Ｒ５　千葉県　公立　数学　問題

数-23-公-千葉-問-01

1　次の**問１**～**問７**に答えなさい。

問１　次の**(1)**～**(3)**の計算をしなさい。

(1) $6\div(-2)-4$

(2) $a+b+\frac{1}{4}(a-8b)$

(3) $(x-2)^2+3(x-1)$

問２　次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

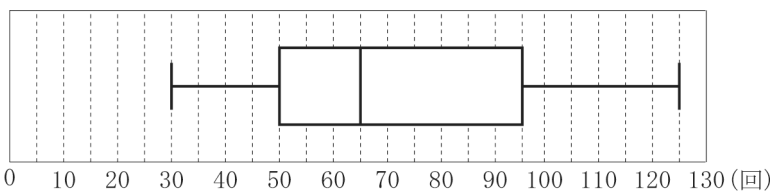
(1) $5x^2-5y^2$ を因数分解しなさい。

(2) $x=\sqrt{3}+2$，$y=\sqrt{3}-2$ のとき，$5x^2-5y^2$ の値を求めなさい。

問３　下の資料は，ある中学校の生徒 240 人のスポーツテストにおけるシャトルランの結果を表した度数分布表と箱ひげ図である。

このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

階級(回)	度数(人)
以上　未満	
30 ～ 50	59
50 ～ 70	79
70 ～ 90	37
90 ～ 110	40
110 ～ 130	25
計	240



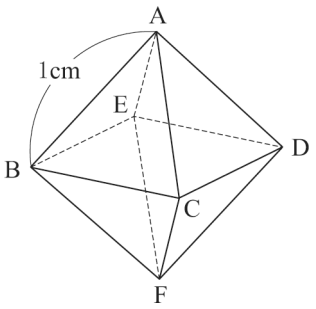
(1) 90 回以上 110 回未満の階級の相対度数を求めなさい。

ただし，小数第 3 位を四捨五入して，小数第 2 位まで求めること。

(2) 資料から読みとれることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**のうちから 1 つ選び，符号で答えなさい。

ア　範囲は 100 回である。
イ　70 回以上 90 回未満の階級の累積度数は 102 人である。
ウ　度数が最も少ない階級の階級値は 120 回である。
エ　第 3 四分位数は 50 回である。

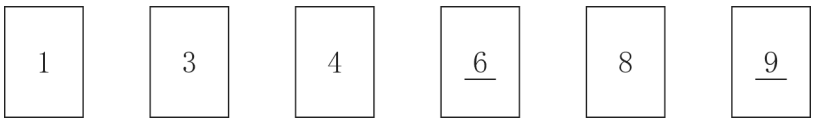
問 4　下の図のように，点 A，B，C，D，E，F を頂点とする 1 辺の長さが 1 cm の正八面体がある。
このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。



(1) 線分 BD の長さを求めなさい。

(2) 正八面体の体積を求めなさい。

問 5　下の図のように，1，3，4，6，8，9 の数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。この 6 枚のカードをよくきって，同時に 2 枚ひく。
このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。
ただし，どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。

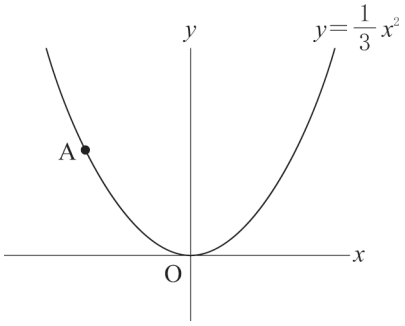


(1) ひいた 2 枚のカードに書かれた数が，どちらも 3 の倍数である場合は何通りあるか求めなさい。

(2) ひいた 2 枚のカードに書かれた数の積が，3 の倍数である確率を求めなさい。

問6　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標は−3 である。

このとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

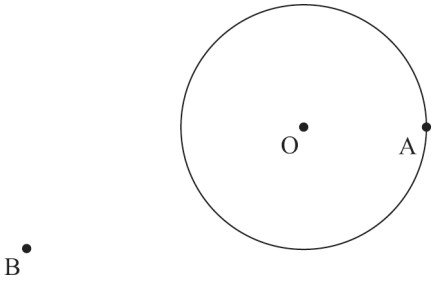


(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 3$ となるような整数 a の値をすべて求めなさい。

