Ｒ４　千葉県　公立　数学　問題

数-22-公-千葉-問-01

1　次の**問１**～**問７**に答えなさい。

問１　次の(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$-2\times3+2$

(2)　$6\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{2}b\right)-(a-3b)$

(3)　$(2\sqrt{3}-1)^2$

問２　縦の長さが横の長さの２倍より３cm長い長方形があるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　横の長さをx cmとするとき，長方形の面積をxを使って表しなさい。

(2)　長方形の面積が７cm^2であるとき，横の長さを求めなさい。

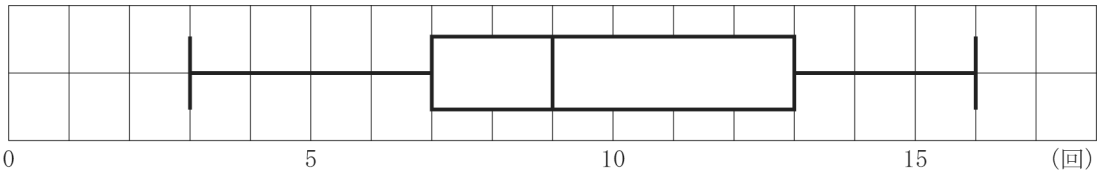
問３　A 中学校では，体育祭の種目に長縄跳びがある。全学年とも，連続して何回跳べるかを競うものである。下の表は，1 年生のあるクラスで長縄跳びの練習を行い，それぞれの回で連続して跳んだ回数を体育委員が記録したものである。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	6 回目	7 回目	8 回目
記録（回）	3	11	7	12	14	7	9	16

(1) 1 回目から 8 回目までの記録の中央値（メジアン）を求めなさい。

(2) 9 回目の練習を行ったところ，記録は a 回であった。下の図は，1 回目から 9 回目までの記録を箱ひげ図に表したものである。このとき，9 回目の記録として考えられる a の値をすべて求めなさい。



問４　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 20 以下の自然数のうち，素数は何個あるか，求めなさい。

(2) 大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，$2a+b$ の値が素数となる確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問５　x，y についての連立方程式

$$\begin{cases} -ax+3y=2 \\ 2bx+ay=-1 \end{cases}$$

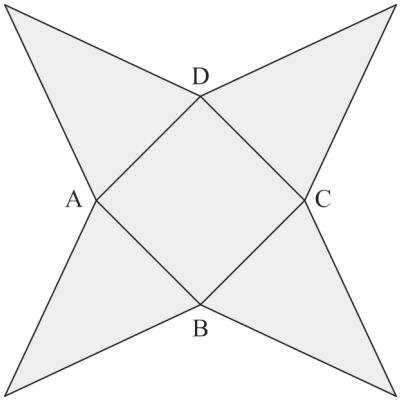
の解が $x=1$，$y=-1$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

問６　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 円錐や角錐の底面の面積を S，高さを h とするとき，その体積 V は，$V=\dfrac{1}{3}Sh$ で表される。この等式を h について解きなさい。

(2) 下の図は，正四角錐の展開図である。正方形 ABCD の対角線 AC の長さは 4 cm であり，この展開図を組み立ててできる正四角錐の体積を求めると，$\frac{32}{3}\,\mathrm{cm}^3$ であった。

このとき，正四角錐の高さを求めなさい。



問 7　下の図のように，3 点 A，B，C がある。このとき，次の**条件**を満たす点 P を作図によって求めなさい。また，点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

条件

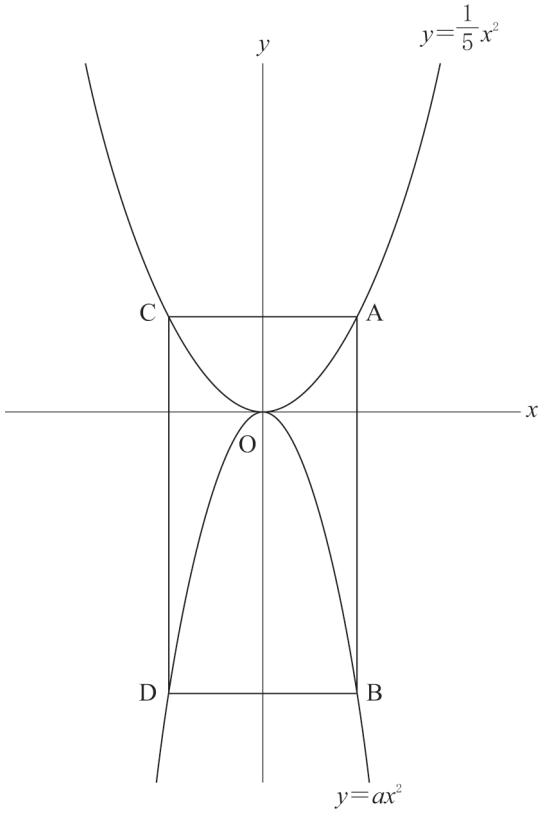
・点 P は，線分 AC の中点と点 B を結ぶ直線上の点である。
・直線 AP と直線 BP は垂直に交わる。



