Ｒ３　千葉県　公立　数学　問題

数-21-公-千葉-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　$-5\times(-8)$　を計算しなさい。

問２　$-9+(-2)^3\times\frac{1}{4}$　を計算しなさい。

問３　$(8a-5b)-\frac{1}{3}(6a-9b)$　を計算しなさい。

問４　連立方程式　$\begin{cases}2x+3y=7\\3x-y=-17\end{cases}$　を解きなさい。

問５　$\frac{12}{\sqrt{6}}+\sqrt{42}\div\sqrt{7}$　を計算しなさい。

問６　二次方程式　$x^2+9x+7=0$　を解きなさい。

数-21-公-千葉-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　下の表は，あるクラスの生徒 20 人が 11 月に図書室から借りた本の冊数をまとめたものである。この表からわかることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**のうちから 1 つ選び，符号で答えなさい。

借りた本の冊数（冊）	0	1	2	3	4	5	計
人数（人）	3	5	6	3	2	1	20

ア　生徒 20 人が借りた本の冊数の合計は 40 冊である。

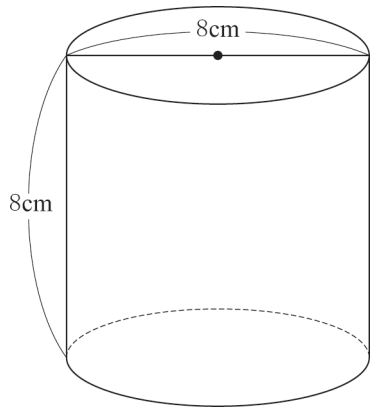
イ　生徒 20 人が借りた本の冊数の最頻値（モード）は 1 冊である。

ウ　生徒 20 人が借りた本の冊数の中央値（メジアン）は 2 冊である。

エ　生徒 20 人が借りた本の冊数の平均値より多く本を借りた生徒は 6 人である。

問２　長さ a m のリボンから長さ b m のリボンを 3 本切り取ると，残りの長さは 5 m 以下であった。この数量の関係を不等式で表しなさい。

問３　下の図のように，底面の直径が 8 cm，高さが 8 cm の円柱がある。この円柱の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いることとする。



問４　大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，$\dfrac{a+1}{2b}$ の値が整数となる確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

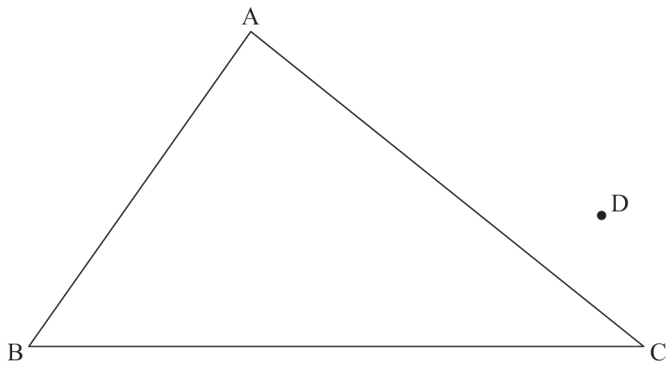
問５　下の図のように，△ABC と点 D がある。このとき，次の**条件**を満たす円の中心 O を作図によって求めなさい。また，点 O の位置を示す文字 O も書きなさい。

ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

条件

・円の中心 O は，2 点 A，D から等しい距離にある。

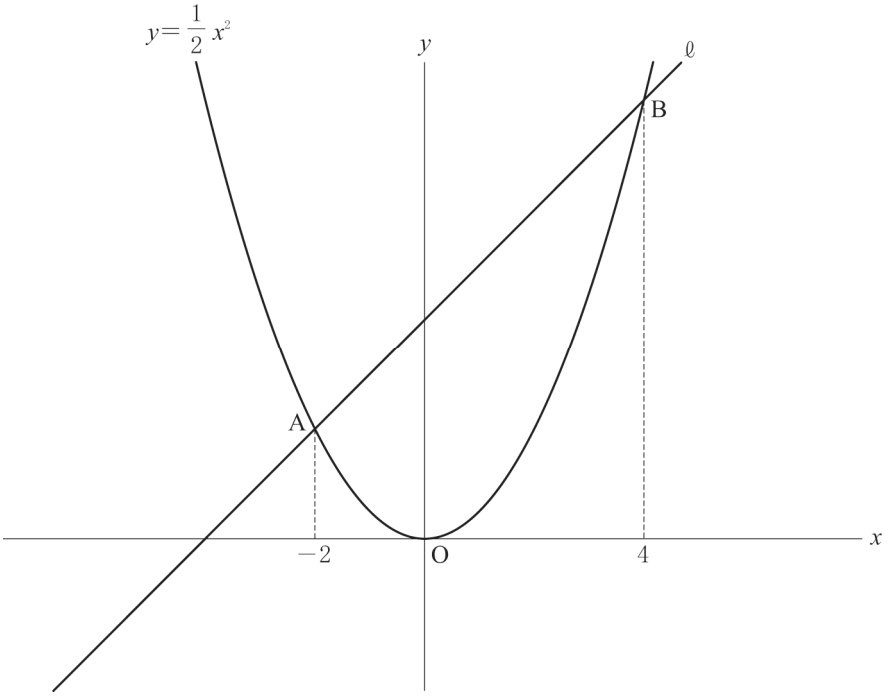
・辺 AC，BC は，ともに円 O に接する。



3 下の**図１**のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線ℓ が 2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ−2，4 であるとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

