H28　千葉県(前)　公立　数学　問題

数-16-公-千葉(前)-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　$-18\div(-3)$　を計算しなさい。

問２　$-3^2+16\times\dfrac{3}{4}$　を計算しなさい。

問３　$2x+3y-\dfrac{x+5y}{2}$　を計算しなさい。

問４　方程式　$x+3.5=0.5(3x-1)$　を解きなさい。

問５　$(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$　を計算しなさい。

問６　$(x+2)(x-6)-9$　を因数分解しなさい。

数-16-公-千葉(前)-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　半径 2 cm の球について正しく述べたものを, 次の**ア**～**エ**のうちから 1 つ選び, 符号で答えなさい。ただし，円周率はπを用いることとする。

ア　この球の体積は，$\dfrac{16}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$である。

イ　この球の体積は，$32\pi\,\mathrm{cm}^3$である。

ウ　この球の表面積は，$16\pi\,\mathrm{cm}^2$である。

エ　この球の表面積は，$4\pi\,\mathrm{cm}^2$である。

問２　右の表は，あるクラスの生徒 23 人の通学時間を度数分布表に表したものである。

10 分以上 15 分未満の階級の相対度数を求めなさい。

ただし，小数第 2 位を四捨五入して，小数第 1 位まで求めること。

階級（分）	度数（人）
以上　未満	
0 ～　5	5
5 ～ 10	6
10 ～ 15	9
15 ～ 20	2
20 ～ 25	1
計	23

問３　2 けたの正の整数があり，十の位の数と一の位の数の和は 12 である。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数は，もとの整数より 18 小さい。

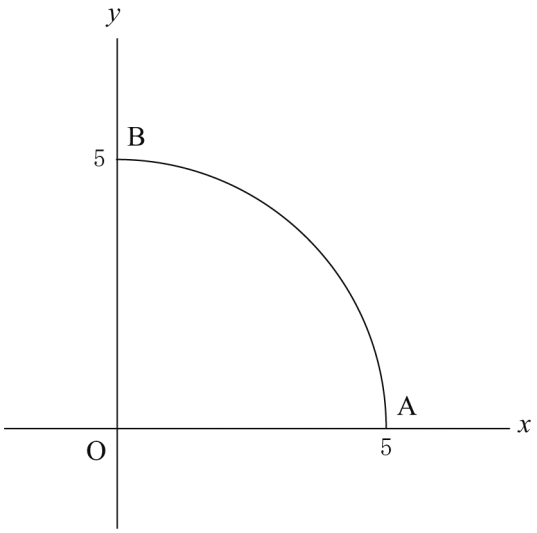
このとき，もとの整数を求めなさい。

問４　下の図のように，2 点 A(5，0)，B(0，5) があり，線分 OA，OB を半径とするおうぎ形 OAB がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b として，$(a,\ b)$ を座標とする点 P をとる。

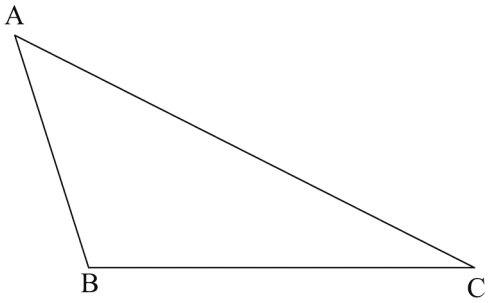
このとき，点 P がおうぎ形 OAB の内部または周上にある確率を求めなさい。

ただし, さいころを投げるとき, 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



問５　下の図の△ABC において，辺 AC 上にあり，AP：PC＝2：1 となるような点 P を作図によって求めなさい。また，点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，三角定規の角を利用して平行線や垂線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

