Ｒ４　愛媛県　公立　数学　問題

数-22-公-愛媛-問-01

1　次の計算をして，答えを書きなさい。

問１　$-3-6$

問２　$\dfrac{2x-5y}{3}+\dfrac{x+3y}{2}$

問３　$(3x^2y-2xy^2)\div xy$

問４　$\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}-(\sqrt{5}-2)^2$

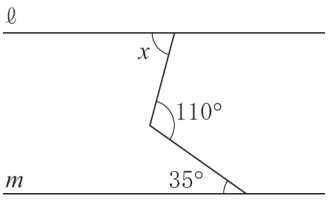
問５　$(a-3)(a+3)+(a+4)(a+6)$

数-22-公-愛媛-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　二次方程式 $5x^2+4x-1=0$ を解け。

問２　右の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



問３　右の表は，A 中学校の 1 年生 30 人と B 中学校の 1 年生 90 人について，ある日の睡眠時間を調べ，その結果を度数分布表に整理したものである。この表から分かることを述べた文として正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

階級(時間)	A 中学校	B 中学校
	度数(人)	度数(人)
4 以上 ～ 5 未満	0	1
5 ～ 6	3	8
6 ～ 7	10	27
7 ～ 8	9	29
8 ～ 9	7	21
9 ～ 10	1	4
計	30	90

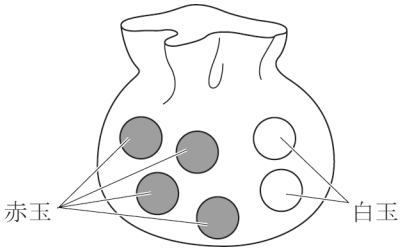
ア　A 中学校と B 中学校で，最頻値は等しい。

イ　A 中学校と B 中学校で，8 時間以上 9 時間未満の階級の相対度数は等しい。

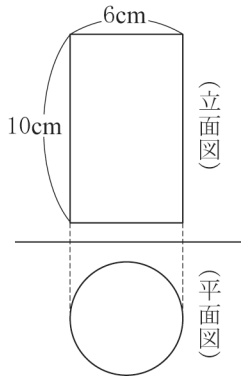
ウ　A 中学校で，7 時間未満の生徒の割合は，40%以下である。

エ　B 中学校で，中央値が含まれる階級は，6 時間以上 7 時間未満である。

問４　下の図のように，袋の中に，赤玉 4 個と白玉 2 個の合計 6 個の玉が入っている。この袋の中から同時に 2 個の玉を取り出すとき，赤玉と白玉が 1 個ずつである確率を求めよ。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　下の図は，円柱の投影図である。この円柱の体積を求めよ。(円周率はπを用いること。)



問６　下の図のように，直線ℓ上に２点Ａ，Ｂがある。線分ＡＢを１辺とする正方形のうち，Ａ，Ｂ以外の頂点が，直線ℓより上側にあるものを解答欄に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問７　下の資料は，ある中学校が発行した図書館だよりの一部である。この図書館だよりを読んで，９月に図書館を利用した男子と女子の人数を，それぞれ求めよ。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に書いてから連立方程式をつくり，答えを求める過程も書くこと。

図書館利用者数　33人　増



図書委員会の集計によると，10 月の図書館利用者数は，男女合わせて 253 人であり，９月の図書館利用者数と比べると，33 人の増加でした。

皆さんもお気に入りの１冊を見つけに，図書館へ足を運んでみませんか？

10 月の利用者数
９月と比べて
男子　21% 増
女子　10% 増

3 下の会話文は，太郎さんが，数学の授業で学習したことについて，花子さんと話をしたときのものである。

【数学の授業で学習したこと】

1～9 の自然数の中から異なる 2 つの数を選び，この 2 つの数を並べてできる 2 けたの整数のうち，大きい方の整数から小さい方の整数をひいた値を P とすると，P は 9 の倍数になる。

このことを，文字式を使って説明すると，次のようになる。

選んだ 2 つの数を a，b $(a>b)$ とすると，

大きい方の整数は $10a+b$，小さい方の整数は $10b+a$ と表されるから，

$$P=(10a+b)-(10b+a)=9a-9b=9(a-b)$$

$a-b$ は整数だから，P は 9 の倍数である。

太郎さん： 選んだ 2 つの数が 3，5 のとき，大きい方の整数は 53，小さい方の整数は 35 だから，P＝53－35＝18 となり，確かに P は 9 の倍数だね。