ただし，原点 O から点（1，0）までの距離及び原点 O から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

図１

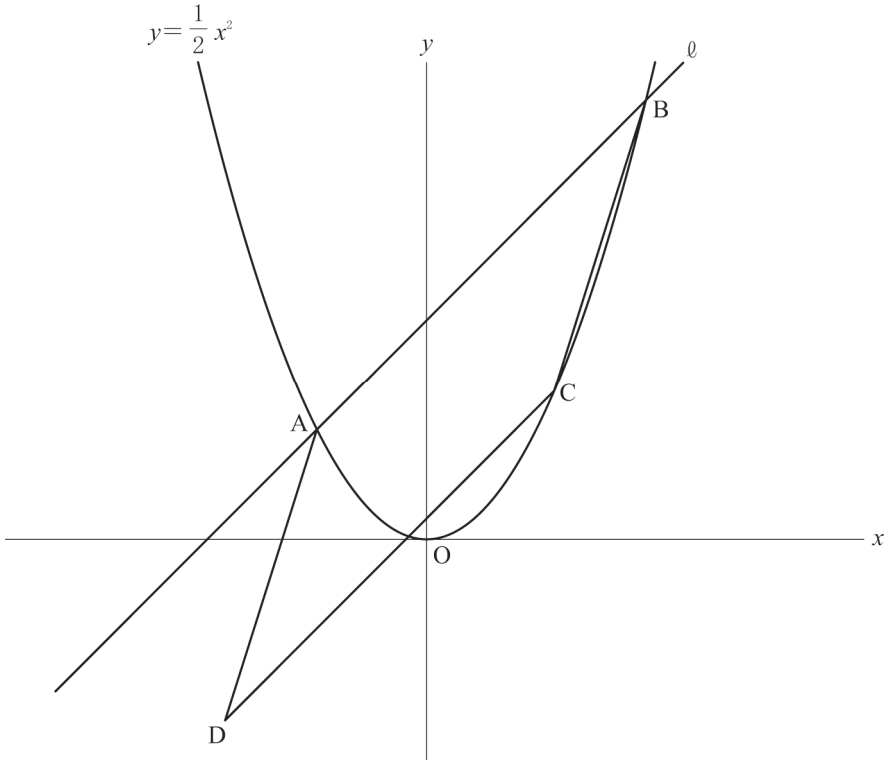


問１　直線ℓ の式を求めなさい。

問２　下の**図２**のように，**図１**において，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が -2 より大きく 4 より小さい点 C をとり，線分 AB，BC をとなり合う 2 辺とする平行四辺形 ABCD をつくる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図２

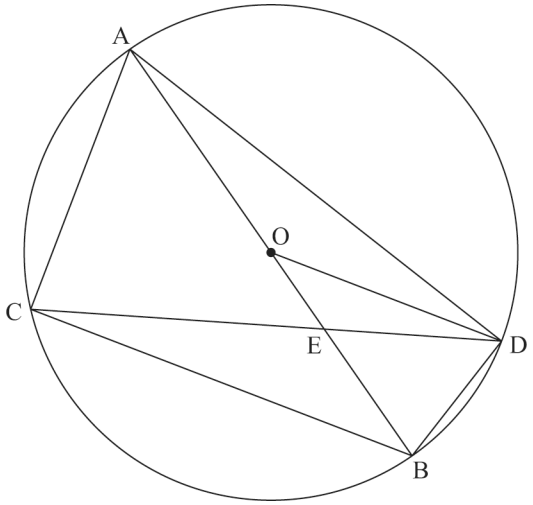


(1)　点 C が原点にあるとき，平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

(2)　平行四辺形 ABCD の面積が 15 cm^2 となるとき，点 D の y 座標をすべて求めなさい。

4 下の図のように，線分 AB を直径とする円 O がある。$\overset{\frown}{AB}$上に，2 点 A，B とは異なる点 C をとり，点 C と 2 点 A，B をそれぞれ結ぶ。また，点 C を含まない$\overset{\frown}{AB}$上に，点 D を CB // OD となるようにとり，点 D と 3 点 A，B，C をそれぞれ結ぶ。線分 OB と線分 CD の交点を E とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　△ACD∽△DBO となることの証明を，次ページの［　　］の中に途中まで示してある。

［（a）］，［（b）］に入る最も適当なものを，次ページの**選択肢**の**ア～カ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，［（c）］には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。

ただし，［　　］の中の①，②に示されている関係を使う場合，番号の①，②を用いてもかまわないものとする。

証明

△ACD と△DBO において，

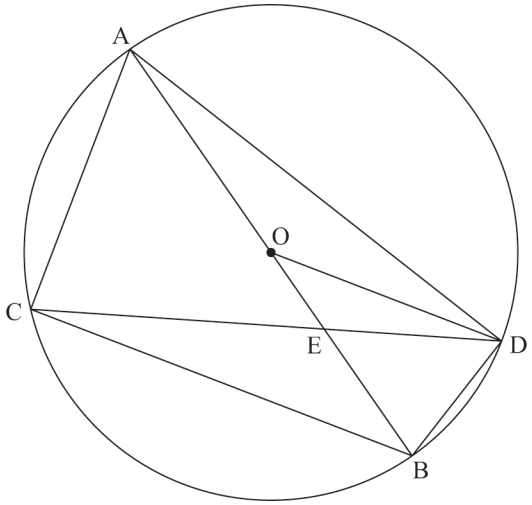
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，

