H31　愛媛県　公立　数学　問題

数-19-公-愛媛-問-01

1　次の計算をして，答えを書きなさい。

問1　$(-24)\div 6$

問2　$-\frac{2}{7}+\frac{1}{3}$

問3　$-(2x-y)+3(-5x+2y)$

問4　$(9a^2+6ab)\div(-3a)$

問5　$(3\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)-\frac{4}{\sqrt{2}}$

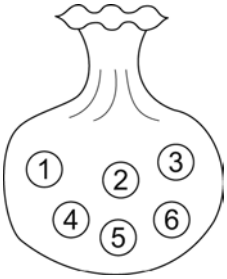
問6　$(x+4)^2+(x+5)(x-5)$

数-19-公-愛媛-問-02

2　次の問いに答えなさい。

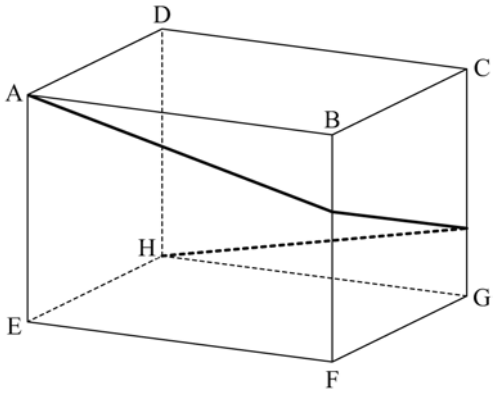
問1　x についての二次方程式 $x^2-5x+a=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，a の値を求めよ。

問２　下の図のように，袋の中に，1，2，3，4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれた 6 個の玉が入っている。最初に，A さんが袋の中から玉を 1 個取り出し，書かれた数字を見てからそれを袋にもどす。次に，B さんが袋の中から玉を 1 個取り出す。このとき，B さんが取り出した玉に書かれた数が，A さんが取り出した玉に書かれた数より大きくなる確率を求めよ。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

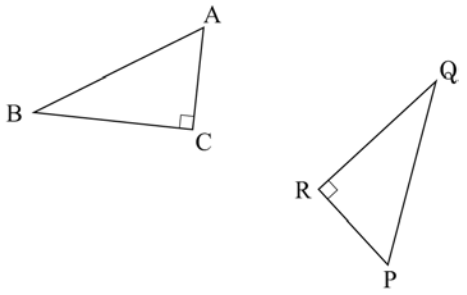


問３　箱の中に同じ大きさの黒玉だけがたくさん入っている。この黒玉の個数を推測するために，黒玉と同じ大きさの白玉 200 個を黒玉が入っている箱の中に入れ，箱の中をよくかき混ぜたあと，そこから 80 個の玉を無作為に抽出したところ，白玉が 5 個含まれていた。この結果から，はじめに箱の中に入っていた黒玉の個数は，およそ何個と推測されるか。

問４　下の図のように，AB＝4 cm，AD＝2 cm，AE＝3 cm の直方体の表面に，ひもを，頂点 A から頂点 H まで，辺 BF と辺 CG に交わるようにかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。



問５　下の図において，直角三角形 PQR は，直角三角形 ABC を回転移動したものである。このとき，回転の中心 O を解答欄に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問６　花子さんが住む市の 1 か月の水道料金は, 使用量が 8 m^3 までは基本料金のみであり, 使用量が 8 m^3 を超えると, 超えた使用量に対して 1 m^3 当たりいくらかの超過料金が発生する。今月から水道料金が値上げされ, 先月に比べて, 基本料金が 20%, 1 m^3 当たりの超過料金が 15 円, それぞれ高くなった。花子さんの家の使用量は先月も今月も 25 m^3 であった。先月の水道料金は 4260 円であり，今月の水道料金は先月の水道料金と比べると 495 円高くなった。先月の基本料金と，先月の 1 m^3 当たりの超過料金をそれぞれ求めよ。ただし, 用いる文字が何を表すかを最初に書いてから連立方程式をつくり, 答えを求める過程も書くこと。

数-19-公-愛媛-問-03

3　縦の長さが a cm，横の長さが b cm の長方形の用紙から，正方形を切り取る作業を次の**【手順】**にしたがって行う。ただし，a，b は整数で，用紙は 1 目もり 1 cm の方眼用紙とする。