2 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{5}x^2$ のグラフ上に点 A があり，点 A を通り，y 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点を B とする。点 A の x 座標は 5 で，点 B の y 座標は -15 である。また，2 点 A，B と y 軸に関して対称な点をそれぞれ C，D とし，長方形 ACDB をつくる。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

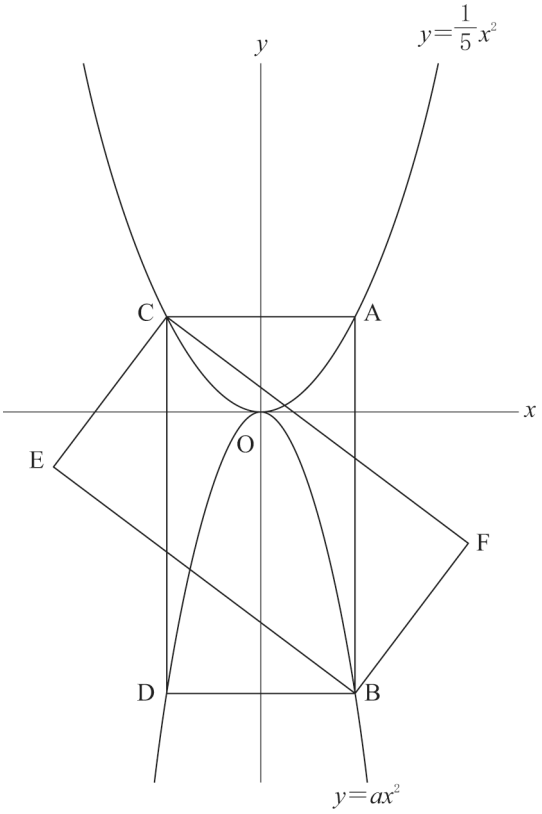
ただし，$a<0$ とする。



問１　a の値を求めなさい。

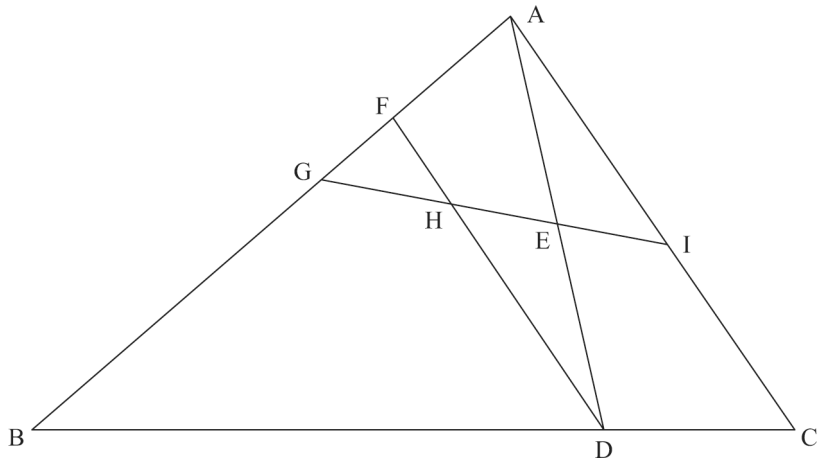
問２　2 点 B，C を通る直線の式を求めなさい。

問３　下の図のように，長方形 ACDB と合同な長方形 CEBF をかいた。
このとき，2 点 E，F を通る直線の式を求めなさい。



3 下の図のように，△ABC があり，辺 BC 上に BD : DC＝3 : 1 となる点 D をとる。線分 AD の中点を E とし，点 D を通り，辺 AC に平行な直線と辺 AB との交点を F とする。また，線分 BF 上に 2 点 B, F とは異なる点 G をとり，直線 GE と線分 DF，辺 AC との交点をそれぞれ H，I とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。



問１　AI＝DH であることを下の［　　］にしたがって証明するとき，［(a)］，［(b)］に入る最も適当なものを，**選択肢**の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，［(c)］に入る最も適当なことばを書きなさい。

［　　］
AI＝DH であることを証明するには，［(a)］と［(b)］が［(c)］であることを証明すればよい。

選択肢

ア　△AEI　　**イ**　△ABD　　**ウ**　△AFD　　**エ**　△DEH

問２　**問１**の［　　］にしたがって，AI＝DH であることを証明しなさい。

問３　GI // BC のとき，△AEI と四角形 BDHG の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

4 右の**図**のように，点 O を中心とし，線分 AB，CD を直径とする 2 つの半円がある。

点 P は A を，点 Q は D を同時に出発する。

A を出発した点 P は，$\overset{\frown}{AB}$上を一定の速さで移動し，

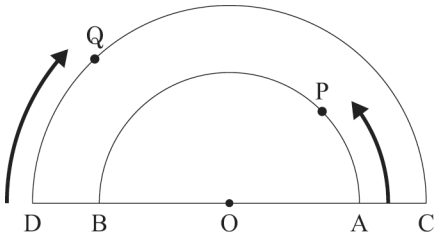
→B→A→B→A→……の動きをくり返す。

D を出発した点 Q は，$\overset{\frown}{CD}$上を一定の速さで移動し，

→C→D→C→D→……の動きをくり返す。

$\overset{\frown}{AB}$＝60 cm，$\overset{\frown}{CD}$＝90 cm，2 点 P，Q の移動する速さを，それぞれ秒速 4 cm，秒速 9 cm とするとき，次の**会話文**を読み，あとの**問１～問５**に答えなさい。