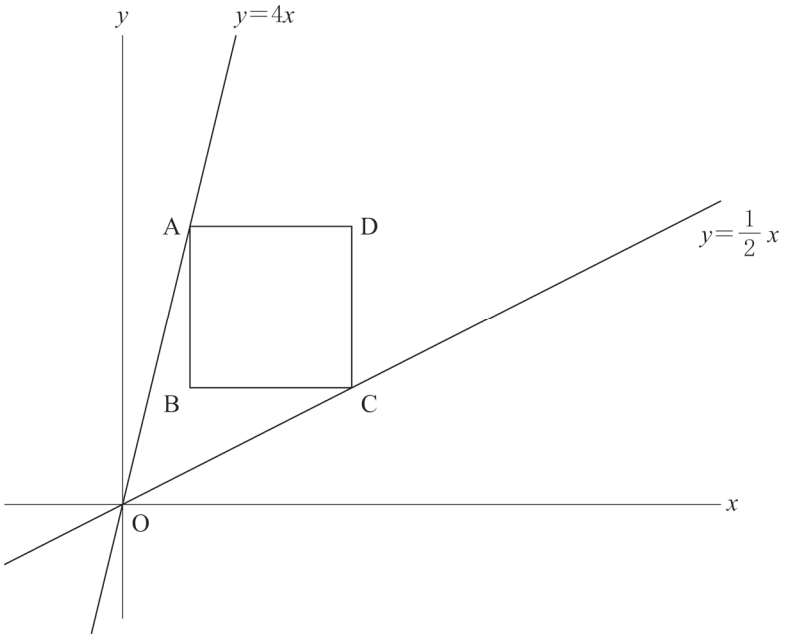
問7　下の図のように，円 O の円周上に点 A があり，円 O の外部に点 B がある。点 A を接点とする円 O の接線と，点 B から円 O にひいた 2 本の接線との交点 P，Q を作図によって求めなさい。なお，AP＞AQ であるとし，点 P と点 Q の位置を示す文字 P と Q も書きなさい。

ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



数-23-公-千葉-問-02

2 下の図のように，直線 $y=4x$ 上の点 A と直線 $y=\frac{1}{2}x$ 上の点 C を頂点にもつ正方形 ABCD がある。点 A と点 C の x 座標は正で，辺 AB が y 軸と平行であるとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

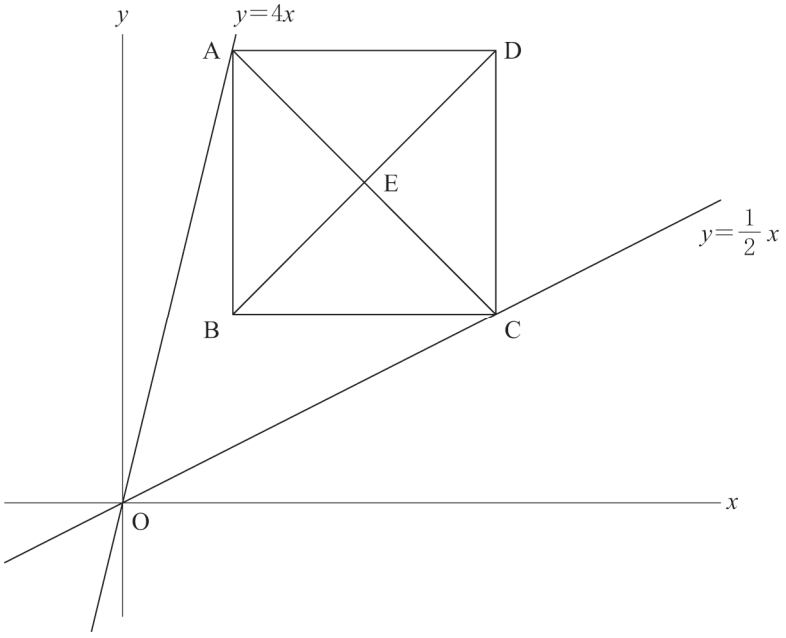


問１　点 A の y 座標が 8 であるとき，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) 点 A の x 座標を求めなさい。