花子さん： それなら，3 けたのときはどうなるのかな。1～9 の自然数の中から異なる 3 つの数を選び，この 3 つの数を並べてできる 3 けたの整数のうち，最も大きい整数から最も小さい整数をひいた値を Q として考えてみようよ。

太郎さん： 例えば，選んだ 3 つの数が 1，3，4 のとき，並べてできる 3 けたの整数は，134，143，314，341，413，431 だね。最も大きい整数は 431，最も小さい整数は 134 だから，Q＝431－134＝297 となるね。

花子さん： 選んだ 3 つの数が 2，6，7 のとき，Q は［ア］となるね。

太郎さん： Q も何かの倍数になるのかな。授業と同じように，文字式を使って考えてみようよ。

花子さん： 選んだ 3 つの数を a，b，c $(a>b>c)$ とすると，

最も大きい整数は $100a+10b+c$，最も小さい整数は［イ］と表されるよね。すると，$Q=(100a+10b+c)-($［イ］$)$ となって，これを計算すると，［ウ］$\times(a-c)$ となるね。$a-c$ は整数だから，Q は［ウ］の倍数となることが分かるよ。

このとき，次の問いに答えなさい。

問１ 会話文中の**ア**に当てはまる数を書け。

問２ 会話文中の**イ**に当てはまる式，**ウ**に当てはまる数をそれぞれ書け。

問３ 1～9 の自然数の中から異なる 3 つの数を選び，Q について考えるとき，

(1) Q＝396 となるときの，3 つの数の選び方は全部で何通りあるか。

(2) 選んだ 3 つの数の中に，3 と 8 の，2 つの数が含まれるときの Q の値を**全て**求めよ。

4 下の**図１**のように，AB＝10 cm，BC＝a cm の長方形 ABCD と，∠P＝90°，PQ＝PR＝b cm の直角二等辺三角形 PQR がある。長方形 ABCD の辺 AB と直角二等辺三角形 PQR の辺 PQ は直線ℓ上にあり，点 A と点 Q は同じ位置にある。

この状態から，下の**図２**のように，直角二等辺三角形 PQR を直線ℓにそって，矢印の向きに，点 Q が点 B に重なるまで移動させる。AQ＝x cm のときの，2 つの図形が重なっている部分の面積をy cm^2 とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

図１

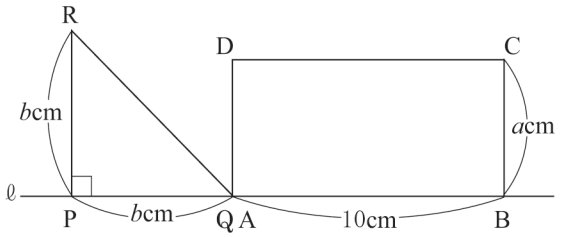
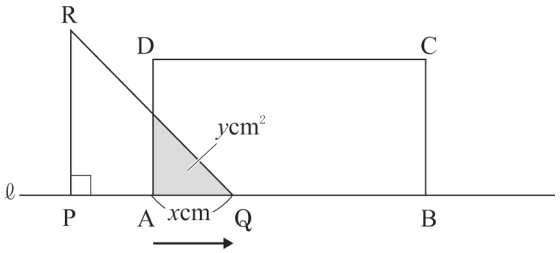


図２



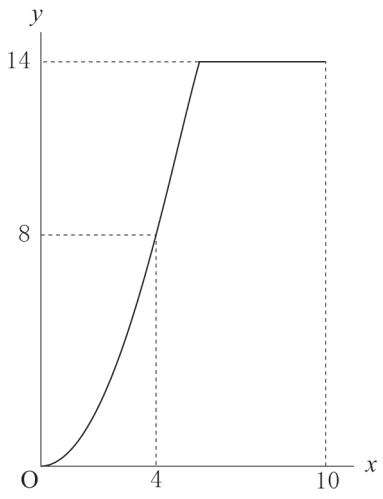
問１　a＝5，b＝6 とする。x＝3 のとき，y の値を求めよ。

問２　x と y の関係が右の**図３**のようなグラフで表され，$0 \leqq x \leqq 4$ では原点を頂点とする放物線，$4 \leqq x \leqq 10$ では右上がりの直線の一部分と，x 軸に平行な直線の一部分であるとき，