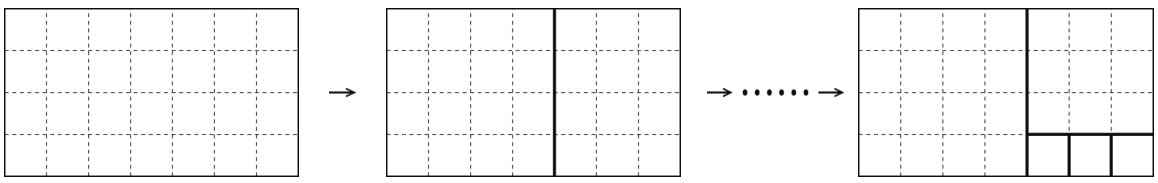
> **【手順】**用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形でないときは，残った用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形になるまで，繰り返し正方形を切り取っていく。

例えば，$a=4$，$b=7$ のときの作業は次のようになる。

まず，**図１**のような縦の長さが 4 cm，横の長さが 7 cm の長方形の用紙から，この用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。その切り取り方は**図２**のようになる。次に，残った縦の長さが 4 cm，横の長さが 3 cm の長方形の用紙から，短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。同様に，残った用紙が正方形になるまで切り取る。

すると, $a=4$, $b=7$ のときの正方形の切り取り方は**図３**のようになり, 全部で 5 枚の正方形ができる。

図１　**図２**　**図３**



このとき，次の問いに答えなさい。

問１　$a=4$，$b=13$ のとき，上の**図３**にならって正方形の切り取り方を解答欄にかけ。

問２　$a=8$，$b=13$ のとき，全部で何枚の正方形ができるか求めよ。

問３　$a=3$ のとき，

(1) 全部で 2 枚の正方形ができるような b の値を求めよ。

(2) 全部で 15 枚の正方形ができるような b の値を**全て**求めよ。

数-19-公-愛媛-問-04

4 下の**図1**において，放物線①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，放物線②は関数 $y=x^2$ のグラフである。また，点 A は放物線①上の点であり，点 A の座標は $(2,\ 2)$ である。

このとき，次の問いに答えなさい。

問1 a の値を求めよ。

問2 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

問3 下の**図2**において，点 P は放物線①上の $x>0$ の範囲を動く点である。点 P を通り x 軸に垂直な直線と放物線②との交点を Q，点 Q を通り x 軸に平行な直線と②との交点のうち，点 Q と異なる点を R，点 R を通り x 軸に垂直な直線と放物線①との交点を S とし，四角形 PQRS をつくる。また，点 P の x 座標を t とする。

(1) 四角形 PQRS の周の長さを t を使って表せ。

(2) 四角形 PQRS の周の長さが 60 であるとき，

ア t の値を求めよ。

イ 点 A を通り，四角形 PQRS の面積を 2 等分する直線の傾きを求めよ。

図1

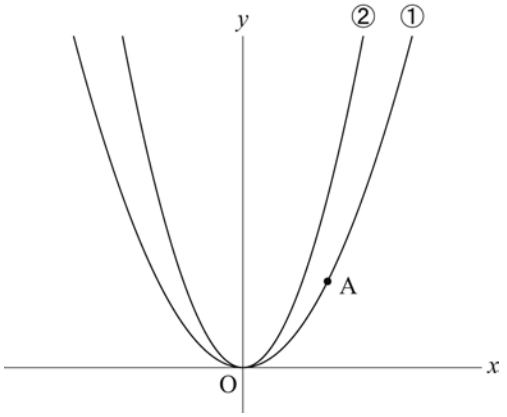
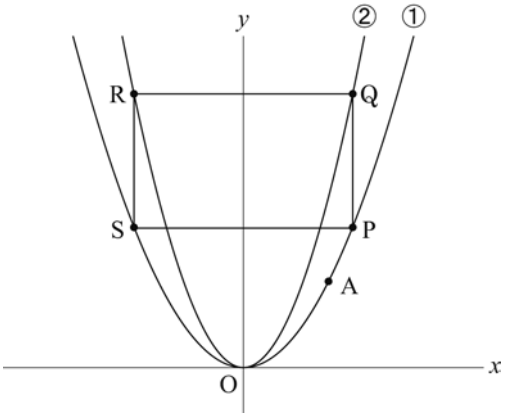