(2) 2 点 A，C を通る直線の式を求めなさい。

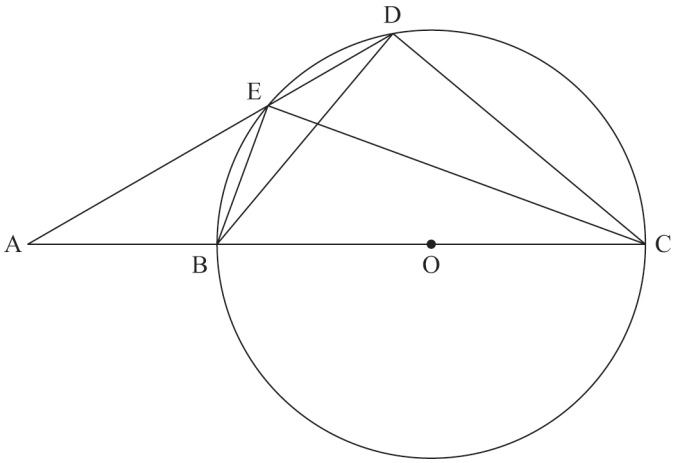
問２　正方形 ABCD の対角線 AC と対角線 BD の交点を E とする。点 E の x 座標が 13 であるとき，点 D の座標を求めなさい。



数-23-公-千葉-問-03

3 下の図のように，点 O を中心とする円 O とその外部の点 A がある。直線 AO と円 O との交点のうち，点 A に近い方を点 B，もう一方を点 C とする。円 O の円周上に，2 点 B，C と異なる点 D を，線分 AD と円 O が点 D 以外の点でも交わるようにとり，その交点を点 E とする。また，点 B と点 D，点 B と点 E，点 C と点 D，点 C と点 E をそれぞれ結ぶ。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。



問１　次の (a) ，(b) に入る最も適当なものを，**選択肢**の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，(c) に入る最も適当な数を書きなさい。

(a) と (b) は半円の弧に対する円周角だから，いずれも (c) 度である。

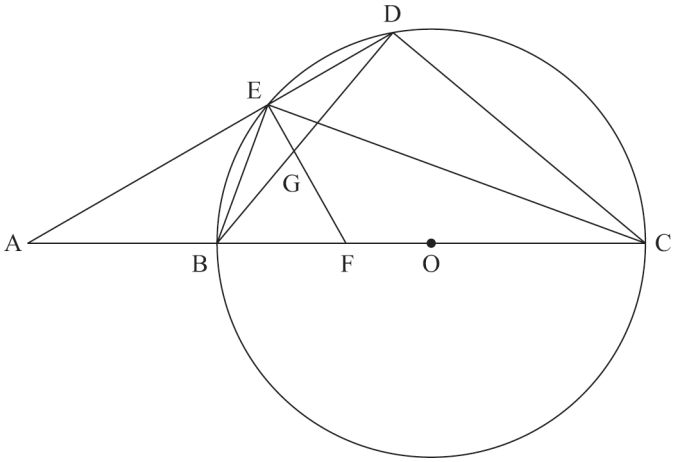
選択肢

ア　∠EBC　　**イ**　∠BEC　　**ウ**　∠DCB　　**エ**　∠BDC

問２　△ABE∽△ADC となることを証明しなさい。

ただし，**問１**の　　のことがらについては，用いてもかまわないものとする。

問３　点 E を通る線分 AD の垂線と線分 AC との交点を点 F とし，線分 EF と線分 BD の交点を点 G とする。EG＝1 cm，GF＝2 cm，∠A＝30 ℃であるとき，線分 AB の長さを求めなさい。



数-23-公-千葉-問-04

4 2 人でじゃんけんをして，次の**ルール**にしたがって点数を競(きそ)うゲームがある。このゲームについて，下の**会話文**を読み，あとの**問１**，**問２**に答えなさい。