(1) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，y を x の式で表せ。

(2) a，b の値をそれぞれ求めよ。

図３



5 下の図のような，線分 AB を直径とする半円 O がある。$\overset{\frown}{AB}$上に点 C をとり，直線 AC 上に点 D を，∠ABD＝90° となるようにとる。

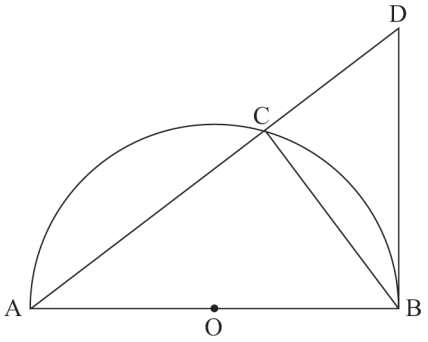
このとき，次の問いに答えなさい。(円周率は π を用いること。)

問１ △ABC∽△BDC であることを証明せよ。

問２ AC＝3 cm，CD＝1 cm であるとき，

(1) 線分 BC の長さを求めよ。

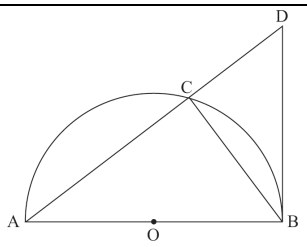
(2) 線分 BD と線分 CD と$\overset{\frown}{BC}$とで囲まれた部分の面積を求めよ。



Ｒ４　愛媛県　公立　数学　解答用紙

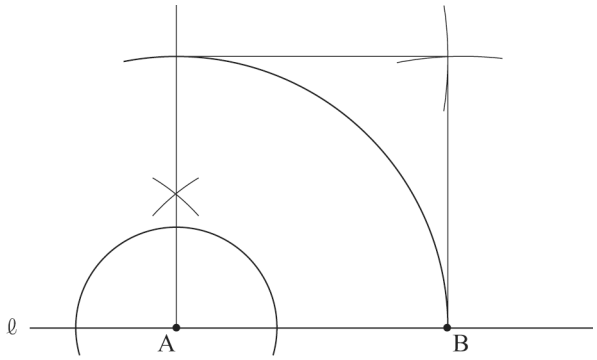
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-愛媛-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-愛媛-KY-02	2	問１				
		問２	度			
		問３				
		問４				
		問５	cm^3			
		問６				
		問７	〔解〕 答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿			
数-22-公-愛媛-KY-03	3	問１	ア			
		問２	イ			
			ウ			
		問３	(1)	通り		
			(2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-愛媛-KY-04	4	問１	$y=$			
		問２	(1)			
			(2)	$a=$		
				$b=$		
数-22-公-愛媛-KY-05	5	問１	〔証明〕  			
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^2		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−愛媛−ｋ−01	1	問１	-9		
		問２	$\frac{7x-y}{6}$		
		問３	$3x-2y$		
		問４	$5\sqrt{5}-9$		
		問５	$2a^2+10a+15$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-愛媛-K-02	2	問１	$x=\frac{1}{5}$ ，-1		
		問２	75 (度)		
		問３	イ		
		問４	$\frac{8}{15}$		
		問５	90π (cm^3)		
		問６	(例)  		
		問７	〔解〕 9 月に図書館を利用した男子を x 人, 女子を y 人とすると, $\begin{cases} x+y=253-33 & \cdots\cdots① \\ \frac{21}{100}x+\frac{10}{100}y=33 & \cdots\cdots② \end{cases}$ ②から，$21x+10y=3300$ ……③ ③－①×10 から，$x=100$ $x=100$ を①に代入して解くと，$y=120$ これらは問題に適している。 (答)　9 月に図書館を利用した男子 100 人, 9 月に図書館を利用した女子 120 人		
数-22-公-愛媛-K-03	3	問１	ア　495		
		問２	イ　$100c+10b+a$		
			ウ　99		
		問３	(1)　15 (通り)		
			(2)　495，594，693		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-愛媛-大-04	4	問１	$(y=)\ \frac{9}{2}$			
		問２	(1)	$y=\frac{1}{2}x^2$		
			(2)	$(a=)\ 4$		
				$(b=)\ \frac{11}{2}$		
数-22-公-愛媛-大-05	5	問１	〔証明〕 △ABC と△BDC において， 線分 AB は直径だから， ∠ACB＝∠BCD＝90°　……① △ABC で∠ACB＝90°だから， ∠BAC＝90°－∠ABC　……② また，∠ABD＝90°だから， ∠DBC＝90°－∠AEC　……③ ②，③から，∠BAC＝∠DBC　……④ ①，④で，2 つの三角形は，2 組の角がそれぞれ等しいことがいえたから， △ABC∽△BDC			
		問２	(1)	$\sqrt{3}$ (cm)		
			(2)	$\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}$ (cm^2)		