∠ACD＝ （a） ……①

平行線の （b） は等しいから，

CB // OD より，

∠ABC＝∠DOB ……②

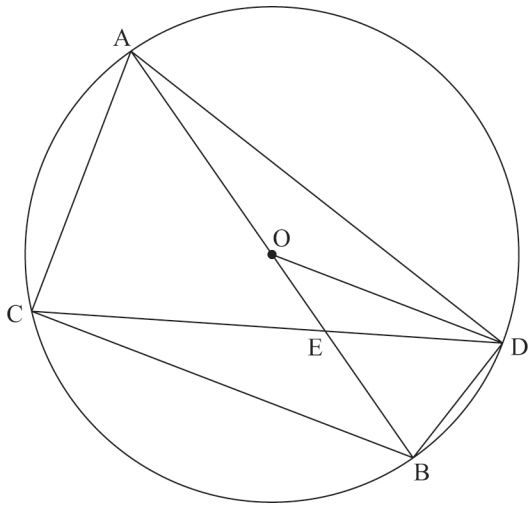


（c）

選択肢

ア ∠ABC	**イ** ∠AED	**ウ** ∠DBO
エ 錯　角	**オ** 同位角	**カ** 対頂角

問２　AO＝2 cm，CB＝3 cm のとき，線分 BD の長さを求めなさい。



5 下の**表**のように，連続する自然数を 1 から順に，次の**規則**にしたがって並べていく。

表

	A 列	B 列	C 列	D 列
1 段目	1	2	3	4
2 段目	6	7	8	5
3 段目	11	12	9	10
4 段目	16	13	14	15
5 段目	17	18	…	…
⋮				

規則

① 1 段目には，自然数 1，2，3，4 を A 列→B 列→C 列→D 列の順に並べる。

② 2 段目以降は，1 つ前の段に並べた自然数に続く，連続する 4 つの自然数を次の順に並べる。

1 つ前の段で最後に並べた自然数が

・D 列にあるときは，D 列→A 列→B 列→C 列の順

・C 列にあるときは，C 列→D 列→A 列→B 列の順

・B 列にあるときは，B 列→C 列→D 列→A 列の順

・A 列にあるときは，A 列→B 列→C 列→D 列の順

このとき，次の**問 1** ～**問 3** に答えなさい。

問 1 下の**説明**は，各段に並べた数について述べたものである。［（ア）］，［（イ）］にあてはまる式を書きなさい。

説明

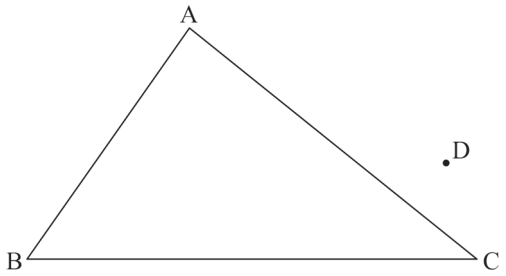
各段の最大の数は 4 の倍数となっていることから，n 段目の最大の数は n を用いて［（ア）］と表される。

したがって，n 段目の最小の数は n を用いて［（イ）］と表される。

問 2 m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和が 4 の倍数となることを，m，n を用いて説明しなさい。

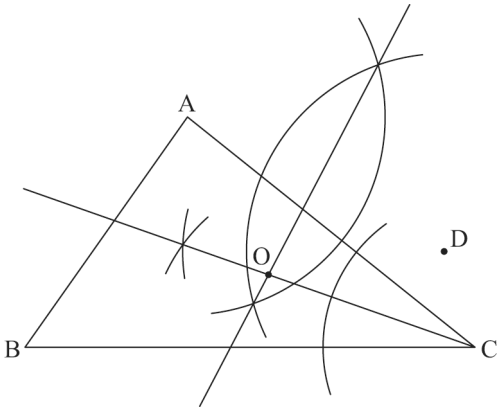
問 3 m，n を 20 未満の自然数とする。m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数がともに B 列にあるとき，この 2 数の和が 12 の倍数となる m，n の値の組み合わせは何組あるか求めなさい。

Ｒ３　千葉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-千葉-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５			
		問６	$x=$		
数-21-公-千葉-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３	cm^2		
		問４			
		問５			
数-21-公-千葉-KY-03	3	問１			
		問２	(1)　cm^2		
			(2)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-千葉-KY-04	4	問１	（a）			
			（b）			
			（c）			
		問２	cm			
数-21-公-千葉-KY-05	5	問１	（ア）			
			（イ）			
		問２				
		問３	組			