ルール

・じゃんけんを 1 回するごとに，勝った人は出した手に応じて加点され，負けた人は出した手に応じて減点される。
・グーで勝つと 1 点，チョキで勝つと 2 点，パーで勝つと 5 点が加点される。
・グーで負けると 1 点，チョキで負けると 2 点，パーで負けると 5 点が減点される。
・あいこの場合は 1 回と数えない。
・最初の持ち点は，どちらも 0 点とする。

会話文

生徒 X：例えば，A さんと B さんが 1 回じゃんけんをして，A さんがチョキ，B さんがパーを出したとき，それぞれの持ち点は，A さんが 2 点，B さんが−5 点になるということでしょうか。

教師 T：そうですね。では，A さんと B さんが 3 回じゃんけんをして，次のような手を出した結果，A さんの持ち点は何点になるでしょうか。



生徒 X：［ (a) ］点です。

教師 T：そのとおりです。それでは，2 人がどのような手を出したのかがわからない場合を考えてみましょう。

A さんと B さんが 3 回じゃんけんをして，A さんが 2 回勝ち，B さんが 1 回勝った結果，A さんの持ち点が 9 点だったとき，B さんの持ち点を求めてみましょう。

生徒 X：まず，A さんが勝った 2 回の加点の合計を考えます。例えば，2 回ともグーで勝った場合は加点の合計が 2 点となり，グーとチョキで勝った場合は加点の合計が 3 点となります。このように考えていくと，勝った 2 回の加点の合計は全部で［ (b) ］通り考えることができます。

このうち，A さんが負けた 1 回の減点を考えた上で，3 回じゃんけんをした結果，A さんの持ち点が 9 点となりうる場合は 1 通りのみです。このことから，3 回じゃんけんをした結果，B さんの持ち点が［ (c) ］点となることがわかります。

教師 T：そうですね。じゃんけんの回数が少なければ，1 つずつ考えることができますね。
では，回数が多くなった場合について考えてみましょう。
右の**表**は，じゃんけんを 1 回だけしたときの A さんと B さんの手の出し方と，持ち点をまとめたものです。この**表**を見て気がつくことはありますか。

表

手の出し方		持ち点		
A	B	A	B	合計
グー	グー	あいこ		
	チョキ	1	−2	−1
	パー	−1	5	4
チョキ	グー	−2	1	−1
	チョキ	あいこ		
	パー	2	−5	−3
パー	グー	5	−1	4
	チョキ	−5	2	−3
	パー	あいこ		

生徒 X：2 人の手の出し方は 3 通りずつありますが，あいこの場合は 1 回と数えないため，2 人の手の出し方の組み合わせは，全部で 6 通り考えればよいということになります。
また，じゃんけんを 1 回だけした結果，A さんと B さんの持ち点の合計は，どちらかがグーで勝った場合は−1 点，どちらかがチョキで勝った場合は−3 点，どちらかがパーで勝った場合は 4 点となっています。
教師 T：そうですね。2 人の持ち点の合計で考えると，3 通りになりますね。
では，A さんと B さんが 10 回じゃんけんをしたとき，どちらかがグーで勝った回数を a 回，どちらかがチョキで勝った回数を b 回，どちらかがパーで勝った回数を c 回とすると，c は a と b を使ってどのように表すことができるでしょうか。また，10 回じゃんけんをした結果の，2 人の持ち点の合計を M 点としたとき，M を a と b を使って表すとどのようになりますか。
生徒 X：$c=$ [(d)] ，M＝ [(e)] と表すことができます。
教師 T：そのとおりです。2 人の持ち点の合計について，この式を用いると，a と b と c の組み合わせがどのようになるのかが考えやすくなりますね。

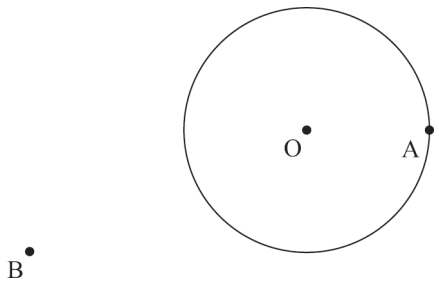
問 1　**会話文**中の(a)～(e)について，次の**(1)**，**(2)**の問いに答えなさい。