数-22-公-愛媛-KS-01

1　【計算分野】

問４　$\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}-(\sqrt{5}-2)^2=\sqrt{5}-\{(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times2+2^2\}=\sqrt{5}-(9-4\sqrt{5})=5\sqrt{5}-9$

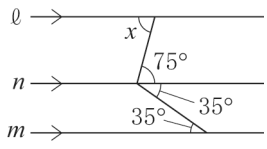
問５　$(a-3)(a+3)+(a+4)(a+6)=(a^2-9)+(a^2+10a+24)=2a^2+10a+15$

数-22-公-愛媛-KS-02

2　【小問集合】

問２　**図１**のように，2 直線ℓ，m に平行な直線 n を引く。錯角が等しいことを用いて，$x=75°$

図１



問３　**ア**　最頻値は，A 中学校において，6.5 時間，B 中学校において，7.5 時間だから，誤り。

イ　8 時間以上 9 時間未満の階級の相対度数は，A 中学校において，$\dfrac{7}{30}(=0.2333\cdots\cdots)$, B 中学校において，$\dfrac{21}{90}=\dfrac{7}{30}(=0.2333\cdots\cdots)$だから，正しい。

ウ　A 中学校で，7 時間未満の生徒の割合は，$\dfrac{13}{30}\times100=43.33\cdots(\%)$だから，誤り。

エ　B 中学校で，中央値が含まれる階級は，小さい順で 45，46 番目が含まれる階級なので，7 時間以上 8 時間未満の階級である。よって，誤り。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

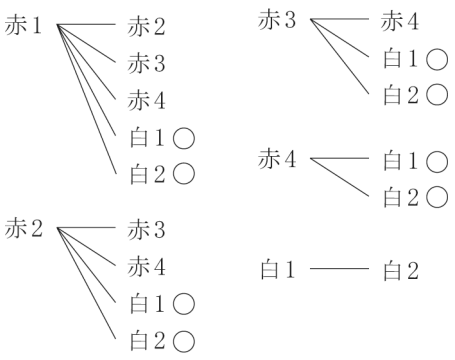
相対度数$=\dfrac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問４　玉の取り出し方は，**図２**の樹形図のとおり。この中で，赤玉と白玉が 1 個ずつであるのは，○印の場合なので，

求める確率は，$\dfrac{8}{15}$

図２



ポイント》確率のポイント

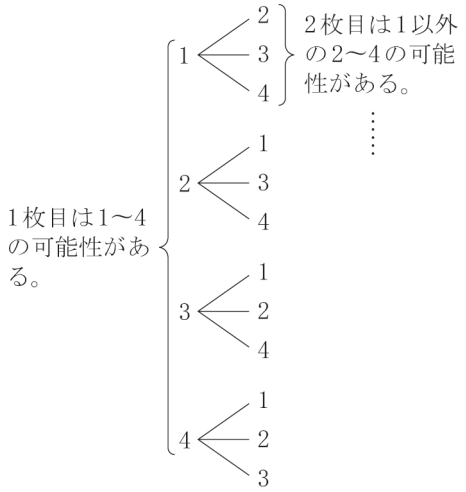
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問５ 円柱の底面は，平面図の円であるから，その面積は，$3^2\times\pi=9\pi(\text{cm}^2)$

