

はるか：直角三角形の面積は長方形の半分だから，点の個数も長方形の半分じゃないですか。

先　生：では，n＝5 のときで確かめてみましょう。

はるか：**図２**から，n＝5 のときの直角三角形 ABC は，縦が 4 cm，横が 5 cm の長方形を半分にしたものです。この長方形の内部及び周上にある点の個数は，5×6 で 30 個ですが，N を数えたところ 16 個で，半分ではありませんでした。どうしてですか。

先　生：長方形の点の個数を半分に分けるということは，辺 BC 上にある点の個数も半分に分けることになります。でも，この場合，辺 BC 上にある点は，点 B，点 C の 2 個だけですが，この 2 個とも N に含まれますね。

はるか：なるほど，辺 BC 上にある点の個数が N を求める鍵なんですね。

先　生：では，n＝6 のとき，辺 BC 上にある点の個数は何個ですか。

はるか：［（ア）］個です。

先　生：それでは，n が他の値の場合についても調べてみましょう。

はるか：n が 8 までの場合について，辺 BC 上にある点の個数を書き出したところ，［（イ）］通りしか出てきませんでした。

先　生：n が 8 より大きい場合を書き出しても，8 までと同じ規則性で並ぶので，辺 BC 上にある点の個数は，全部で［（イ）］通りでいいんですよ。

はるか：そうすると，n がどんな値の場合でも，辺 BC 上にある点の個数がいくつになるかわかりますね。

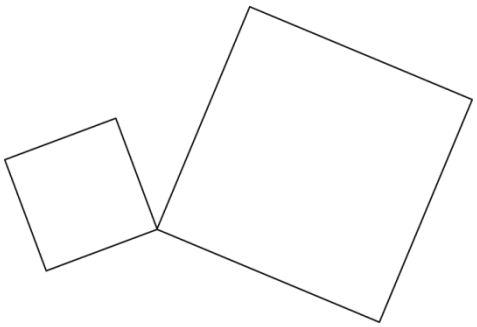
先　生：その通りです。辺 BC 上にある点の個数がわかれば，N を求めることができます。n＝8 のときは，辺 BC 上にある点は，［（ウ）］個で，N は，［（エ）］個になります。

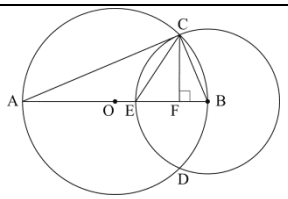
問１　会話中の［（ア）］～［（エ）］に入る数をそれぞれ書きなさい。

問２　辺 BC 上にある点の個数が最も多くなる場合の n と N の関係について考える。このとき，N を，n を使った式で表しなさい。

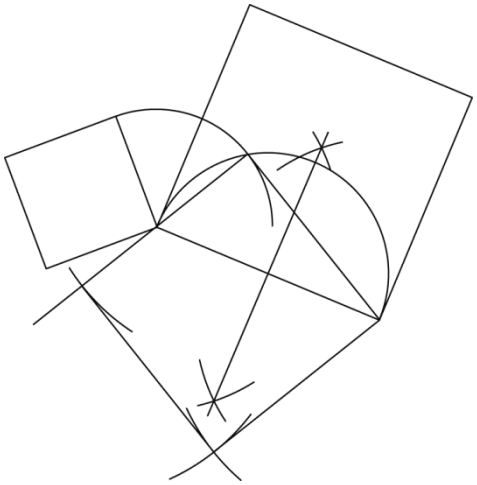
問３　辺 BC 上にある点の個数が最も少なくなる場合の n と N の関係について考える。このとき，N＝186 であるような n の値を求めなさい。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−千葉(前)−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$x=$		
数−15−公−千葉(前)−KY−02	2	問１			
		問２	個		
		問３	cm^3		
		問４			
		問５			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−千葉(前)−KY−03	3	問１	$a=$			
		問２	(1)	cm		
			(2)			
数−15−公−千葉(前)−KY−04	4	問１	(a)			
			(b)			
			(c)			
		問２	cm			
数−15−公−千葉(前)−KY−05	5	問１	(ア)	(イ)		
			(ウ)	(エ)		
		問２	N=			
		問３	$n=$			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-千葉(前)-K-01	1	問１	-3	5	
		問２	12	5	
		問３	$-\frac{1}{2}a$	5	
		問４	$b=\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}$	5	$b=\frac{2a-1}{3}$ でもよい。
		問５	$3\sqrt{2}$	5	
		問６	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$	5	
数-15-公-千葉(前)-K-02	2	問１	ウ	5	
		問２	4　(個)	5	
		問３	16π　(cm^3)	5	
		問４	$\frac{11}{36}$	5	
		問５		5	異なる作図の方法でも，正しければ，5点を与える。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−千葉(前)−K−03	3	問１	$a=\frac{1}{2}$		5	
		問２	(1)	$\frac{28}{9}$ (cm)	5	
			(2)	$-\frac{8}{3}$，-1	5	完答で得点を与える。
数−15−公−千葉(前)−K−04	4	問１	(a)	エ	2	
			(b)	イ	2	
			(c)	③より，　∠BCF＝∠BAC　……④ 円の半径から，　BC＝BE　……⑤ ⑤より，△BCE は，BC＝BE の二等辺三角形なので， ∠BCE＝∠BEC　……⑥ △CAE において，1 つの外角は，これととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので， ∠BEC＝∠CAE＋∠ACE よって，　∠ACE＝∠BEC－∠CAE ＝∠BEC－∠BAC　……⑦ また，　∠ECF＝∠BCE－∠BCF　……⑧ ④，⑥，⑦，⑧より，∠ACE＝∠ECF	6	異なる証明の方法でも，正しければ，6 点を与える。また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問２	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)		5	
数−15−公−千葉(前)−K−05	5	問１	(ア) 3	(イ) 3	各 2	
			(ウ) 5	(エ) 25	各 2	
		問２	$N=\frac{5n+10}{2}$		4	式が異なっていても，正しければ，4 点を与える。
		問３	$n=73$		3	