(1) (a)，(b)，(c)にあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

(2) (d)，(e)にあてはまる式を，それぞれ書きなさい。
ただし，(e)については c を使わずに表すこと。

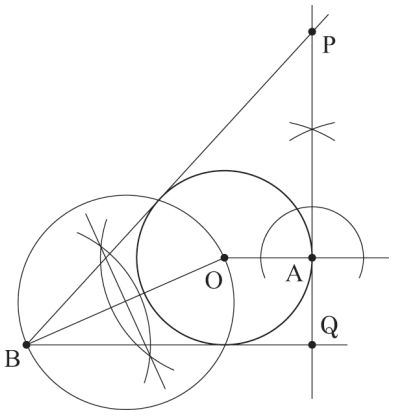
問 2　2 人の持ち点の合計が 0 点となるときの a，b，c の組み合わせをすべて求めなさい。
ただし，答えを求める過程がわかるように，式やことばを使って説明しなさい。

R５　千葉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-23-公-千葉-KV-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２	(1)			
			(2)			
		問３	(1)			
			(2)			
		問４	(1)	cm		
			(2)	cm^3		
		問５	(1)	通り		
			(2)			
		問６	(1)			
			(2)	$a=$		
		問７				

	問題番号		解　　答						配点	備　　考
数-23-公-千葉-IV-02	2	問1	(1)							
			(2)							
		問2	(,)							
数-23-公-千葉-IV-03	3	問1	(a)		(b)		(c)	度		
		問2								
		問3	cm							

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-千葉-N-04	4	問1	(1)	(a)	点		
				(b)	通り		
				(c)	点		
			(2)	(d)	$c=$		
				(e)	$M=$		
		問2					

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-23-公-千葉-K-01	1	問１	(1)	-7	5	
			(2)	$\frac{5}{4}a-b$	5	$\frac{5a-4b}{4}$ でもよい。
			(3)	x^2-x+1	5	
		問２	(1)	$5(x+y)(x-y)$	3	
			(2)	$40\sqrt{3}$	3	
		問３	(1)	0.17	3	
			(2)	**ウ**	3	
		問４	(1)	$\sqrt{2}$　(cm)	3	
			(2)	$\frac{\sqrt{2}}{3}$　(cm^3)	3	
		問５	(1)	3　(通り)	3	
			(2)	$\frac{4}{5}$	3	
		問６	(1)	3	3	
			(2)	$a=0$，1，2，3	3	完答で点を与える。
		問７			6	異なる作図の方法でも，正しければ，6点を与える。 また，部分点を与えるときは，3点とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-千葉-K 02	2	問１	(1)	2	5	
			(2)	$y=-x+10$	5	
		問２	(20，24)		5	
数-23-公-千葉-K 03	3	問１	(a) イ　(b) エ　(c) 90 (度)		5	完答で点を与える。(a)，(b)は順不同。
		問２	△ABE と△ADC において， 共通な角だから，∠BAE＝∠DAC　……① △BEC において，1 つの外角はそのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので， ∠ABE＝∠ECB＋∠BEC＝∠ECB＋90°　……② また，∠ADC＝∠EDB＋∠BDC＝∠EDB＋90°　……③ ここで，∠ECB と∠EDB は$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角だから， ∠ECB＝∠EDB　……④ ②，③，④より，∠ABE＝∠ADC　……⑤ ①，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ABE∽△ADC 異なる証明の例 (点線内) ∠AEB＝180°−(∠DEC＋90°) ＝90°−∠DEC　……② △BCD において，内角の和が 180°だから， ∠ACD＝180°−(∠DBC＋90°) ＝90°−∠DBC　……③ ここで，∠DEC と∠DBC は$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角だから， ∠DEC＝∠DBC　……④ ②，③，④より， ∠AEB＝∠ACD　……⑤		6	異なる証明でも，正しければ，6 点を与える。 また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問３	$6-\sqrt{6}$ (cm)		5	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-千葉-本-04	4	問1	(1)	(a)	2　(点)	2	
				(b)	6　(通り)	2	
				(c)	3　(点)	2	
			(2)	(d)	$c=10-a-b$	4	$c=10-(a+b)$ でもよい。
				(e)	$M=-5a-7b+40$	4	
		問2	$M=0$ となるとき，$-5a-7b+40=0$ a について解くと，$a=8-\frac{7}{5}b$ a が 0 以上 10 以下の整数となるのは， $b=0$ または $b=5$ のときである。 したがって， $b=0$ のとき，$a=8-0=8$，$c=10-8-0=2$ $b=5$ のとき，$a=8-7=1$，$c=10-1-5=4$ よって， $a=1$，$b=5$，$c=4$ $a=8$，$b=0$，$c=2$			4	異なる説明でも，正しければ，4 点を与える。 また，部分点を与えるときは，2 点とする。