図2



数-19-公-愛媛-問-05

5 下の**図1**のような，正方形 ABCD と正方形 EFGH がある。頂点 E は，正方形 ABCD の 2 つの対角線の交点と同じ位置にある。辺 BC と辺 EF，辺 CD と辺 EH の交点をそれぞれ I，J とする。正方形 ABCD と正方形 EFGH の相似比は，3：4 である。

このとき，次の問いに答えなさい。

問1 △EIC≡△EJD であることを証明せよ。

問2 下の**図2**は，**図1**に色をつけたものである。色をつけた部分 (▭ の部分) の面積が 182 cm^2 であるとき，正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めよ。

問3 下の**図3**のように, 直線 AC と対角線 FH との交点を K とする。AB＝6 cm, BI＝1 cm であるとき，四角形 IFKC の面積を求めよ。

図1

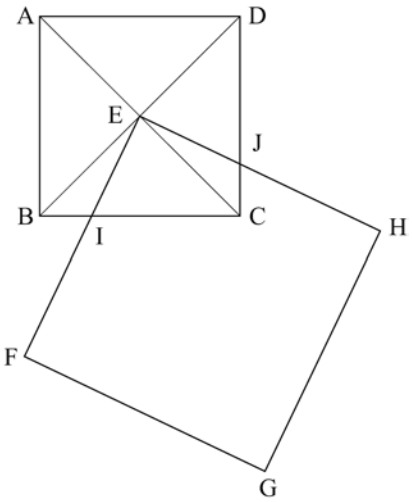


図2

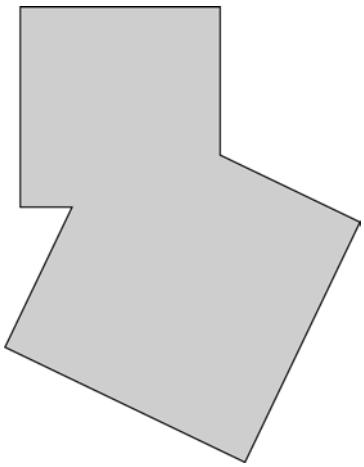
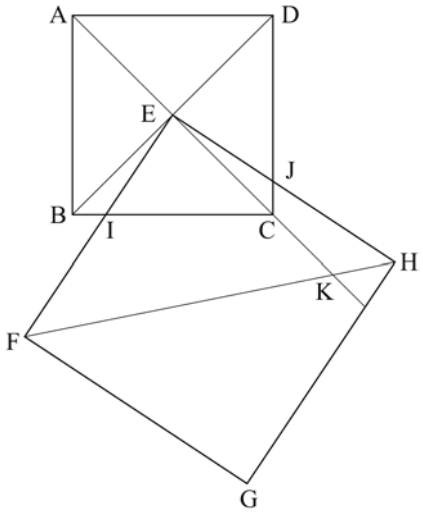
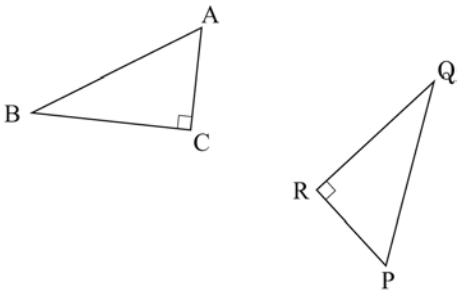
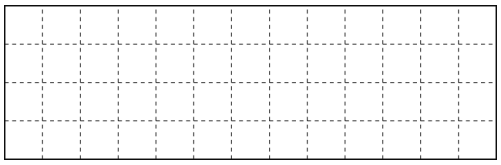