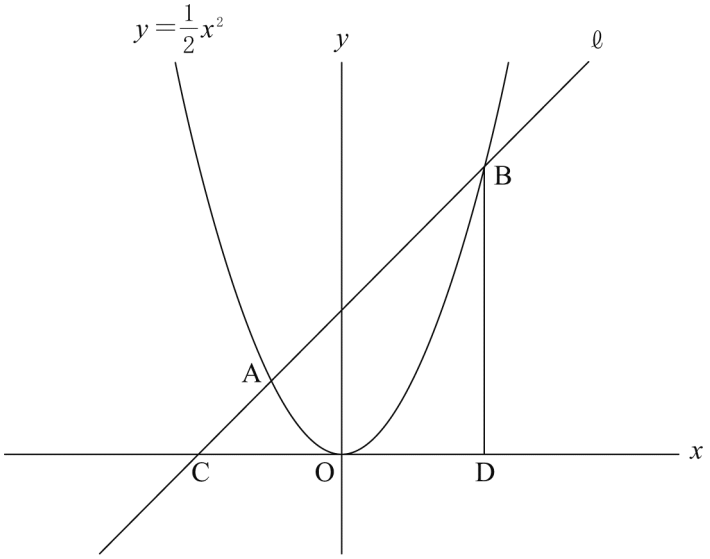


数-16-公-千葉(前)-問-03

3　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ の交点を A，B とし，直線 ℓ と x 軸の交点を C とする。また，点 B から x 軸に垂線 BD をひく。

点 A の x 座標が−2，点 B の x 座標が 4 であるとき，次の**問１，問２**に答えなさい。

ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離及び原点 O から点 (0，1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。



問１　直線 ℓ の式を求めなさい。

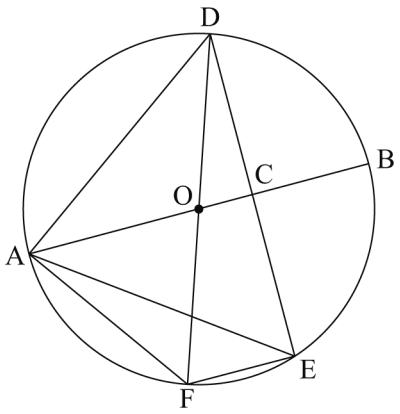
問２　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P がある。ただし，点 P の x 座標は 0 より大きく 4 より小さい。
△PCD と△PBD の面積の比が 1：6 であるとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) 点 P の x 座標を求めなさい。

(2) △PBC を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率はπを用いることとする。

数-16-公-千葉(前)-問-04

4　下の図のように，線分 AB を直径とする円 O がある。線分 OB 上に，2 点 O，B と異なる点 C をとる。点 C を通り，線分 OB と垂直に交わる直線と，円との交点を D，E とする。また，線分 DO の延長線と円との交点を F とする。3 点 A，E，F をそれぞれ結び，2 点 A，D を結ぶ。
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　△AOF∽△DAE となることの証明を次ページの［　　］の中に途中まで示してある。
［(a)］，［(b)］に入る最も適当なものを，次の**選択肢**の**ア**～**カ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，［(c)］には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。
ただし，［　　］の中の①～④に示されている関係を使う場合，番号の①～④を用いてもかまわないものとする。