数-23-公-千葉-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(3)** $(x-2)^2+3(x-1)=x^2-4x+4+3x-3=x^2-x+1$

問２　**(1)** $5x^2-5y^2=5(x^2-y^2)=5(x+y)(x-y)$

(2) $x+y=\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2=2\sqrt{3}$，$x-y=\sqrt{3}+2-(\sqrt{3}-2)=4$　　**(1)**より，$5\times2\sqrt{3}\times4=40\sqrt{3}$

問３　**(1)** $\frac{40}{240}=0.166\cdots$より，0.17

(2) **ア**　範囲は，(最大値)−(最小値)＝125−30＝95(回)だから，誤り。

イ　70 回以上 90 回未満の累積度数は，59＋79＋37＝175(人)だから，誤り。

ウ　度数が最も少ない階級は，110 回以上 130 回未満の階級であり，その階級値は，$\frac{110+130}{2}=120$(回)だから，正しい。

エ　第 3 四分位数は，箱ひげ図の箱の右端を読み取ると，95 回。よって，誤り。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

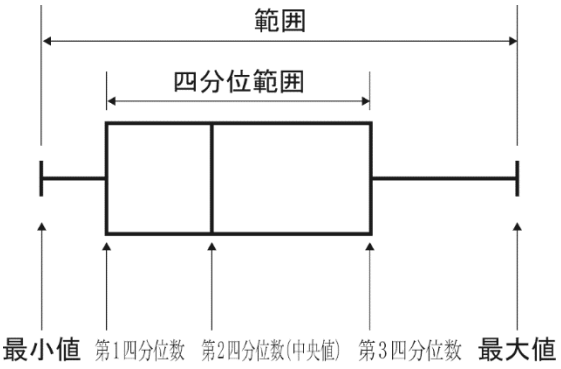
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問４　**(1)** BD は正方形 BCDE の対角線だから，$BD=\sqrt{2}BC=\sqrt{2}$ cm

(2) 線分 BD はその中点で面 ACFE と垂直に交わるから，正四角錐 DAEFC の高さは，$\frac{1}{2}BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

である。よって，正四角錐 DAEFC の体積は，$1^2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{2}}{6}$ (cm^3)

したがって，正八面体の体積は正四角錐 DAEFC の体積の 2 倍だから，$\frac{\sqrt{2}}{6}\times2=\frac{\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