Ｒ３　千葉県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-千葉-K-01	1	問１	40	5	
		問２	-11	5	
		問３	$6a-2b$	5	
		問４	$(x=)\quad -4,\ (y=)\quad 5$	5	
		問５	$3\sqrt{6}$	5	
		問６	$(x=)\quad \dfrac{-9\pm\sqrt{53}}{2}$	5	
数-21-公-千葉-K-02	2	問１	ウ	5	
		問２	$a-3b\leqq 5$	5	
		問３	$96\pi\quad (\mathrm{cm}^2)$	5	
		問４	$\dfrac{5}{36}$	5	
		問５		5	異なる作図の方法でも，正しければ，5点を与える。
数-21-公-千葉-K-03	3	問１	$y=x+4$	5	
		問２ (1)	$24\quad (\mathrm{cm}^2)$	5	
		問２ (2)	$-\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{11}{2}$	5	完答で点を与える。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−21−公−千葉−K−04	4	問１	（ａ）	ウ	2	
			（ｂ）	エ	2	
			（ｃ）	$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから， ∠ADC＝∠ABC　　……③ ②，③より， ∠ADC＝∠DOB　　……④ ①，④より， 2 組の角がそれぞれ等しいので， △ACD∽△DBO	6	異なる証明でも，正しければ，6 点を与える。 また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問２	$\sqrt{2}$ (cm)		5	
数−21−公−千葉−K−05	5	問１	（ア）	$4n$	3	
			（イ）	$4n-3$	3	
		問２	m 段目の最小の数は $4m-3$， n 段目の 2 番目に大きい数は $4n-1$ と表される。 この 2 数の和は， $(4m-3)+(4n-1)=4m+4n-4$ $=4(m+n-1)$ $m+n-1$ は整数であるから， $4(m+n-1)$ は 4 の倍数である。 したがって，m 段目の最小の数と， n 段目の 2 番目に大きい数の和は， 4 の倍数となる。		4	異なる説明でも，正しければ，4 点を与える。 また，部分点を与えるときは，2 点とする。
		問３	7 (組)		5	

数-21-公-千葉-KS-01

1　【計算分野】

問２　$-9+(-2)^3\times\frac{1}{4}=-9+(-2)\times(-2)\times(-2)\times\frac{1}{4}=-9+(-8)\times\frac{1}{4}=-9-2=-11$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

数-21-公-千葉-KS-02

2　【小問集合】

問１　**ア**　生徒 20 人が借りた本の冊数の合計は，$0\times3+1\times5+2\times6+3\times3+4\times2+5\times1=39$(冊)

よって，誤り。

イ　本を 2 冊借りた人数が 6 人で最も多いので，最頻値は 2 冊。よって，誤り。

ウ　20 人のデータなので，データを小さい順に並べたときの 10 人目と 11 人目の平均値が中央値である。借りた本の冊数が 0～1 冊である人数が 3＋5＝8(人)，0～2 冊である人数が 3＋5＋6＝14(人)なので，データを小さい順に並べたときの 10 人目と 11 人目はどちらも本を 2 冊借りている。よって中央値は$\frac{2+2}{2}=2$(冊)なので，正しい。

エ　平均値は，$\frac{39}{20}=1.95$(冊)なので，平均値よりも多く本を借りた生徒の人数は，

6＋3＋2＋1＝12(人)　よって，誤り。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

問３　円柱の展開図は**図１**のようになる。

側面は長方形であり，その縦の長さは，円柱の高さと同じ 8 cm，横の長さは，円柱の底面の円周と同じ 8π cm である。

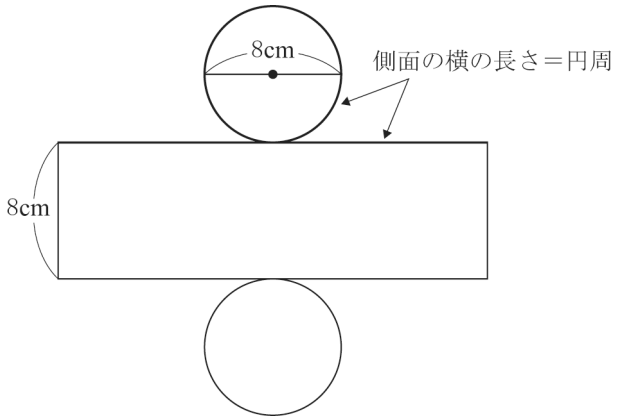
よって，側面積は，$8\times8\pi=64\pi$ (cm^2)

底面は半径 4 cm の円であり，2 つあるので，$\pi\times4^2\times2=32\pi$ (cm^2)

よって，円柱の表面積は，

$64\pi+32\pi=96\pi$ (cm^2)

図１



問４　「2 つのさいころを同時に 1 回投げる」ということを行うので，まずは 6×6 の表をかく。起こりうるすべての場合の数は 36 通りで，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，

「$\dfrac{a+1}{2b}$の値が整数となる」場合の数は 5 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{5}{36}$

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	○					
2						
3	○	○				
4						
5	○		○			
6						

問５

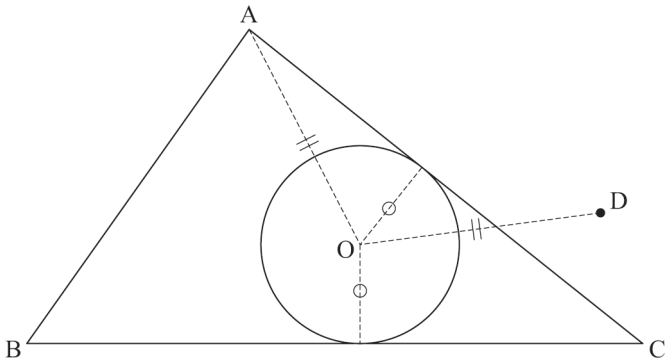
解答のヒント

・「O は，2 点 A，D から等しい距離にある」という条件から，「線分 AD の垂直二等分線上に O がある」と考える。

・「辺 AC，BC は，ともに円 O に接する」という条件から発想を広げるのは難しいので，完成形を予想して，何を作図すべきかを考えよう。

→**図２**の完成予想図から，「O は，2 辺 AC，BC から等しい距離にある」ということがわかる。よって，「∠ACB の二等分線上に O がある」と考える。