証明

△AOF と△DAE において,

仮定より,　∠DCA＝90°　……①

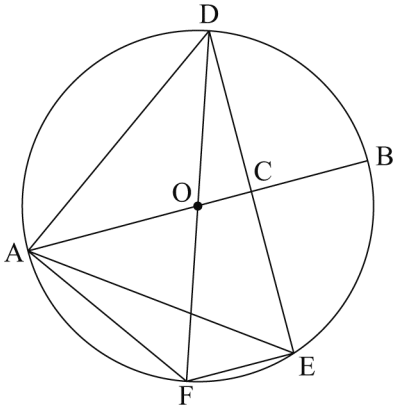
線分 DF は直径なので,

（a）＝90°　……②

①，②より，∠DCA＝（a）　……③

③より，（b）が等しいので,

AB // FE　……④

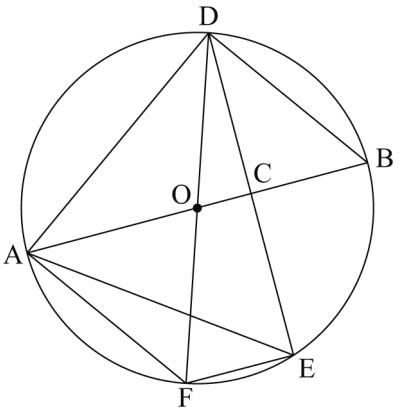


（c）

選択肢

ア ∠EAD	**イ** ∠DEF	**ウ** ∠FDA
エ 円周角	**オ** 対頂角	**カ** 同位角

問２　2 点 B，D を結ぶ。円 O の半径が 5 cm，BD＝6 cm のとき，△AEF の面積を求めなさい。

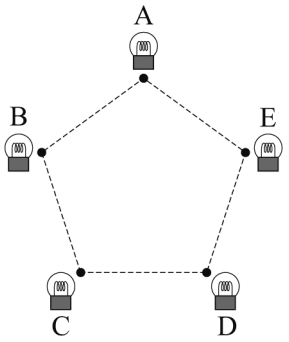


数-16-公-千葉(前)-問-05

5 右の**図1**のように，正五角形の頂点の位置 (・) に，A～E の電球が置いてあり，1 つのボタンの操作により，それぞれが「点灯している状態」か「点灯していない状態」になる。

A～E の電球は，操作を始める前，すべて「点灯している状態」にあり，操作を始めてからは，次の**規則**にしたがう。

図1



規則

A の電球：ボタンの操作 2 回ごとに「点灯している状態」になる。
B の電球：ボタンの操作 3 回ごとに「点灯している状態」になる。
C の電球：ボタンの操作 4 回ごとに「点灯している状態」になる。
D の電球：ボタンの操作 5 回ごとに「点灯している状態」になる。
E の電球：ボタンの操作 6 回ごとに「点灯している状態」になる。

例えば，A の電球は，「点灯している状態」からボタンを 1 回操作すると「点灯していない状態」になり，続けてボタンを 1 回操作すると「点灯している状態」になる。

下の**表**は，ボタンの操作回数が 6 回までの電球の状態を表したものである。

このとき，あとの**問1～問3**に答えなさい。

表

電球＼操作回数	0	1	2	3	4	5	6
A	○		○		○		○
B	○			○			○
C	○				○		
D	○					○	
E	○						○

※　○は「点灯している状態」，空欄は「点灯していない状態」を表す。
※　操作回数の 0 は，操作を始める前の状態を表す。

問1　ボタンの操作回数が 10 回のとき，「点灯している状態」の電球をすべて選び，A～E の符号で答えなさい。

問2　次の**説明**は，A～E の電球の状態について述べたものである。［ (a) ］，［ (b) ］に入る数をそれぞれ書きなさい。

説明

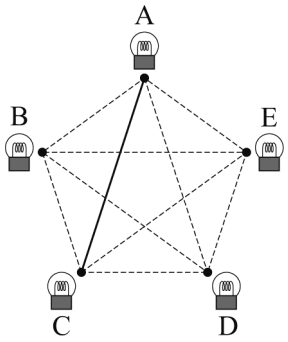
操作を始めてから，次に A～E すべての電球が「点灯している状態」になるのは，ボタンの操作回数が［ (a) ］回のときである。

また，［ (a) ］回までの間に，すべての電球が「点灯していない状態」になるのは，全部で［ (b) ］回ある。

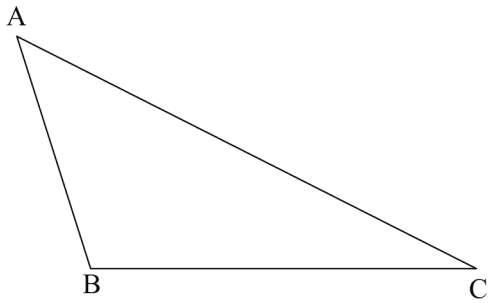
問３　ボタンの操作により，「点灯している状態」になった電球の位置にある点をそれぞれ結ぶ。例えば，**図２**の太線は，ボタンの操作回数が 4 回のときのものである。