図

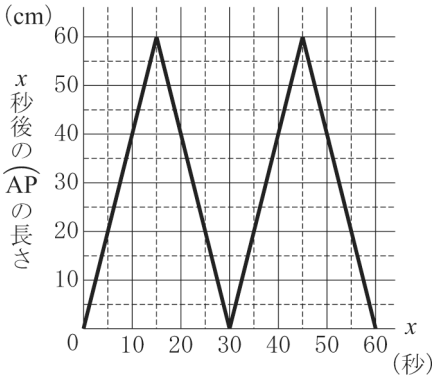


会話文

教師 T：3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶ場合について考えます。点 P が A を，点 Q が D を同時に出発してから x 秒後の 2 点 P，Q の位置関係を確認してみましょう。

生徒 X：点 P の動きについて考えてみます。

$\overset{\frown}{AB}$＝60 cm で，点 P の速さが秒速 4 cm だから，点 P が A を出発してから，B にはじめて到着するのは 15 秒後だとわかります。点 P が出発してから，x と$\overset{\frown}{AP}$の長さの関係をグラフに表すと，右のようになりました。

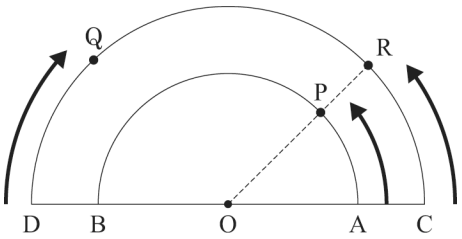


生徒 Y：点 Q の動きについて考えてみると，

$\overset{\frown}{CD}$＝90 cm で，点 Q の速さが秒速 9 cm だから，点 Q が D を出発してから，C にはじめて到着するのは [(a)] 秒後です。$\overset{\frown}{DQ}$の変化のようすをグラフに表すと何かわかるかな。

生徒 X：$\overset{\frown}{AP}$と$\overset{\frown}{DQ}$の変化のようすがわかっても，点 P と点 Q は異なる円周上を動くから，3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶ場合を考えるのは難しいですね。

教師 T：右の図のように，直線 OP と$\overset{\frown}{CD}$との交点を R とすると，点 P が$\overset{\frown}{AB}$上を移動する速さが秒速 4 cm だから，点 R が$\overset{\frown}{CD}$上を移動する速さは秒速 [(b)] cm だと考えることができます。



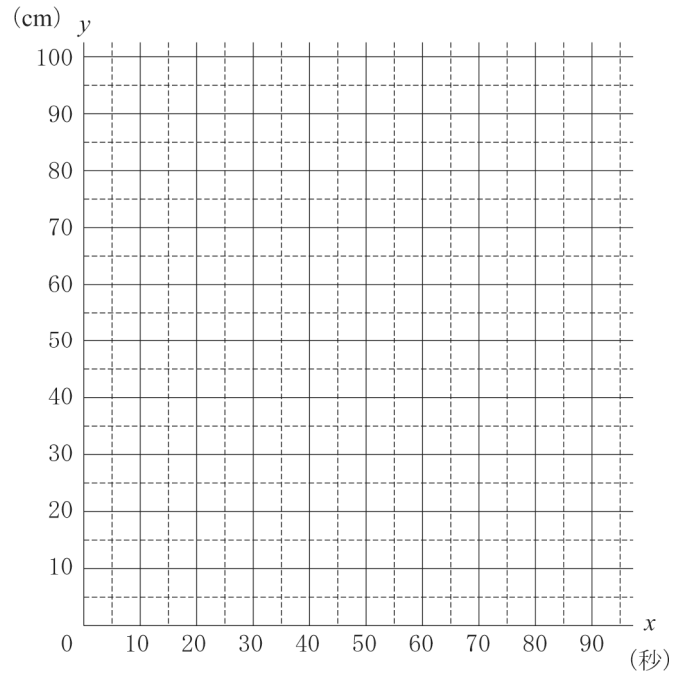
生徒 Y：同じ$\overset{\frown}{CD}$上で，2 点 Q，R の動きをみることができるので，考えやすくなりました。3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶのは，$\overset{\frown}{CR}$＋$\overset{\frown}{DQ}$＝90 cm のときだね。

生徒 X：$\overset{\frown}{CR}$＝90－$\overset{\frown}{DQ}$＝$\overset{\frown}{CQ}$だから，$\overset{\frown}{CQ}$＝$\overset{\frown}{CR}$のときとも考えられますね。まず，$\overset{\frown}{CQ}$の変化のようすを調べてみます。点 Q が D を出発してから x 秒後の$\overset{\frown}{CQ}$の長さを y cm とすると，点 Q が C にはじめて到着するまでの x と y の関係を表す式は，$y=90-9x$ になります。