数-15-公-千葉(前)-KS-01

1　問１　$(-7)-(-4)=-7+4=-3$

問２　$(-4)^2+8\div(-2)=16-4=12$

問３　$\frac{1}{2}(3a-2b)-(2a-b)=\frac{3}{2}a-b-2a+b=\frac{3}{2}a-\frac{4}{2}a-b+b=-\frac{1}{2}a$

問４　$2a-3b=1$　b の項以外を右辺へ移項して，$-3b=-2a+1$　両辺を-3 で割って，$b=\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}$

問５　$\sqrt{32}-2\sqrt{18}+5\sqrt{2}=4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

問６　$x^2-2x=3(x-1)$　$x^2-2x=3x-3$　$x^2-5x+3=0$　解の公式より，$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$

$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

数-15-公-千葉(前)-KS-02

2　問１　**ア**…分布の範囲は，5−0＝5(冊)　**イ**…最頻値は 3 冊

ウ…中央値は(2＋3＋4＋7＋1＋3)÷2＝10 より，冊数の多い順に並べたときに，10 番目と 11 番目の生徒のいる階級である 3 冊が中央値となる。

エ…平均値は(0×2＋1×3＋2×4＋3×7＋4×1＋5×3)÷20＝2.55(冊)

よって，正しいのは**ウ**。

問２　n は整数より，$\sqrt{3n}$ が整数ならば，$n=3\times$(自然数)^2　$n\leqq50$ より，$n=3\times1^2$，3×2^2，3×3^2，$3\times4^2=3$，12，27，48　よって，4 個。

問３　△ABC において，∠ACB＝90°より，三平方の定理を利用して，AC＝$\sqrt{5^2-4^2}$ ＝3(cm)　よって，△ABC を AC を軸として 1 回転してできる円すいの体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3=16\pi$(cm^3)

問４　さいころの目の組み合わせは，全部で 36 通り。PQ が CG とねじれの位置になるのは，PQ が AF，AH，BE，BH，DE，DF と一致するとき。そのときのさいころの目の組み合わせは，(大，小)＝(4，3)，(4，1)，(4，5)，(1，4)，(5，4)，(1，1)，(1，5)，(5，1)，(5，5)，(3，4)，(3，3) の 11 通り。よって，求める確率は，$\frac{11}{36}$

問５　2 つの正方形のうち，大きい方の 1 辺を a，小さい方を b，作図する正方形の 1 辺を c とおく。

2 つの正方形の面積の差が作図する正方形の面積と一致するので，$a^2-b^2=c^2$　変形して，$b^2+c^2=a^2$

よって，三平方の定理の逆より，作図する正方形の一辺の長さ c は，2 辺の長さが b と c で，斜辺が a となる直角三角形の辺の長さと一致する。したがって，AB を直径とする円と，A を中心とする半径 b の円をかき，その交点を P とする。このとき，円周角の定理より，∠APB＝90°，AB＝a，AP＝b である。よって，BP＝c である。BP を 1 辺とする正方形が求める正方形となる。