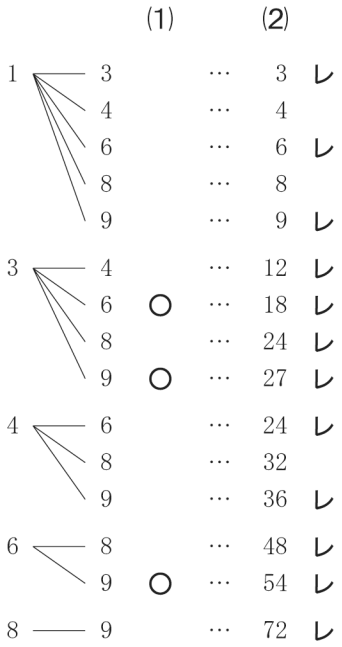
問５　2 枚のカードのひき方を樹形図で表すと，**図１**のようになる。

(1) ひいた 2 枚のカードに書かれた数が，どちらも 3 の倍数であるのは，**図１**の○印の 3 通り。

(2) すべての場合の数 15 通りのうち，ひいた 2 枚のカードに書かれた数の積が，3 の倍数になるのは，**図１**の**レ**印の 12 通り。

よって，求める確率は，$\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

図１



ポイント》確率のポイント

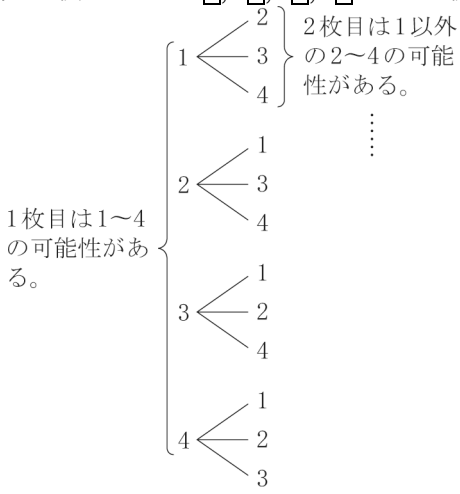
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

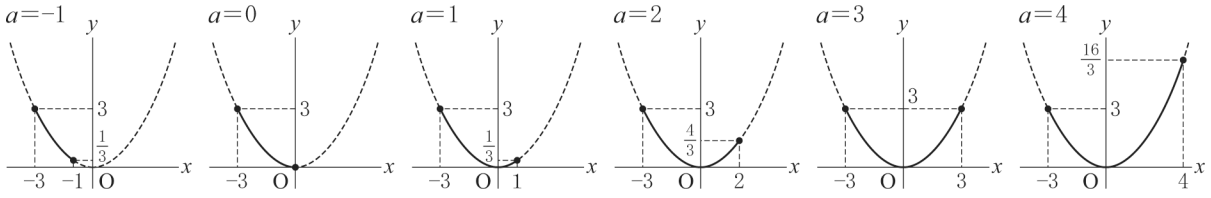
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問６　**(1)** 点 A は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあり，x 座標が -3 であるから，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

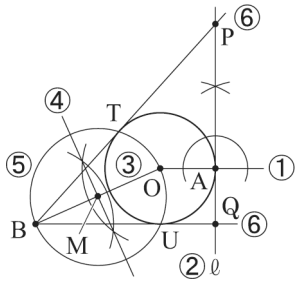
(2) **図２**のように，$a=0$，1，2，3 のときに y の変域が $0\leqq y\leqq 3$ になる。

図２



問7　作図の手順は以下の通り。

図3



① 半直線 OA をひく。
② 点 A における半直線 OA との垂線 ℓ を作図する。
③ 線分 BO をひく。
④ 線分 BO の垂直二等分線を作図することで, 線分 BO の中点 M をとる。
⑤ 点 M を中心とした，直径を BO とする円を作図し，円 O と交わる 2 点を T，U とする。
⑥ 2 本の半直線 BT，BU と直線 ℓ の交点をそれぞれ P，Q とする。

数-23-公-千葉-KS-02

2　【関数のグラフと図形】

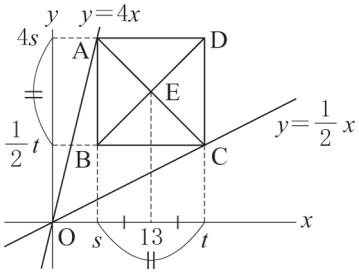
問1　**(1)** 点 A は直線 $y=4x$ 上にあり，y 座標が 8 であるから，$8=4x$　　$x=2$

(2) 四角形 ABCD は正方形だから，$AD=CD=a$ とおける。よって，直線 AC の傾きは，$\dfrac{-a}{a}=-1$ であるから，直線 AC の式は $y=-x+b$ と表される。点 A(2，8)を通ることから，$8=-2+b$　　$b=10$
よって，直線 AC の式は，$y=-x+10$

ポイント》直線の式の求め方
① $y=ax+b$ とおく。
② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問2　**図1**のように，点 A の x 座標を s，点 C の x 座標を t とする。