問１　**会話文**中の(a)，(b)にあてはまる数として最も適当なものを，次の**ア**～**カ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。

ア　4　　**イ**　6　　**ウ**　8　　**エ**　10　　**オ**　12　　**カ**　14

問２　点 Q が D を出発してから x 秒後の$\overset{\frown}{\mathrm{CQ}}$の長さを y cm とする。$0 \leqq x \leqq 30$ のときの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



問３　点 P が A を，点 Q が D を同時に出発してから，3 点 O，P，Q が，はじめてこの順に一直線上に並ぶのは何秒後か，求めなさい。

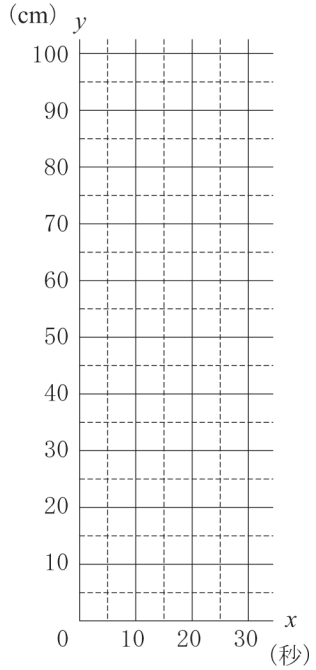
問４　点 P が A を，点 Q が D を同時に出発してから，点 P が A に，点 Q が D にはじめて同時に到着した。2 点 P，Q が同時に出発してからこのときまでに，3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶのは何回あったか，求めなさい。

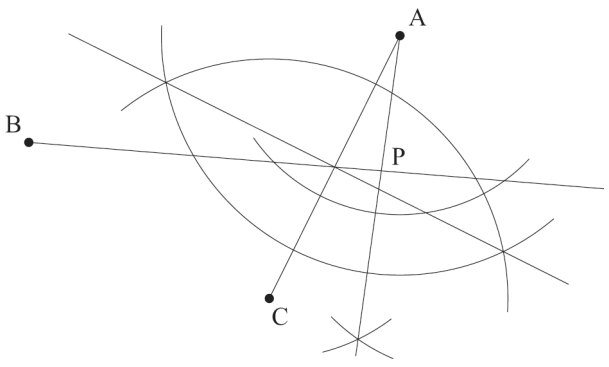
問５　点 P が A を，点 Q が D を同時に出発してから，144 秒後の∠POQ の大きさを求めなさい。

数学　解答用紙

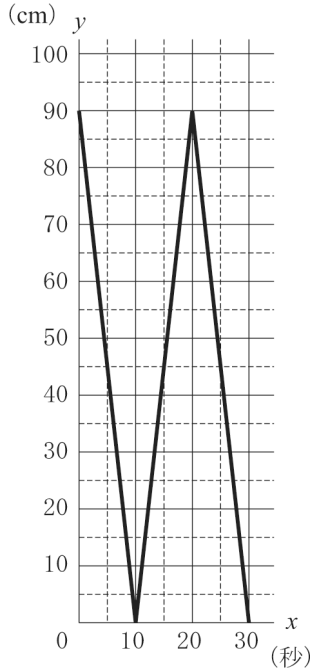
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-千葉-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２	(1)	cm^2		
			(2)	cm		
		問３	(1)	回		
			(2)	$a=$		
		問４	(1)	個		
			(2)			
		問５		$a=$		
				$b=$		
		問６	(1)	$h=$		
			(2)	cm		
		問７				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-千葉-KY-02	2	問１	$a=$		
		問２			
		問３			
数-22-公-千葉-KY-03	3	問１	(a)　　(b)　　(c)		
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-千葉-KY-04	4	問１	(a)			
			(b)			
		問２				
		問３	秒後			
		問４	回			
		問５	度			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−22−公+千葉−K−01	1	問１	(1)	-4	5	
			(2)	$3a-6b$	5	
			(3)	$13-4\sqrt{3}$	5	
		問２	(1)	$x(2x+3)$　(cm^2)	3	$2x^2+3x$でもよい。
			(2)	$\dfrac{-3+\sqrt{65}}{4}$　(cm)	3	
		問３	(1)	10　(回)	3	
			(2)	$a=7,\ 8,\ 9$	3	完答で点を与える。
		問４	(1)	8　(個)	3	
			(2)	$\dfrac{13}{36}$	3	
		問５		$a=-5$	3	
				$b=-3$	3	
		問６	(1)	$h=\dfrac{3V}{S}$	3	
			(2)	4　(cm)	3	
		問７			6	異なる作図の方法でも，正しければ，6点を与える。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-千葉-K-02	2	問１	$a=-\frac{3}{5}$	5	
		問２	$y=-2x-5$	5	
		問３	$y=-\frac{2}{11}x-5$	5	
数-22-公-千葉-K-03	3	問１	(a)　ア　(b)　エ　(c)　合同	5	完答で点を与える。(a)，(b)は順不同。
		問２	△AEI と△DEH において， 仮定より， AE＝DE　……① 対頂角は等しいので， ∠AEI＝∠DEH　……② 仮定より，AC // FD で，平行線の錯角は等しいので， ∠IAE＝∠HDE　……③ ①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △AEI≡△DEH したがって， AI＝DH	6	異なる証明でも，正しければ，6 点を与える。 また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問３	1 : 8	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-十葉-K-04	4	問１	(a)	エ	3	
			(b)	イ	3	
		問２			3	
		問３	6 (秒後)		3	
		問４	5 (回)		3	
		問５	36 (度)		3	