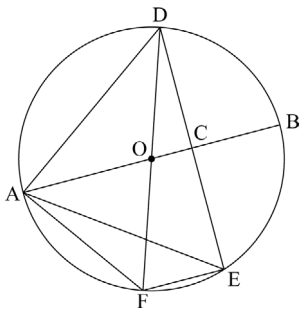
ボタンの操作回数が 205 回までの間に，A～E の電球のうち，「点灯している状態」の電球が 3 つで，その電球の位置にある点を結んでできる図形が，正五角形の 1 つの辺と 2 つの対角線からなる三角形になるのは何回あるか，求めなさい。

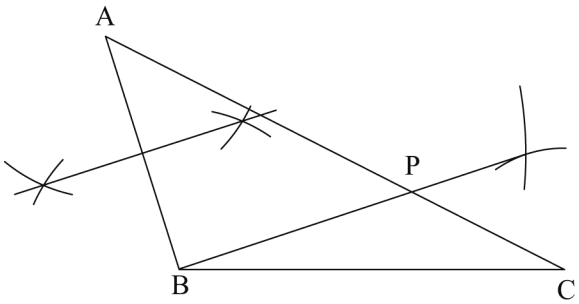
図２

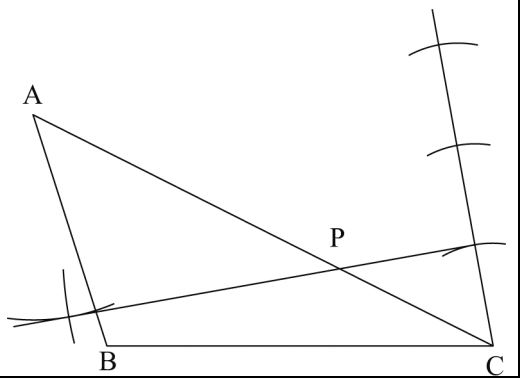


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-千葉(前)-KY-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6			
数-16-公-千葉(前)-KY-02	2	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			

	問題番号			解　　答	配点	備　考
数-16-公-千葉(前)-KY-03	3	問1				
		問2	(1)			
			(2)	cm^3		
数-16-公-千葉(前)-KY-04	4	問1	(a)			
			(b)			
			(c)			
		問2		cm^2		
数-16-公-千葉(前)-KY-05	5	問1				
		問2	(a)			
			(b)			
		問3		回		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-千葉(前)-K-01	1	問1	6	5	
		問2	3	5	
		問3	$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}y$	5	$\frac{3x+y}{2}$ でもよい。
		問4	$x=8$	5	
		問5	$7-2\sqrt{10}$	5	
		問6	$(x+3)(x-7)$	5	
数-16-公-千葉(前)-K-02	2	問1	**ウ**	5	
		問2	0.4	5	
		問3	75	5	
		問4	$\frac{5}{12}$	5	
		問5		5	異なる作図の方法でも，正しければ，5点を与える。



	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-千葉(前)-K03	3	問1	$y=x+4$		5	
		問2	(1)	1	5	
			(2)	$27\sqrt{2}\ \pi$　(cm^3)	5	
数-16-公-千葉(前)-K04	4	問1	(a)	イ	2	
			(b)	カ	2	
			(c)	④より，平行線の錯角は等しいので， $\angle AOF=\angle DFE$　……⑤ $\overset{\frown}{DE}$に対する円周角は等しいから， $\angle DFE=\angle DAE$　……⑥ ⑤，⑥より，$\angle AOF=\angle DAE$　……⑦ $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから， $\angle AFO=\angle DEA$　……⑧ ⑦，⑧より，2組の角がそれぞれ等しいので， $\triangle AOF\backsim\triangle DAE$	6	異なる証明の方法でも，正しければ，6点を与える。 また，部分点を与えるときは，3点とする。
		問2	$\frac{168}{25}$　(cm^2)		5	
数-16-公-千葉(前)-K05	5	問1	A，D		3	完答で得点を与える。
		問2	(a)	60	4	
			(b)	16	4	
		問3	7　(回)		4	

数-16-公-千葉(前)-KS-01

1　**問1**　$-18\div(-3)=18\div3=6$

問2　$-3^2+16\times\dfrac{3}{4}=-9+12=3$

問3　$2x+3y-\dfrac{x+5y}{2}=\dfrac{2(2x+3y)-(x+5y)}{2}=\dfrac{4x+6y-x-5y}{2}=\dfrac{3x+y}{2}$