図２



数-21-公-千葉-KS-03

3　【関数のグラフと図形】

問１　2 点 A，B は，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上にある。

点 A の x 座標が−2 だから，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$　⇒　A(−2，2)

点 B の x 座標が 4 だから，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$　⇒　B(4，8)

よって，直線 ℓ は 2 点 A，B を通るので，直線の式を $y=ax+b$ とおき，$(x,\ y)=(-2,\ 2)$，$(4,\ 8)$ をそれぞれ代入してできる連立方程式 $\begin{cases}2=-2a+b\\8=4a+b\end{cases}$ を解くと，$a=1$，$b=4$

ゆえに，直線 ℓ の式は，$y=x+4$

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問２　(1) 点Cが原点にあるとき，グラフは**図１**のようになる。

□ABCD＝2△ACB

なので，

△ACB(△AOB)の面積を求めればよい。

直線ℓとy軸との交点をEとすると，

E(0，4)だから，

OE＝4(cm)

A(−2，2)より，

△AOEにおいて，底辺をOEとしたときの高さは，2 cm

よって，

$\triangle AOE = 4 \times 2 \times \frac{1}{2}$

$= 4(cm^2)$

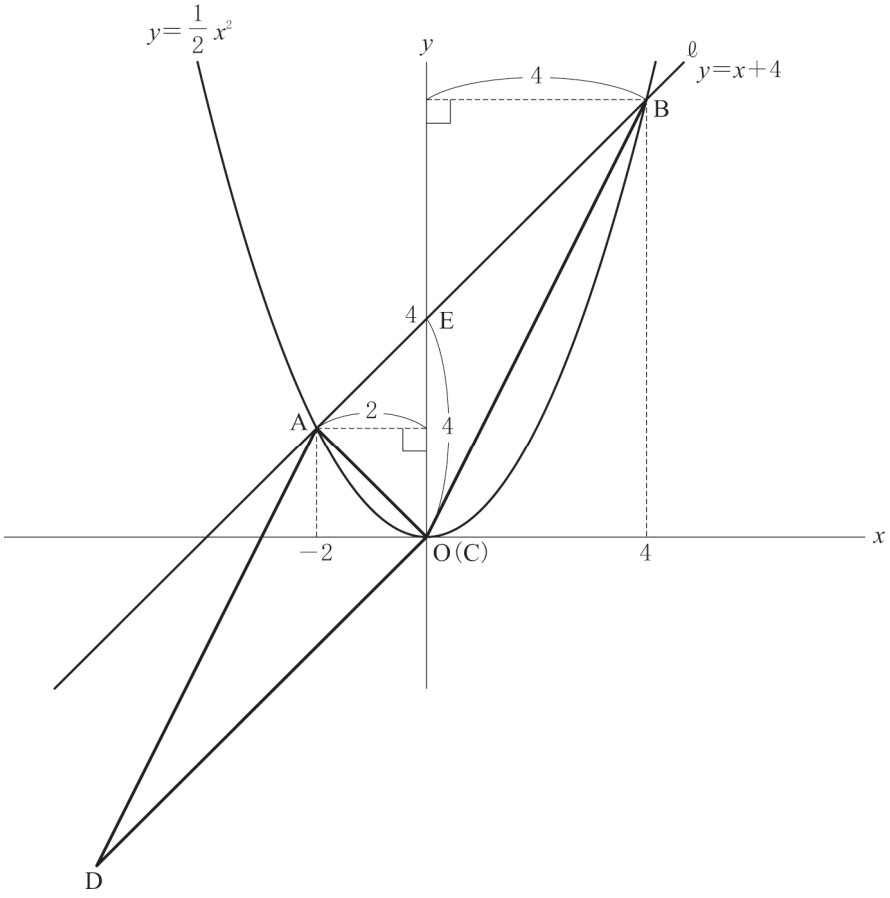
同様に，B(4，8)より，△BOEにおいて，底辺をOEとしたときの高さは，

4 cm

よって，$\triangle BOE = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8(cm^2)$