数-22-公-千葉-KS-01

1　【小問集合】

問１　(3) $(2\sqrt{3}-1)^2=(2\sqrt{3})^2-2\times2\sqrt{3}\times1+1^2=12-4\sqrt{3}+1=13-4\sqrt{3}$

問２　(1) 横の長さを x cm とすると，縦の長さは $2x+3$(cm)と表せる。
よって，長方形の面積は，$x(2x+3)$ cm^2

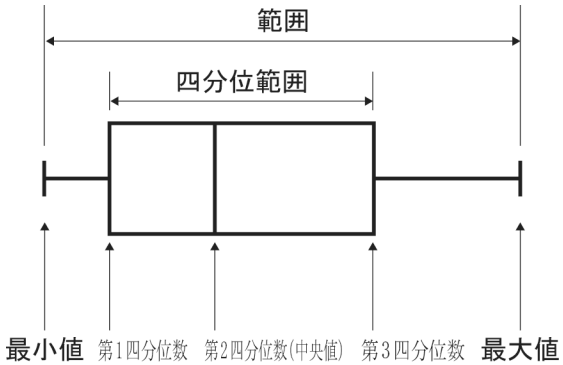
(2) (1)より，$x(2x+3)=7$　⇒　$2x^2+3x-7=0$　⇒　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{65}}{4}$　$x>0$ より，$x=\dfrac{-3+\sqrt{65}}{4}$(cm)

問３　(1) 記録を小さい方から並べると，3，7，7，9，11，12，14，16 となり，中央値は 4 番目と 5 番目の記録の平均値だから，$\dfrac{9+11}{2}=10$(回)

(2) 箱ひげ図より，第 1 四分位数は 7，中央値(第 2 四分位数)は 9，第 3 四分位数は 13 である。9 回分の記録の中央値は，記録を小さい方から並べたときの 5 番目の回数に等しいため，$a\leqq9$ である($a=10$ のとき，中央値は 10，$a\geqq11$ のとき，中央値は 11 となってしまう)。また，9 回分の記録の第 1 四分位数は，記録を小さい方から並べたときの 2 番目と 3 番目の回数の平均値に等しいため，$a\geqq7$ である($a\leqq6$ のとき，2 番目の数が 3 または a，3 番目の数が 7 となり，第 1 四分位数が 7 にならない)。以上のことから，$a=7$，8，9

ポイント》代表値
⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用
①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値
②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。
①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差
③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問４　(1) 20 以下の素数は，2，3，5，7，11，13，17，19 の 8 個。素数は，「約数を 1 とその数自身の 2 つしかもたない自然数」なので，約数を 1 しかもたない「1」は素数でないことに注意。

(2) a，b の値の組は，**図１**の表のとおり 36 通り。この中で，$2a+b$ の値が素数となるのは，色を付けたマスの 13 通り。

よって，求める確率は，$\frac{13}{36}$

図１

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	3	4	5	6	7	8
2	5	6	7	8	9	10
3	7	8	9	10	11	12
4	9	10	11	12	13	14
5	11	12	13	14	15	16
6	13	14	15	16	17	18

ポイント》確率の求め方

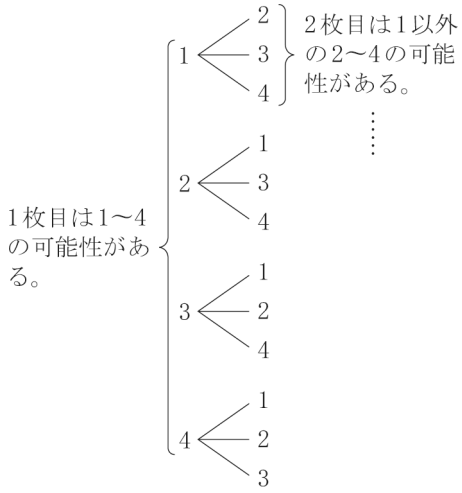
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問５ 与えられた連立方程式に，$(x, y)=(1, -1)$を代入すると

$\begin{cases} -a-3=2 \cdots ① \\ 2b-a=-1 \cdots ② \end{cases}$ となる。①より，$a=-5$ だから，②に代入して，$2b+5=-1 \Rightarrow b=-3$

問６ (1) $V=\frac{1}{3}Sh$ の両辺を 3 倍すると，$3V=Sh$ 両辺を $\frac{1}{S}$ 倍することで，$h=\frac{3V}{S}$