数-15-公-千葉(前)-KS-03

3　問１　点 D に注目すると，D は，$y=x+4$ 上の点で，x 座標は 4 より，$y=4+4=8$　D(4，8)

点 D は $y=ax^2$ 上の点でもあるから，$8=a\times4^2$　$16a=8$　$a=\frac{1}{2}$

問２　(1) 点 E は，$y=x+4$…①と $y=-\frac{1}{2}x+3$…②との交点より，①，②を連立方程式として解くと，$x=-\frac{2}{3}$，$y=\frac{10}{3}$　$E\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$　直線 ℓ が点 E を通るとき，点 Q は点 E と一致するから，

$Q\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$　R は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標が$-\frac{2}{3}$ より，$y=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$　$R\left(-\frac{2}{3},\ \frac{2}{9}\right)$

したがって，QR＝$\frac{10}{3}-\frac{2}{9}=\frac{28}{9}$(cm)

(2) 直線ℓを$x=t$とおく。$t=-3$のとき，QR$=-\frac{1}{2}\times(-3)+3-(-3+4)=\frac{7}{2}$(cm)　$t=-2$のとき，QR$=-\frac{1}{2}\times(-2)+3-(-2+4)=2$(cm)　$t=-\frac{2}{3}$のとき，QR$=\frac{28}{9}$ cm　$t=0$のとき QR$=4$　$t=2$のとき，QR$=2+4-\frac{1}{2}\times2^2=4$(cm)　$t=4$のとき，QR$=4+4-\left(-\frac{1}{2}\times4+3\right)=7$(cm)　よって，QR$=3$ cmとなるのは，$-3\leqq t\leqq-2$のときと$-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$のとき。$-3\leqq t\leqq-2$のとき，$-\frac{1}{2}t+3-(t+4)=3$　これを解いて，$t=-\frac{8}{3}$　$-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$のとき，$-\frac{1}{2}t+3-\frac{1}{2}t^2=3$　これを解いて，$t=-1$，0　$-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$より，$t=-1$　よって，$t=-\frac{8}{3}$，-1

数-15-公-千葉(前)-KS-04

4　**問1**　（証明の続き）△CFB∽△ACB より，∠BCF＝∠BAC…㋐　△BCE に注目して，BC＝BE より，∠BCE＝∠BEC…㋑　△CAE に注目して，∠ACE＝∠BEC－∠BAC…㋒　また，∠ECF＝∠BCE－∠BCF…㋓　㋐，㋑，㋒，㋓より，∠ACE＝∠ECF

問2　△CFB∽△ACB で，面積比が 1：16 より，相似比は 1：4　よって，BC：BA＝1：4　BC＝1 cm より，BA＝4 cm　BF：1＝1：4　BF$=\frac{1}{4}$(cm)　△ABC において，三平方の定理より，AC$=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$ (cm)　△AFC∽△ACB より，CF：1$=\sqrt{15}$：4　CF$=\frac{\sqrt{15}}{4}$(cm)　△CEF において，三平方の定理より，CE$^2=\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2+\left(1-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{3}{2}$　CE＞0 より，CE$=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$(cm)

数-15-公-千葉(前)-KS-05

5　**問1**　$n=6$のとき，BC 上の点は，点 B と点 C とその中点の 3 個…**(ア)**
nが 8 までのとき，BC 上の点は，2 個，3 個，5 個の 3 通り…**(イ)**
$n=8$のときは，BC 上の点は 5 個…**(ウ)**で，N$=5+\{(4+1)\times(8+1)-5\}\div2=5+20=25$(個)…**(エ)**

問2　BC 上の点の数は，最も多いとき 5 個。そのとき，N$=5+\{(4+1)\times(n+1)-5\}\div2=\frac{5n+10}{2}$

問3　BC 上にある点の個数が最も少なくなる場合，BC 上の点は 2 個。
このとき，N$=2+\{(4+1)\times(n+1)-2\}\div2=\frac{5n+7}{2}$　N$=186$のとき，$\frac{5n+7}{2}=186$
これを解いて，$n=73$