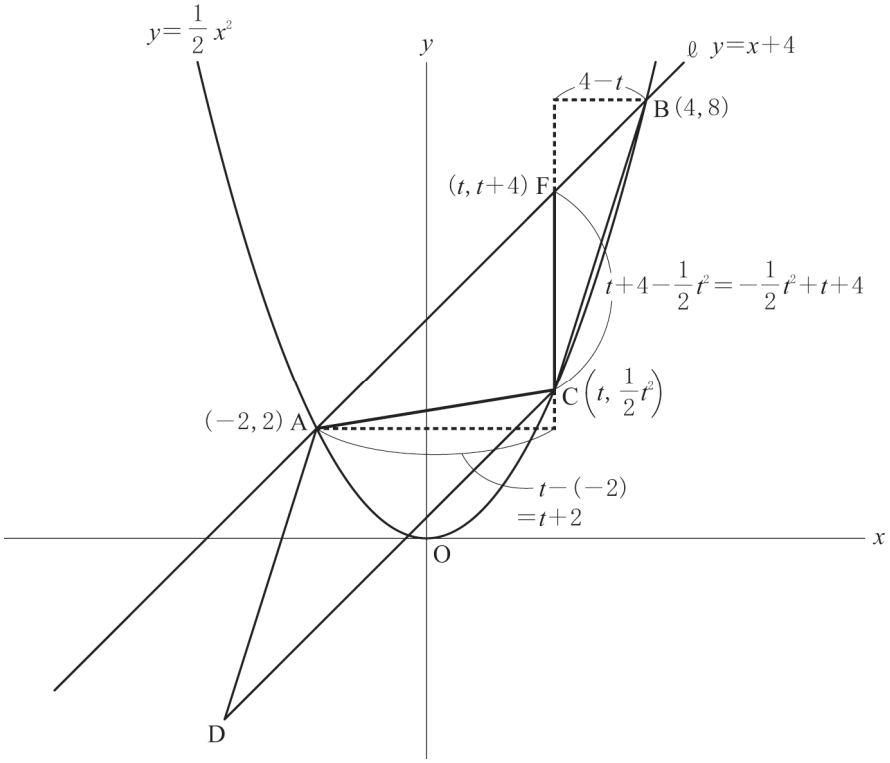
ゆえに，△ACB＝△AOE＋△BOE＝4＋8＝12(cm²)より，□ABCD＝2△ACB＝2×12＝24(cm²)

図１



(2) □ABCD＝2△ACB より，2△ACB＝15 であることを利用する。(1)と同様に，△ACB の面積を求める。

図２のように，点 C の x 座標を t，点 C を通り y 軸と平行な直線と線分 AB との交点を F とする。



点 C は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるので，点 C の y 座標は，

$y=\frac{1}{2}t^2$

$\Rightarrow$ $C\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$

点 F は，点 C と x 座標が等しく t であり，直線 $\ell : y=x+4$ 上にあるので，点 F の y 座標は，

$y=t+4$ $\Rightarrow$ $F(t,\ t+4)$

$C\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$F(t,\ t+4)$ より，△ACF において，底辺 CF の長さは，$t+4-\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t^2+t+4$(cm)

$A(-2,\ 2)$，$C\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$より，△ACF において，底辺を CF としたときの高さは，$t-(-2)=t+2$(cm)

よって，$\triangle ACF=\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times(t+2)\times\frac{1}{2}$

また，$B(4,\ 8)$，$C\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$より，△BCF において，底辺を CF としたときの高さは，$4-t$(cm)

よって，$\triangle BCF=\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times(4-t)\times\frac{1}{2}$

ゆえに，$\triangle ACB=\triangle ACF+\triangle BCF=\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times(t+2)\times\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times(4-t)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times\{(t+2)+(4-t)\}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right)\times6=-\frac{3}{2}t^2+3t+12$(cm^2)

$2\triangle ACB=2\left(-\frac{3}{2}t^2+3t+12\right)=\underline{-3t^2+6t+24=15 \Rightarrow t^2-2t-3=0 \Rightarrow (t+1)(t-3)=0}$

$\underline{\Rightarrow t=-1,\ 3}$

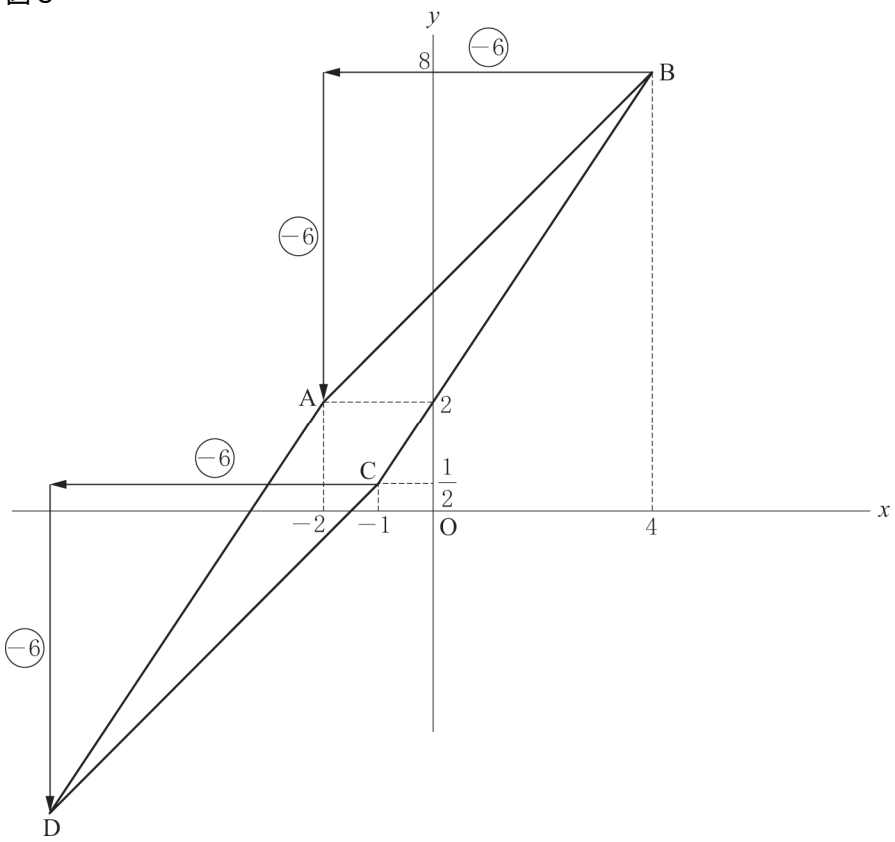
$t=-1$ のとき，

$C\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$ である（**図３**）。

四角形 ABCD が平行四辺形であることから，AB//DC，AB＝DC より，2 点 A，B の y 座標の差と，2 点 C，D の y 座標の差は等しいので，2 点 A，B の y 座標の差は 8−2＝6 だから，点 D の y 座標は，