(2) 正方形 ABCD の対角線の長さが 4cm であることから，ひし形の面積の公式により，その面積は，

$4^2\times\frac{1}{2}=8(\text{cm}^2)$

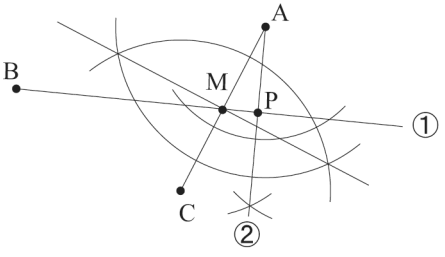
よって，正四角錐の高さを h cm とすると，その体積は，$8\times h\times\frac{1}{3}=\frac{32}{3} \Rightarrow h=4(\text{cm})$

問７ 作図の手順は以下の通り(**図２**)。

①「点 P は，線分 AC の中点と点 B を結ぶ直線上の点である」という**条件**から，線分 AC の垂直二等分線を作図することで，線分 AC の中点 M をとり，直線 BM を引く。

②「直線 AP と直線 BP は垂直に交わる」という**条件**から，点 A から直線 BM に垂線をおろし，その交点を P とする。

図２



2 【関数のグラフと図形】

問１　直線 AB は y 軸と平行だから，2 点 A，B の x 座標は等しく，5 である。よって，点 B の座標は，B(5，−15)である。点 B は，関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，式に座標を代入して，$-15=a\times5^2$

$\Rightarrow\quad a=-\dfrac{3}{5}$

問２　点 A は，関数 $y=\dfrac{1}{5}x^2$ のグラフ上にあるから，$x=5$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{5}\times5^2=5$　よって，点 A の座標は，A(5，5)である。また，2 点 A，C は y 軸に関して対称だから，点 C の座標は，C(−5，5)である。

直線 BC の式を $y=mx+n$ とおく。2 点 B，C の座標を代入することで，$-15=5m+n$，$5=-5m+n$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$m=-2$, $n=-5$　よって，求める直線の式は，$y=-2x-5$

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x, y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　**図１**のように，直線 AB と CF の交点を G とする。

△ACG と△FBG において，

長方形 ACDB≡長方形 CEBF より，AC＝CE，CE＝FB　すなわち，AC＝FB … ①，

∠CAG＝∠BFG＝90° … ②，対頂角は等しいから，∠AGC＝∠FGB … ③

△ACG と△FBG のそれぞれにおいて，内角の和は 180°だから，

②，③より，∠ACG＝∠FBG … ④

①，②，④より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ACG≡△FBG

2 点 A，B の y 座標がそれぞれ 5，−15 であることから，

AB＝5−(−15)＝20

2 点 A，C の x 座標がそれぞれ 5，−5 であることから，

AC＝5−(−5)＝10

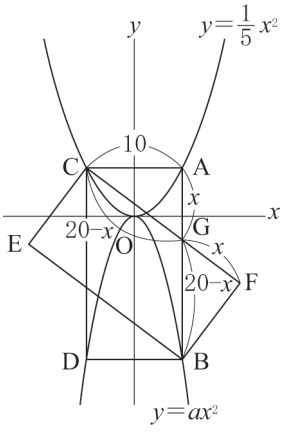
AG＝FG＝x とおくと，CG＝BG＝AB−AG＝20−x である。

ここで，直角三角形 ACG で，三平方の定理より，

$CG^2=AC^2+AG^2\quad\Rightarrow\quad(20-x)^2=10^2+x^2\quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{15}{2}$

よって，$AG=FG=\dfrac{15}{2}$，$CG=BG=20-\dfrac{15}{2}=\dfrac{25}{2}$

図１



次に，**図２**のように，F から直線 CA に垂線 FH をおろす。

AG // HF より，平行線と線分の比から，CA : CH＝CG : CF

$\Rightarrow$　10 : CH$=\dfrac{25}{2}$: 20　$\Rightarrow$　CH＝16

よって，点 C の x 座標が−5 だから，点 H の x 座標，すなわち点 F の x 座標は，−5＋16＝11 である。

また，AG : HF＝CG : CF　$\Rightarrow$　$\dfrac{15}{2}$: HF$=\dfrac{25}{2}$: 20　$\Rightarrow$　HF＝12

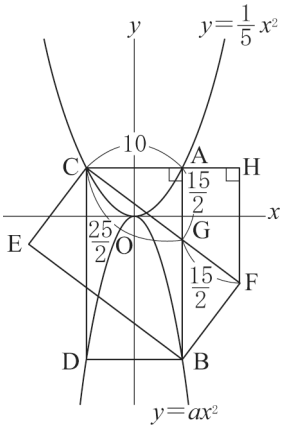
よって，点 H の y 座標が 5 だから，点 F の y 座標は，5−12＝−7 である。

以上のことから，点 F の座標は，F(11，−7)である。

さらに，長方形 CEBF において，対角線 BC，EF はそれぞれの中点で交わるから，直線 EF は，線分 BC の中点$\left(\dfrac{-5+5}{2},\ \dfrac{5+(-15)}{2}\right)$