問4　両辺を 2 倍して，$2(x+3.5)=3x-1$，$2x+7=3x-1$，$x=8$

問5　$(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=2-2\sqrt{10}+5=7-2\sqrt{10}$

問6　$(x+2)(x-6)-9=x^2-4x-21=(x+3)(x-7)$

数-16-公-千葉(前)-KS-02

2　**問1**　半径 2 cm の球の体積は $\dfrac{4}{3}\pi\times2^3=\dfrac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$ で，表面積は $4\pi\times2^2=16\pi(\text{cm}^2)$ だから，正しいものは**ウ**である。

問2　10 分以上 15 分未満の階級の度数は 9 であるから，相対度数は $9\div23=0.39\cdots$ より，0.4 である。

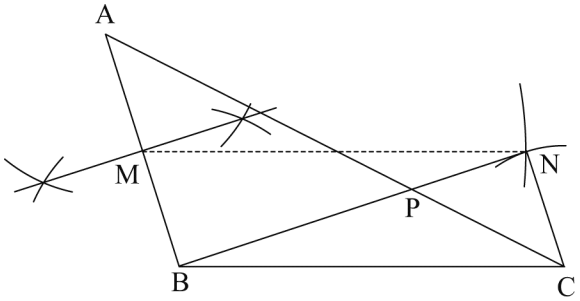
問3　もとの整数の十の位の数を x，一の位の数を y とおくと，$x+y=12\cdots①$，$10y+x=10x+y-18\cdots②$
②より，$x-y=2\cdots③$　①＋③より，$2x=14$，$x=7$　①に代入して，$7+y=12$，$y=5$
よって，求める整数は 75

問4　2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通りある。点 P$(a,\ b)$ が，おうぎ形 OAB の内部または周上にあるのは，

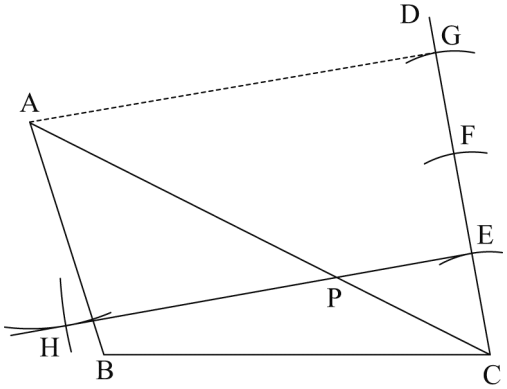
$(a,\ b)=(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (2,\ 1),\ (2,\ 2),\ (2,\ 3),\ (2,\ 4),$
$(3,\ 1),\ (3,\ 2),\ (3,\ 3),\ (3,\ 4),\ (4,\ 1),\ (4,\ 2),\ (4,\ 3)$

の 15 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$

問5　(作図１) 点 P が頂点となる 2 つの三角形が相似で，相似比が 2：1 となるように作図する。辺 AB の垂直二等分線を引き，AB の中点 M を定める。点 C を中心に半径 BM の円，M を中心に半径 BC の円の交点を N とする。BN と AC の交点が P である。



(作図２) 辺 CA を 3 等分するように作図する。点 C から辺 AB と平行な半直線 CD を引く。半直線 CD 上に，CE＝EF＝FG となる点 E，F，G をとる。点 E から GA と平行な直線 EH を引き，辺 AC との交点を P とする。



数-16-公-千葉(前)-KS-03

3　**問1**　$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-2$，4 を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$
よって，A$(-2,\ 2)$，B$(4,\ 8)$　直線 ℓ を $y=ax+b$ とおくと，$2=-2a+b\cdots①$　$8=4a+b\cdots②$
②－①より，$6a=6$，$a=1$　①に代入して，$2=-2\times1+b$，$b=4$　よって，ℓ は　$y=x+4$

問2 **(1)** 点 P の x 座標を a とおくと，$P\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ また，C(−4，0)，D(4，0)である。