$\frac{1}{2}-6=-\frac{11}{2}$

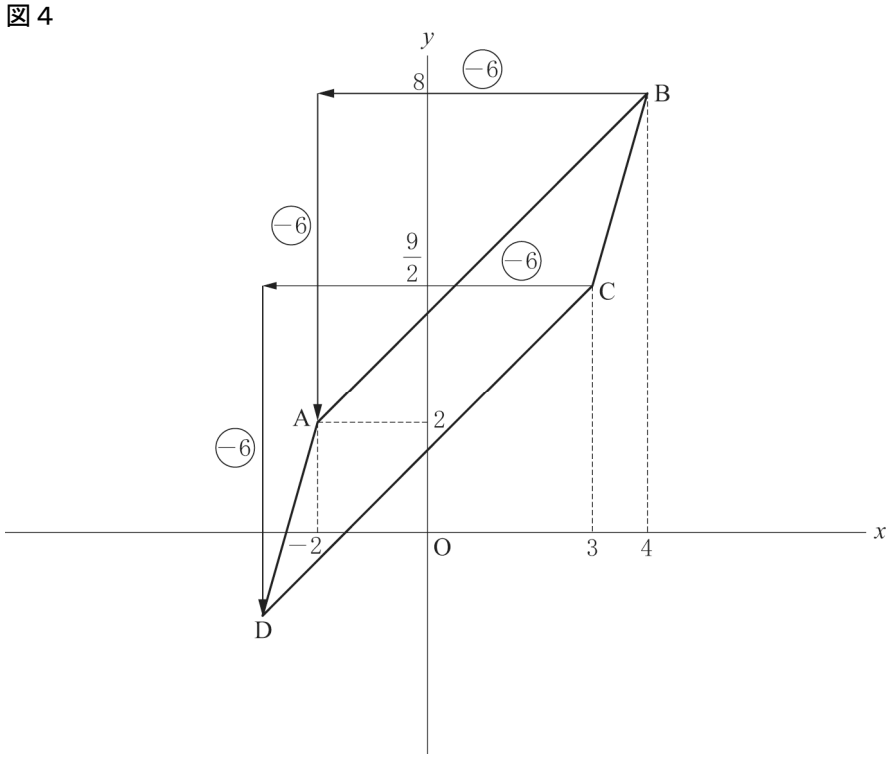
図３



同様にして，$t=3$ のとき，$C\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ だから（**図４**），点 D の y 座標は，

$\frac{9}{2}-6=-\frac{3}{2}$

図４



4 【平面図形】

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問１

解答のヒント

① 問題文から情報をさがすと，AB を直径とする円 O，CB//OD の 2 つが見つかる。

② 円 O からは，「円周角の定理」「半径 2 つで二等辺三角形→底角が等しい（**図１**）」「直径→90°（**図２**）」
CB//OD からは，「同位角，錯角が等しい」「平行線と線分の比」などが発想として出てくる。

図１

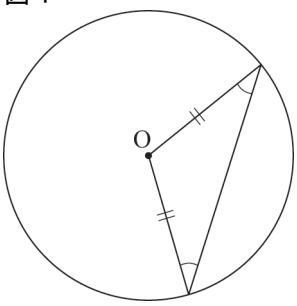
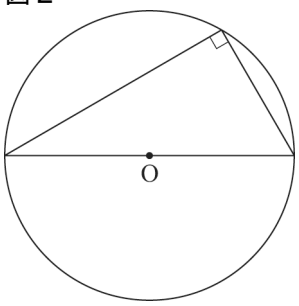


図２



③ 今回は相似となることを証明する問題であり，辺の長さについての情報がないことから，「2 組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を使うことが予想される。よって，②の中でも角についての性質を利用する可能性が高いことがわかる。

問２

解答のヒント

① **問１**を解く過程で見つけた条件のほかに，**問１**で証明された△ACD∽△DBO が条件に加わった。

② △ACD∽△DBO からは，「対応する角の大きさがそれぞれ等しい」「対応する辺の比がすべて等しい」などが発想として出てくる。

③ 今回は線分の長さを求める問題なので，三平方の定理や，比に関する性質を利用する可能性が高いことがわかる。

以上のことに注目して解いていこう。

BD＝x cm とおく。

AB は円 O の直径なので，

∠ACB＝∠ADB＝90°（**図１**）より，

△ABC と△ADB はともに直角三角形である。

△ABC において，三平方の定理より，

$AC^2=AB^2-BC^2=4^2-3^2=7$

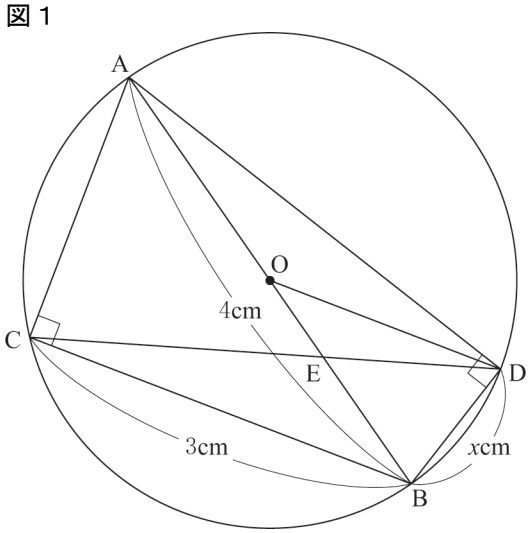
⇒ AC＞0 より，$AC=\sqrt{7}$(cm)