円柱の高さは，立面図の長方形の縦の長さであるから，10cm

よって，円柱の体積は，$9\pi\times10=90\pi(\text{cm}^3)$

数-22-公-愛媛-KS-03

3 【式の利用】

問１ 最も大きい整数は，762，最も小さい整数は，267 だから，Q＝762－267＝495

問２ 選んだ 3 つの数を a，b，c とすると，最も小さい整数は，$100c+10b+a$ と表される。

よって，$Q=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=99a-99c=99(a-c)$となり，$a-c$ が整数であることから，Q は 99 の倍数となる。

問３ (1) Q＝396 のとき，$Q=99(a-c)=396 \Rightarrow a-c=4$

これを満たす a，c の組は，$(a,\ c)=(9,\ 5),\ (8,\ 4),\ (7,\ 3),\ (6,\ 2),\ (5,\ 1)$の 5 通りである。

そのそれぞれについて，$a>b>c$ を満たす b は，3 通りずつ存在するから，5×3＝15(通り)

(2) $(a,\ b,\ c)=(8,\ 3,\ 1)$のとき，$Q=99(a-c)=99\times(8-1)=693$

$(a,\ b,\ c)=(8,\ 3,\ 2)$のとき，$Q=99(a-c)=99\times(8-2)=594$

$(a,\ b,\ c)=(8,\ 4,\ 3),\ (8,\ 5,\ 3),\ (8,\ 6,\ 3),\ (8,\ 7,\ 3)$のとき，$Q=99(a-c)=99\times(8-3)=495$

$(a,\ b,\ c)=(9,\ 8,\ 3)$のとき，$Q=99(a-c)=99\times(9-3)=594$

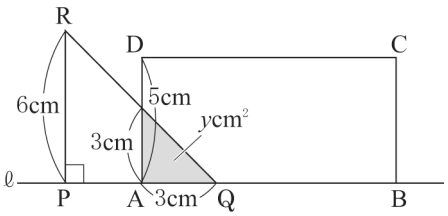
以上のことから，Q＝495，594，693

4 【平面図形，関数の利用】

問１　$x=3$ のとき，図形は，**図１**のようになっている。２つの図形が重なっている部分は，△PQR と相似な直角二等辺三角形であるから，その面積は，

$y=3\times3\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}(\mathrm{cm}^2)$

図１



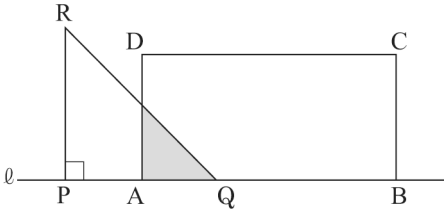
問２　(1) $0\leqq x\leqq4$ のときのグラフは，原点を頂点とする，上に開いた放物線なので，$y=px^2(p>0)$とおける。

$(x, y)=(4, 8)$である点を通るので，$8=p\times4^2 \Rightarrow p=\frac{1}{2}$

よって，$y=\frac{1}{2}x^2$

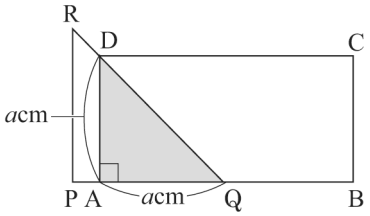
(2) グラフが，放物線である部分と，右上がりの直線である部分と，x 軸に平行な直線の部分とに分かれるということは，重なっている部分の面積の変化の仕方が２回変わるということである。

図２



まず，直角二等辺三角形 PQR が出発してから，**図２**を経て，**図３**のように点 D が線分 QR 上に到達するまでは，重なっている部分が三角形になる。

図３



次に，そこから**図４**を経て，**図５**のように点 P が点 A に重なるまでは，重なっている部分が台形になる。
最後に，そこから後は，**図６**のように，重なっている部分がつねに同じ大きさの台形で，面積は変化しなくなる。
このようになるのは，$a<b$ のときである。
グラフの式が切り替わる$(x, y)=(4, 8)$のときが，**図３**のように点 D が線分 QR 上に到達したときであるから，