$\Rightarrow$　(0，−5)を通る。

図２



よって，直線 EF は切片-5 の直線だから，$y=bx-5$ とおくことができる。F(11，-7)を通ることから，$-7=11b-5$ ⇒ $b=-\frac{2}{11}$ すなわち，求める直線の式は，$y=-\frac{2}{11}x-5$

数-22-公-千葉-KS-03

3 【平面図形】

問３

ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

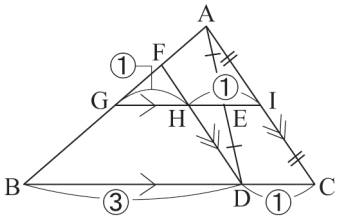
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

解答のヒント

① 問題文の「BD : DC＝3 : 1」「線分 AD の中点を E」「AC // FD」，**問２**で証明した「△AEI≡△DEH」「AI＝DH」，**問３**の問題文の「GI // BC」が条件となる。

② 「線分 AD の中点を E」からは，「中点連結定理」，
「AC // FD」「GI // BC」からは，「平行線と線分の比」，
「△AEI≡△DEH」からは，「対応する辺や角が等しい」などが発想として出てくる。

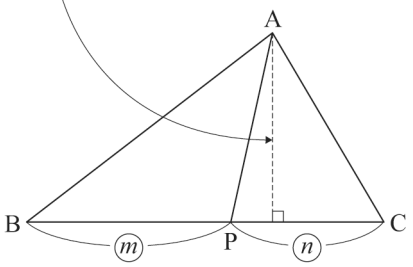
③ 今回は面積比を求める問題なので，比に関する性質を利用する可能性が高いことがわかる。
以上のことに注目して解いていこう。
IC // HD，HI // DC より，2 組の対辺がそれぞれ平行だから，四角形 CDHI は平行四辺形である。よって，HI＝DC
EI // DC より，平行線と線分の比から，AI : IC＝AE : ED＝1 : 1
GI // BC より，平行線と線分の比から，
GI : BC＝AI : AC＝1 : 2＝2 : 4



以上のことと，BD : DC＝3 : 1 より，
GH : BD＝(GI－HI) : BD＝(GI－DC) : BD＝(2－1) : 3＝1 : 3
よって，△FGH と△FBD は，相似比が 1 : 3 の相似な三角形だから，その面積比は，$1^2 : 3^2=1 : 9$
したがって，(四角形 BDHG)$=\frac{8}{9}$△FBD
また，△FBD と△ABC は，相似比が BD : BC＝3 : 4 の相似な三角形だから，その面積比は，
$3^2 : 4^2=9 : 16$ よって，△FBD$=\frac{9}{16}$△ABC
ゆえに，(四角形 BDHG)$=\frac{8}{9}$△FBD$=\frac{8}{9}\times\frac{9}{16}$△ABC$=\frac{1}{2}$△ABC
次に，△AEI と△ADC は，相似比が AI : AC＝1 : 2 の相似な三角形だから，その面積比は，
$1^2 : 2^2=1 : 4$ よって，△AEI$=\frac{1}{4}$△ADC
また，BD : DC＝3 : 1 より，△ABC : △ADC＝4 : 1 だから，△ADC$=\frac{1}{4}$△ABC
ゆえに，△AEI$=\frac{1}{4}$△ADC$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$△ABC$=\frac{1}{16}$△ABC
したがって，△AEI : (四角形 BDHG)$=\frac{1}{16}$△ABC : $\frac{1}{2}$△ABC$=1 : 8$

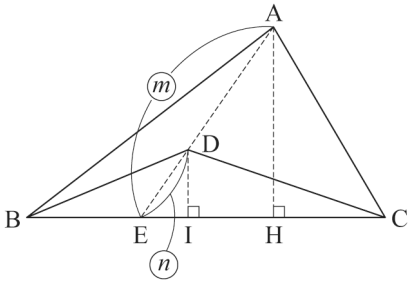
ポイント》面積比は３パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



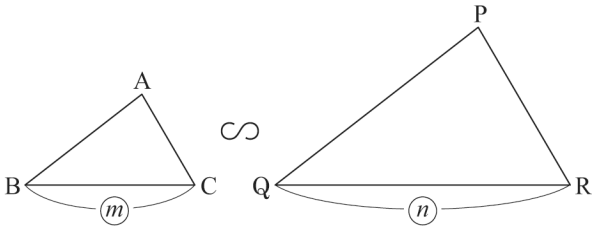
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-22-公-千葉-KS-04

4 【平面図形，関数の利用，規則性】

問１ (a) $\overset{\frown}{CD}$＝90cm の距離を，秒速 9cm で移動するので，90÷9＝10(秒後)

(b) **会話文**の生徒 X の最初の発言から，点 P が A を出発してから，B にはじめて到着するのは 15 秒後だから，点 R が C を出発してから，D にはじめて到着するのも 15 秒後である。$\overset{\frown}{CD}$＝90cm を移動するので，90÷15＝6(cm/秒)

問２ **問１**の(a)より，点 Q が$\overset{\frown}{CD}$上を端から端まで移動するのにかかる時間は 10 秒であるから，そのことを利用する。ただし，$\overset{\frown}{CD}$ではなく，$\overset{\frown}{CQ}$の長さを y cm としていることに注意。