△ABD において，三平方の定理より，

$AD^2=AB^2-BD^2=4^2-x^2=16-x^2$

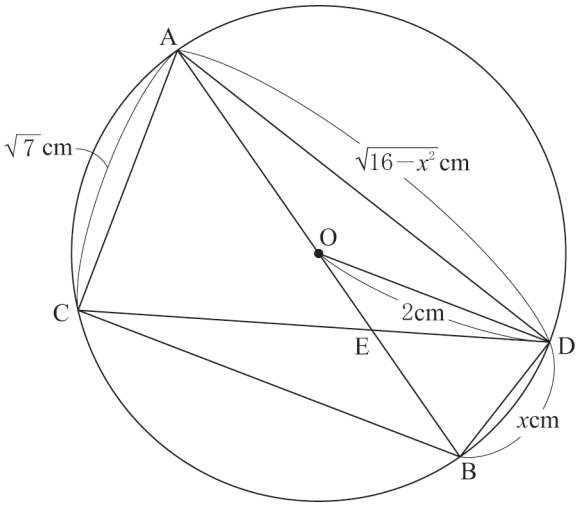
⇒ AD＞0 より，$AD=\sqrt{16-x^2}$(cm)

図１



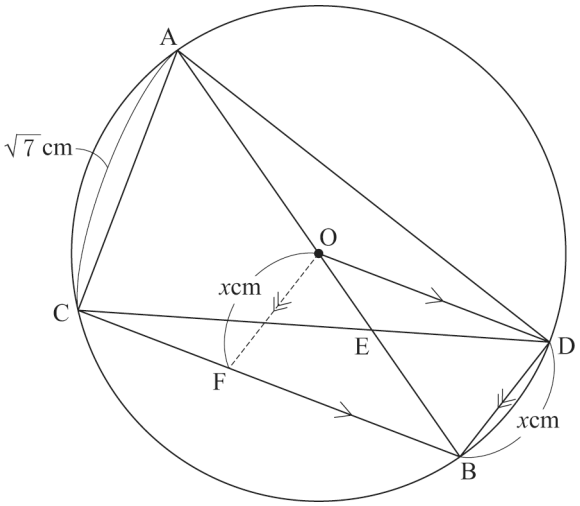
また，**問１**より，△ACD∽△DBO だから(**図２**)，AD：DO＝AC：DB
⇒ $\sqrt{16-x^2}:2=\sqrt{7}:x$
⇒ $AD^2:DO^2=AC^2:DB^2$ より，
$(16-x^2):4=7:x^2$ ⇒ $x^2(16-x^2)=28$
⇒ $x^4-16x^2+28=0$
⇒ $x^2=M$ とおくと，$M^2-16M+28=0$
⇒ $(M-2)(M-14)=0$
⇒ $M=2, 14$ ⇒ $x^2=2$ のとき，$x>0$ より，
$x=\sqrt{2}$(cm)，$x^2=14$ のとき，$x>0$ より，
$x=\sqrt{14}$(cm)

図２



ここで，点 O を通り，線分 DB と平行な直線と線分 CB との交点を F とすると，四角形 OFBD は平行四辺形となるため，
OF＝BD＝x である(**図３**)。よって，OF＜AC より，$x<\sqrt{7}$ だから，$x=\sqrt{14}$ は不適。
よって，BD＝$\sqrt{2}$(cm)

図３



数-21-公-千葉-KS-05

5 【規則性】

ポイント》規則性問題を突破するためのポイント
まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

問１ 各段の最大の数と最小の数について，まずは具体例を挙げて考える。

段数		最大の数		最小の数
1段目		4		1
2段目		8		5
3段目	×4	12	−3	9
4段目		16		13
⋮		⋮		⋮
n段目		$4n$		$4n-3$

このように，段数と最大の数の関係を考えると，(最大の数)＝(段数)×4 であることがわかる。
また，最大の数と最小の数の関係を考えると，(最小の数)＝(最大の数)−3 であることがわかる。
よって，n 段目の最大の数は，$4n$，最小の数は，$4n-3$

問３　最小の数がＢ列にあるのは，4，8，12，16，20，…段目と，(4 の倍数)段目であることがわかる。
よって，m＝4，8，12，16
また，2 番目に大きい数がＢ列にあるのは，2，6，10，14，18，22，…段目と，(4 で割ると 2 余る数)段目であることがわかる。よって，n＝2，6，10，14，18
この m，n の値の中で，m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和が 12 の倍数となるものを見つける。
m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和は，**問２**より，$4(m+n-1)$であり，これが 12 の倍数となるには，$m+n-1$ が 3 の倍数であればよい。
m＝4 のとき，$m+n-1$ が 3 の倍数となる n は，n＝6，18
同様に，m＝8 のとき，n＝2，14，m＝12 のとき，n＝10，m＝16 のとき，n＝6，18
よって，m，n の値の組み合わせは 7 組。