$\triangle PCD=\frac{1}{2}\times\{4-(-4)\}\times\frac{1}{2}a^2=2a^2$

$\triangle PBD=\frac{1}{2}\times8\times(4-a)=16-4a$

$\triangle PCD:\triangle PBD=1:6$ だから，$2a^2:(16-4a)=1:6$，$12a^2+4a-16=0$，$3a^2+a-4=0$

解の公式より，$a=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}=\frac{-1\pm7}{6}$　$0<a<4$ より，$a=1$

(2) 点 $P\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$から直線 ℓ に垂線 PQ を引くと，直線 PQ の傾きは，直線 ℓ と y 軸との交点と点 D を結ぶ直線の傾きと等しいので−1 である。

よって，直線 PQ は $y=-x+b$ とおけて，$\frac{1}{2}=-1+b$，$b=\frac{3}{2}$ より　$y=-x+\frac{3}{2}$

この直線と ℓ との交点は，$x+4=-x+\frac{3}{2}$，$x=-\frac{5}{4}$，$y=-\frac{5}{4}+4=\frac{11}{4}$

よって，$Q\left(-\frac{5}{4},\ \frac{11}{4}\right)$

求める回転体の体積は，$\frac{1}{3}\pi\times PQ^2\times(BQ+CQ)=\frac{1}{3}\pi\times PQ^2\times BC$

三平方の定理より，

$PQ^2=\left(1+\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{81}{16}+\frac{81}{16}=\frac{162}{16}=\frac{81}{8}$

$BC=\sqrt{8^2+(4+4)^2}=8\sqrt{2}$

よって，求める体積は，$\frac{1}{3}\pi\times\frac{81}{8}\times8\sqrt{2}=27\sqrt{2}\,\pi(\text{cm}^3)$

数-16-公-千葉(前)-KS-04

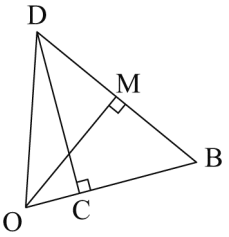
4

問1 **(a)** 直径に対する円周角は 90 ℃である。

(b) ∠DCA と∠DEF は同位角である。

(c) ④と円周角の定理を用いて，2 つの三角形の 2 組の角が等しいという相似条件を示す。

問2 △OBD で，OB＝OD＝5 cm，BD＝6 cm より，BD の中点を M とすると，$OM=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)



$\triangle OBD=\frac{1}{2}\times6\times4=12$ (cm^2) より，$\frac{1}{2}\times5\times CD=12$，$CD=\frac{24}{5}$ cm

△OCD で，$OC^2=5^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{49}{25}$ より，$OC=\frac{7}{5}$ cm

△DOC∽△DFE で，相似比は 1：2 であるから，$EF=2OC=\frac{14}{5}$(cm)　また，$CE=CD=\frac{24}{5}$(cm)

よって，$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times EF\times CE=\frac{1}{2}\times\frac{14}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{168}{25}$(cm^2)

数-16-公-千葉(前)-KS-05

5

A，B，C，D，E の電球はそれぞれ 2，3，4，5，6 の倍数の操作回数のときに「点灯している状態」になる。

問1 10 は 2，5 の倍数であるから，A と D が「点灯している状態」である。

問2 **(a)** A～E すべての電球が「点灯している状態」になるのは，2，3，4，5，6 の最小公倍数 60 回のときである。

(b) すべての電球が「点灯していない状態」になるのは，60 までの数のうち，2，3，4，5，6 のいずれの倍数でもないときであり，それは，

1，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，49，53，59

の 16 回である。

問３　正五角形の 1 つの辺と 2 つの対角線からなる三角形となるのは，3 点 A，C，D が「点灯している状態」だけで，2，4，5 の最小公倍数 20 の倍数は 205 までに，205÷20＝10 余り 5 より，10 回ある。
しかし，このうち，B，E も「点灯している状態」になってしまうことを除かなければならない。6 と 20 の最小公倍数 60 の倍数は，205 までに，205÷60＝3 余り 25 より，3 回ある。
よって，求める回数は 10－3＝7 (回)