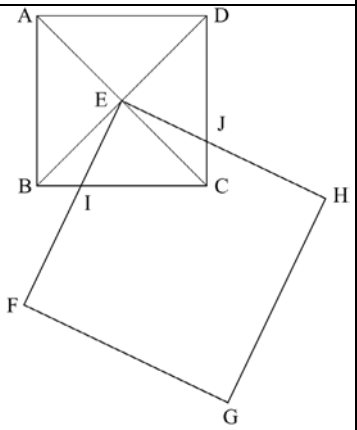
図3



H31　愛媛県　公立　数学　解答用紙

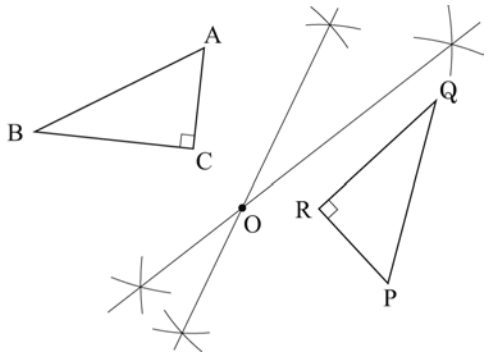
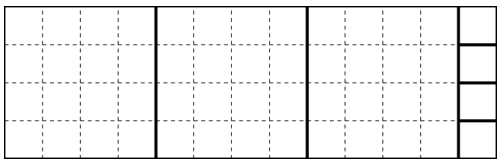
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-愛媛-N-01	1	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			
		問6			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-愛媛-N-02	2	問1	$a=$		
		問2			
		問3	およそ　　個		
		問4	cm		
		問5			
		問6	〔解〕 答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿		
数-19-公-愛媛-N-03	3	問1			
		問2	枚		
		問3 (1)	$b=$		
		問3 (2)	$b=$		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-19-公-愛媛-KV-04	4	問1	$a=$				
		問2					
		問3	(1)				
			(2)	ア	$t=$		
				イ			
数-19-公-愛媛-KV-05	5	問1	〔証明〕  				
		問2	cm				
		問3	cm^2				

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-愛媛-K-01	1	問1	-4		
		問2	$\frac{1}{21}$		
		問3	$-17x+7y$		
		問4	$-3a-2b$		
		問5	$11-\sqrt{2}$		
		問6	$2x^2+8x-9$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-愛媛-K-02	2	問1	(a=)6		
		問2	$\frac{5}{12}$		
		問3	(およそ)　3000　(個)		
		問4	$\sqrt{109}$　(cm)		
		問5	(例)  		
		問6	〔解〕 先月の基本料金を x 円, 先月の 1 m^3 当たりの超過料金を y 円とすると, $\begin{cases} x+17y=4260 & \cdots\cdots① \\ 1.2x+17(y+15)=4755 & \cdots\cdots② \end{cases}$ ②から，$1.2x+17y=4500$　……③ ③－①から，$x=1200$ $x=1200$ を①に代入して解くと，$y=180$ これらは問題に適している。 (答) 先月の基本料金 1200 円, 先月の 1 m^3 当たりの超過料金 180 円		
数-19-公-愛媛-K-03	3	問1			
		問2	6　(枚)		
		問3 (1)	(b=)6		
		問3 (2)	(b=)37，38，45		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-19-公-愛媛-K 04	4	問1	$(a=)\frac{1}{2}$				
		問2	$0 \leqq y \leqq 25$				
		問3	(1)	t^2+4t			
			(2)	ア	$(t=)6$		
				イ	$-\frac{25}{2}$		
数-19-公-愛媛-K 05	5	問1	〔証明〕 △EIC と△EJD において, 点 E が正方形 ABCD の対角線の交点だから, EC ＝ ED……① ∠ECI ＝ ∠EDJ＝45 °……② また, ∠IEC ＝ 90 °－∠CEJ ……③ ∠JED ＝ 90 °－∠CEJ ……④ ③, ④から, ∠IEC ＝ ∠JED……⑤ ①, ②, ⑤で, 2 つの三角形は, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことがいえたから, △EIC ≡ △EJD				
		問2	$6\sqrt{2}$ (cm)				
		問3	$\frac{115}{6}$ (cm^2)				

数-19-公-愛媛-KS-01

1　**問1**　$(-24)\div 6=-(24\div 6)=-4$

問2　$-\frac{2}{7}+\frac{1}{3}=-\frac{6}{21}+\frac{7}{21}=\frac{1}{21}$

問3　$-(2x-y)+3(-5x+2y)=-2x+y-15x+6y=-17x+7y$

問4　$(9a^2+6ab)\div(-3a)=-\frac{9a^2}{3a}-\frac{6ab}{3a}=-3a-2b$

問5　$(3\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)-\frac{4}{\sqrt{2}}=12+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-1-\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=11+\sqrt{2}-2\sqrt{2}=11-\sqrt{2}$

問6　$(x+4)^2+(x+5)(x-5)=x^2+8x+16+x^2-25=2x^2+8x-9$

数-19-公-愛媛-KS-02

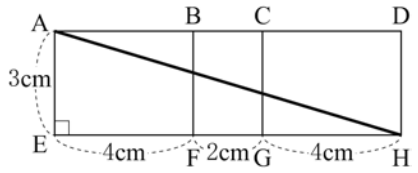
2　**問1**　方程式に $x=2$ を代入して，$2^2-5\times 2+a=0$　$a=6$