図1



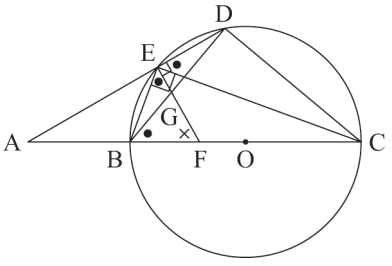
E は線分 AC の中点だから，x 座標を比較することで，$\dfrac{s+t}{2}=13$
すなわち，$s+t=26$　…①
点 A は直線 $y=4x$ 上にあるから，A(s，$4s$)，
点 C は直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上にあるから，$C\left(t,\ \dfrac{1}{2}t\right)$
よって，$B\left(s,\ \dfrac{1}{2}t\right)$　　AB＝BC より，$4s-\dfrac{1}{2}t=t-s$
すなわち，$10s-3t=0$　…②
①，②を連立方程式として解くと，$s=6$，$t=20$
D(t，$4s$)だから，D(20，24)

数-23-公-千葉-KS-03

3　【平面図形】

問3　∠A＝30°，∠AEF＝90°より，△AEF は，$1:2:\sqrt{3}$ の辺の比をもつ直角三角形だから，

図1



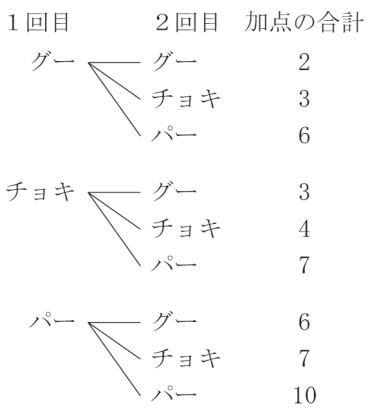
AF＝2EF＝2×(1＋2)＝6(cm)
ここで，△BGF と△EBF において，
円周角の定理より，∠DBC＝∠DEC＝90°－∠CEF　…①
線分 BC は円 O の直径だから，∠BEC＝90°なので，
∠BEF＝∠BEC－∠CEF＝90°－∠CEF　…②
①，②より，∠DBC＝∠BEF
すなわち，∠GBF＝∠BEF　…③
共通な角だから，∠BFG＝∠EFB　…④
③，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△BGF∽△EBF
よって，BF：EF＝GF：BF　　BF：3＝2：BF　　$BF^2=6$　　BF＞0 より，BF＝$\sqrt{6}$ cm
したがって，AB＝AF－BF＝6－$\sqrt{6}$ (cm)

4 【式の計算の利用】

問1 **(1)** (a) A さんは 1 回目にグーで負けたので−1 点，2 回目にチョキで勝ったので＋2 点，3 回目にグーで勝ったので＋1 点で，持ち点は−1＋2＋1＝2(点)

(b) 勝った 2 回の手の出し方を樹形図で表すと，**図1** のようになる。よって，加点の合計は，2，3，4，6，7，10(点)の 6 通り。

図1



(c) 勝った 2 回の加点の合計は(b)の 6 通りで，負けた 1 回の減点は 1，2，5(点)のいずれかである。よって，A さんの持ち点が 9 点となるのは，勝った 2 回の加点が 10 点，負けた 1 回の減点が 1 点のときだけであり，そのとき A さんは，パーで 2 回勝ち，グーで 1 回負けている。よって，B さんはグーで 2 回負け，パーで 1 回勝っているから，持ち点は−1×2＋5＝3(点)

(2) (d) 10 回じゃんけんしたうち，どちらかがグーで勝った回数を a 回，どちらかがチョキで勝った回数を b 回，どちらかがパーで勝った回数を c 回としているので，$a+b+c=10$ という関係式が成り立つ。これを c について解くと，$c=10-a-b$

(e) **会話文**と**表**より，2 人の持ち点の合計は，どちらかがグーで勝ったときは−1 点，どちらかがチョキで勝ったときは−3 点，どちらかがパーで勝ったときは 4 点であるから，10 回じゃんけんをした結果の 2 人の持ち点の合計は，$M=-a-3b+4c$ である。(d)の結果を代入して c を消去すると，

$M=-a-3b+4(10-a-b)=-5a-7b+40$