$\frac{1}{2}a^2=8 \Rightarrow a>0$ より，$a=4$

図４

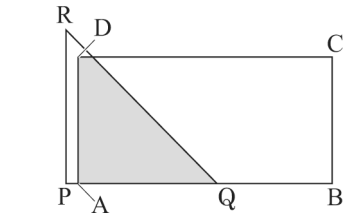
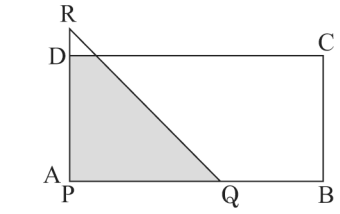


図５



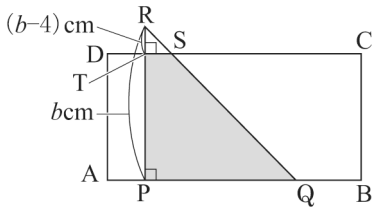
また，面積が一定の $y=14$ となるのは，**図６**のときであるから，図の△RST が直角二等辺三角形であることに注意すると，

TS＝RT＝PR－PT＝$b-a=(b-4)$cm，PQ＝b cm だから，重なっている部分の面積は，

$\{(b-4)+b\}\times 4\times\frac{1}{2}=4b-8(\text{cm}^2)$

$4b-8=14 \quad \Rightarrow \quad b=\frac{11}{2}$

図６



[補足]

なお，$a \geqq b$ のときは，直角二等辺三角形 PQR が出発してから，**図７**を経て，**図８**のように点 P が点 A に重なるまでは，重なっている部分が三角形になり，その後は**図９**のように，重なっている部分がつねに同じ大きさの三角形で，面積は変化しなくなる。よって，この場合は，重なっている部分の面積の変化の仕方が１回しか変わらない。

図７

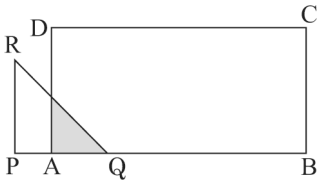


図８

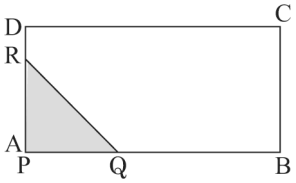
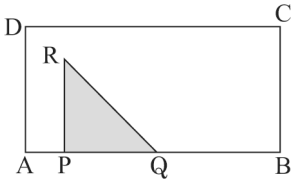


図９



数-22-公-愛媛-KS-05

5 【平面図形】

問２ (1) **問１**より，△ABC∽△BDC だから，AC：BC＝BC：DC ⇒ 3：BC＝BC：1 ⇒ $BC^2=3$ ⇒ BC＞0 より，$BC=\sqrt{3}$(cm)

(2) 直径 AB より，∠ACB＝90°だから，直角三角形 BCD において，三平方の定理より，$BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$(cm)

直角三角形 ABC において，三平方の定理より，

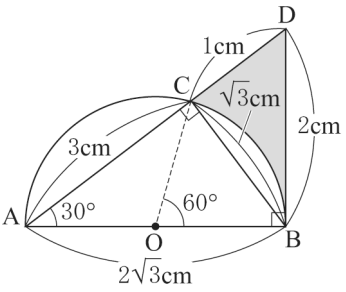
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$(cm)

よって，$\triangle ABD=AB\times BD\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

また，AO＝BO より，$\triangle AOC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times BC\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

図１



次に，直角三角形 ABC の辺の比に着目すると，BC：AB：AC＝1：2：$\sqrt{3}$ だから，∠BAC＝30° である。よって，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角と中心角の関係より，∠BOC＝2∠BAC＝2×30°＝60°

よって，おうぎ形 OBC の中心角は 60°なので，その面積は，$(\sqrt{3})^2\times\pi\times\frac{60}{360}=\frac{\pi}{2}(\text{cm}^2)$

以上のことから，**図１**の色がついた部分の面積は，

$\triangle ABD-\triangle AOC-$おうぎ形 $OBC=2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}(\text{cm}^2)$