問2　A さんが 1 の玉を取り出すとき，B さんの取り出し方は，1，2，3，4，5，6 の 6 通りある。A さんが 2，3，4，5，6 の玉を取り出すときも，同様に B さんの取り出し方はそれぞれ 6 通りずつある。
よって，2 人の玉の取り出し方は，6×6＝36(通り)
そのうち，B さんが取り出した玉に書かれた数が，A さんが取り出した玉に書かれた数より大きくなるのは，右の表のように 15 通りある。
よって，求める確率は，$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

A＼B	1	2	3	4	5	6
1		○	○	○	○	○
2			○	○	○	○
3				○	○	○
4					○	○
5						○
6						

問3　はじめに箱の中に入っていた黒玉の個数を x 個とする。母集団と標本で，黒玉と白玉の個数の比は等しいと考えられるので，$x:200=(80-5):5$　$5x=200\times 75$　$x=3000$　よって，およそ 3000 個。

問4　ひもの長さが最も短くなるのは，右の展開図で線分 AH のようにひもをかけるときである。
△AEH で，三平方の定理より，
$AH^2=AE^2+EH^2=3^2+(4+2+4)^2=109$
AH＞0 だから，$AH=\sqrt{109}$(cm)



問5　回転移動では，対応する点は回転の中心から等しい距離にある。また，2 点から等しい距離にある点は，その 2 点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。
よって，対応する点どうしを結ぶ線分 AP，BQ，CR のうち，いずれか 2 本の垂直二等分線を作図して，その交点を O とすればよい。

問6　使用量が 25m^3 のとき，超過料金の対象となるのは，$25-8=17(\text{m}^3)$　先月の基本料金を x 円，先月の 1m^3 あたりの超過料金を y 円として，先月の水道料金に着目すると，$x+17y=4260$…①
また，今月の基本料金は $1.2x$ 円，今月の 1m^3 あたりの超過料金は $y+15$(円)だから，今月の水道料金に着目すると，$1.2x+17(y+15)=4260+495$，すなわち，$1.2x+17(y+15)=4755$…②　①，②を連立方程式として解く。
なお，②のかわりに次の式をつくって解くこともできる。
値上がりして先月より高くなった分に着目して，$0.2x+15\times 17=495$　$0.2x=240$　$x=1200$
これを①に代入して，$1200+17y=4260$　$17y=3060$　$y=180$

数-19-公-愛媛-KS-03

3　**問1**　まず，$13\div 4=$3 余り 1 より，1 辺が 4cm の正方形を 3 枚切り取る。残った縦 4cm，横 1cm の長方形について，$4\div 1=$4 より，1 辺が 1cm の正方形を 4 枚切り取る。

問2　$13\div 8=$1 余り 5　$8\div 5=$1 余り 3　$5\div 3=$1 余り 2　$3\div 2=$1 余り 1　$2\div 1=$2
よって，1 辺が 8cm，5cm，3cm，2cm の正方形を 1 枚ずつ，1 辺が 1cm の正方形を 2 枚切り取るから，全部で，1＋1＋1＋1＋2＝6(枚)できる。

問３　**(1)** $b=1$ のとき，1 辺が 1cm の正方形が 3 枚できる。$b=2$ のとき，1 辺が 2cm の正方形が 1 枚と 1 辺が 1cm の正方形 2 枚で，合計 3 枚できる。どちらも問題にあわないから $b \geqq 3$ とわかる。したがって，最初に切り取るのは 1 辺が 3cm の正方形。正方形は全部で 2 枚だから，2 枚目も 1 辺が 3cm になる。よって，$b=3\times2=6$

(2) $a=3$ だから，できる正方形の 1 辺は 3cm，2cm，1cm の 3 種類にかぎられる。

すべて 1 辺が 3cm の正方形のとき…b は 3 の倍数で，$b=3\times15=45$

1 辺が 3cm，1cm の正方形のとき…b は 3 でわると 1 余る値になる。1 辺が 1cm の正方形は 3 枚できるから，1 辺が 3cm の正方形は $15-3=12$(枚)　よって，$b=3\times12+1=37$