問３　**問２**のグラフを$x>30$のときもかいていくと，**図１**の実線部のようになる。

ここで，点Rが Cを出発してからx秒後の$\overset{\frown}{CR}$の長さを$y$cmとして，グラフをかきいれると，**図１**の点線部のようになる。

よって，3点O，P，Qが，はじめてこの順に一直線上に並ぶ，すなわち，2点P，Rが重なるのは，グラフの●のときである。

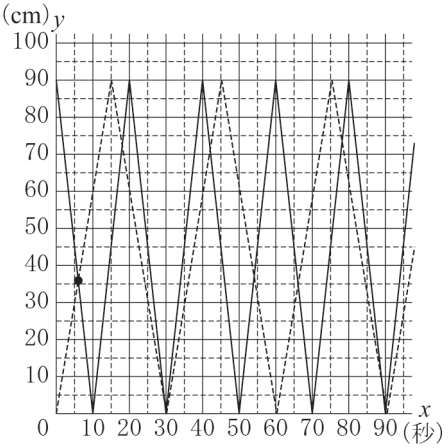
$0 \leqq x \leqq 10$の範囲における点Qについてのグラフの式は，傾きが-9，切片が90の直線の式なので，$y=-9x+90$ … ①

$0 \leqq x \leqq 15$の範囲における点Rについてのグラフの式は，傾きが6，切片が0の直線の式なので，$y=6x$ … ②

①，②を連立方程式として解くと，$x=6$が求められる。

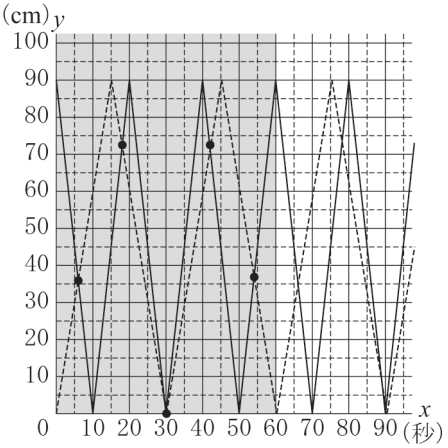
よって，6秒後。

図１



問４　点Pが Aに到着することは，すなわち，点Rが Cに到着することである。**図２**のグラフで，点Qが Dに，点Rが Cに同時に到着しているのは，$x=60$のときである。よって，$0 \leqq x \leqq 60$の範囲(グラフの色のついた範囲)で，2点P，Rが重なる回数を数えればよい。よって，グラフ中の●のとき，すなわち，5回である。

図２



問５　**問４**より，2点P，Qは，60秒を周期に同じ動きを繰り返すことがわかる。よって，144秒後の2点P，Qの位置は，$144 \div 60 = 2$ あまり24より，24秒後のときと一致する。

$20 \leqq x \leqq 30$ の範囲における点 Q についてのグラフの式は，傾きが-9で，点(30，0)を通る直線の式であるから，$y=-9x+a$とおける。

$(x, y)=(30, 0)$を代入することで，$0=-9\times30+a$ ⇒ $a=270$　よって，式は，$y=-9x+270$

$x=24$を代入すると，$y=-9\times24+270=54$より，$\overset{\frown}{CQ}=54$cm

$15 \leqq x \leqq 30$の範囲における点Rについてのグラフの式は，傾きが-6で，点(30，0)を通る直線の式であるから，$y=-6x+b$とおける。

$(x, y)=(30, 0)$を代入することで，$0=-6\times30+b$ ⇒ $b=180$　よって，式は，$y=-6x+180$

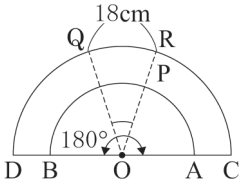
$x=24$を代入すると，$y=-6\times24+180=36$より，$\overset{\frown}{CR}=36$cm

よって，$\overset{\frown}{QR}=\overset{\frown}{CQ}-\overset{\frown}{CR}=54-36=18$(cm)

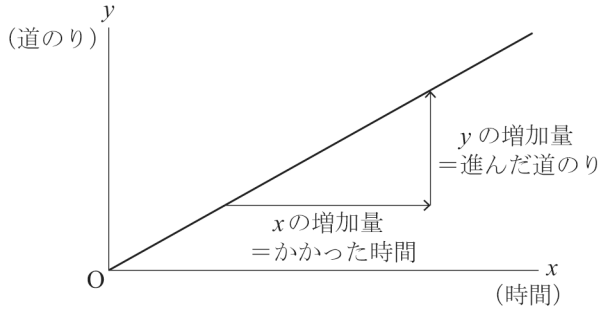
したがって，**図３**より，そのときの中心角POQの大きさは，

$$180^\circ\times\frac{\overset{\frown}{QR}}{\overset{\frown}{CD}}=180^\circ\times\frac{18}{90}=36^\circ$$

図３



ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



⇒ 速さ$=\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝変化の割合(一次関数の傾き)