1 辺が 3cm，2cm，1cm の正方形のとき…b は 3 でわると 2 余る値になる。1 辺が 2cm の正方形は 1 枚，1 辺が 1cm の正方形は 2 枚できるから，1 辺が 3cm の正方形は $15-(1+2)=12$(枚)

よって，$b=3\times12+2=38$

数-19-公-愛媛-KS-04

4　**問１**　A(2，2)は放物線①上の点だから，$y=ax^2$ に $x=2$，$y=2$ を代入して，$2=a\times2^2$　$a=\frac{1}{2}$

問２　y の値は，$x=0$ のとき最小値 0 をとり，$x=-5$ のとき $y=5^2=25$ で，最大値 25 をとる。

よって，$0 \leqq y \leqq 25$

問３　**(1)** 四角形 PQRS は長方形になる。また，放物線は y 軸について対称だから，点 P の x 座標が t のとき，4 点 P，Q，R，S の座標は，$P\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$Q\left(t,\ t^2\right)$，$R\left(-t,\ t^2\right)$，$S\left(-t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$と表される。

よって，$PQ=t^2-\frac{1}{2}t^2=\frac{1}{2}t^2$，$PS=t-(-t)=2t$　長方形 PQRS の周の長さは，$\left(\frac{1}{2}t^2+2t\right)\times2=t^2+4t$

(2) ア　**(1)**の式を使って方程式をつくると，$t^2+4t=60$　$t^2+4t-60=0$　$(t-6)(t+10)=0$　$t=6$，-10

$t>0$ だから，$t=-10$ は問題にあわない。$t=6$ は問題にあう。

イ　長方形は，対角線の交点を中心とする点対称な図形だから，その面積を 2 等分する直線は，必ず対角線の交点を通る。4 点 P，Q，R，S の座標は，P(6，18)，Q(6，36)，R(−6，36)，S(−6，18)だから，対角線 PR，QS の交点を T とすると，T の x 座標は 0，y 座標は $18+\frac{36-18}{2}=27$

よって，求める直線は 2 点 A(2，2)，T(0，27)を通るから，傾きは，$\frac{2-27}{2-0}=-\frac{25}{2}$

数-19-公-愛媛-KS-05

5　**問１**　正方形の対角線は等しく，それぞれの中点で交わることなどを利用して，2 つの三角形で 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを導く。

問２　**図２**の面積は，2 つの正方形の面積の和から，重なっている部分(四角形 EICJ)の面積をひいた値になる。また，四角形 EICJ＝△EIC＋△ECJ＝△EJD＋△ECJ＝△ECD＝$\frac{1}{4}$×正方形 ABCD

したがって，正方形 ABCD の面積を P，正方形 EFGH の面積を Q とすると，**図２**の面積は，$P+Q-\frac{1}{4}P=\frac{3}{4}P+Q$ となる。正方形 ABCD と正方形 EFGH の相似比は 3：4 だから，正方形 ABCD の 1 辺の長さを $3x$cm とすると，正方形 EFGH の 1 辺の長さは $4x$cm

よって，$P=(3x)^2=9x^2$(cm^2)，$Q=(4x)^2=16x^2$(cm^2)だから，**図２**の面積に着目して方程式をつくると，$\frac{3}{4}\times9x^2+16x^2=182$　$91x^2=728$　$x^2=8$　$x>0$ だから，$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

正方形 ABCD の 1 辺の長さは，$3\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$(cm)

問３　△EIC と△EKF において，∠ECI＝∠EFK＝45°　また，∠IEC＝∠KEF(共通)

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△EIC∽△EKF

相似比は，EC：EF＝$\frac{1}{2}$AC：$\frac{4}{3}$AB＝$\left(\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\right)$：$\left(\frac{4}{3}\times 6\right)$＝$3\sqrt{2}$：8 だから，

面積比は，$(3\sqrt{2})^2$：8^2＝18：64＝9：32

四角形 IFKC＝△EKF－△EIC＝$\frac{32}{9}$△EIC－△EIC＝$\frac{23}{9}$△EIC

ここで，△EIC の底辺を IC＝BC－BI＝6－1＝5(cm)とすると，高さは，$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}\times 6$＝3(cm)

よって，四角形 IFKC＝$\frac{23}{9}$△EIC＝$\frac{23}{9}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 3\right)$＝$\frac{115}{6}$($cm^2$)