Ｒ６　愛媛県　公立　数学　問題

数-24-公-愛媛-問-01

1　次の計算をして，答えを書きなさい。

問１　$-3+8$

問２　$\left(-\frac{9}{2}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

問３　$(-3a)^2\times 2a$

問４　$(\sqrt{3}+1)^2-\frac{9}{\sqrt{3}}$

問５　$(x+4)(x-4)+(x-5)(x-1)$

数-24-公-愛媛-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　$x^2-3x-18$ を因数分解せよ。

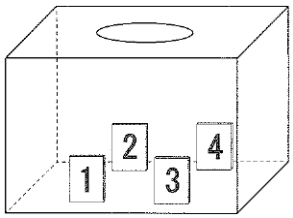
問２　下の図のように，箱の中に，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードが入っている。この箱の中からカードを 1 枚取り出し，書かれた数字を見て箱にもどす。このことをくり返し行うときの，カードの出方について述べた文として正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

ア　カードを 4000 回取り出したとき，1 の数字が書かれたカードは 1000 回ぐらい出る。

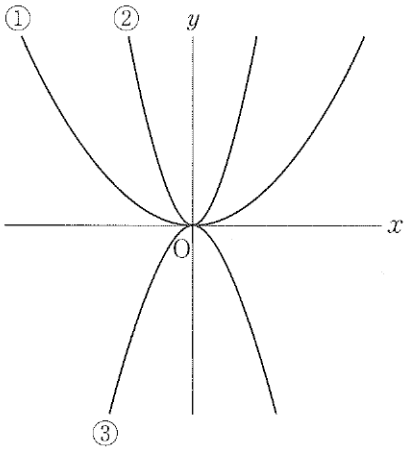
イ　カードを 40 回取り出したとき，1 の数字が書かれたカードは必ず 10 回出る。

ウ　カードを 3 回取り出したとき，1 の数字が書かれたカードが 1 回も出なければ，次は必ず 1 の数字が書かれたカードが出る。

エ　同じ数字が書かれたカードが 2 回続けて出ることはない。



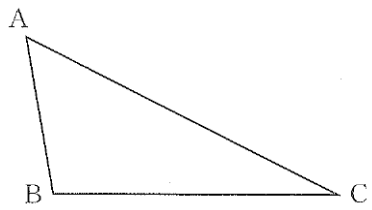
問３　下の図において，放物線①，②，③はそれぞれ関数 $y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ のグラフである。a，b，c を，値の小さい順に左から並べて書け。



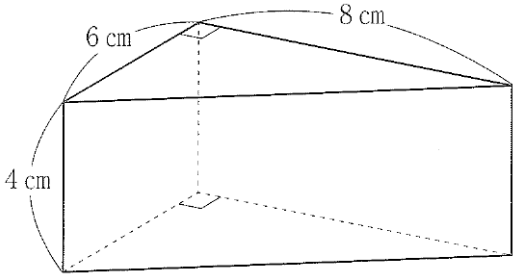
問４　下の図は，1 辺に 4 個の碁石を並べた正五角形で，並べた碁石は全部で 15 個である。1 辺に n 個の碁石を並べた正五角形をつくったとき，並べた碁石は全部で何個か，n を使って表せ。ただし，n は 2 以上の自然数とする。



問５　下の図のような△ABC がある。辺 AC 上にあって，∠PBC＝30°となる点 P を解答欄に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問６　下の図のような，底面が直角三角形で，側面が全て長方形の三角柱がある。この三角柱の表面積を求めよ。



問７　ある市のテニス大会は，下のような要項により開催される。今回，73 人から参加申し込みがあったので，予選リーグの各組の人数は，4 人または 5 人になった。4 人の組と 5 人の組は，それぞれ何組あるか求めよ。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に書いてから連立方程式をつくり，答えを求める過程も書くこと。

○○市テニス大会開催要項

1　日時　○年○月○日（日曜日）　9：00 開始

2　場所　○○市総合公園テニス場

3　競技方法

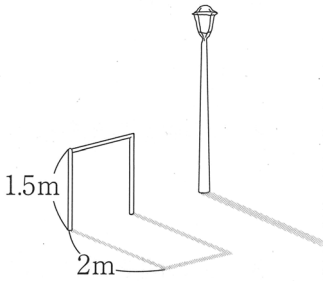
・予選リーグは，参加者を 16 の組に分けて行う。

・予選リーグの各組の 1 位が，決勝トーナメントに進出する。

3 下の会話文は，花子さんが，総合的な学習の時間に，公園で，身の回りの数学について，太郎さんと話をしたときのものである。

花子さん：　すべり台の斜面にボールを転がすとき，ボールが斜面を転がりはじめてからの時間と，その間に進んだ距離には関係があることを習ったね。

太郎さん：　そうだったね。街灯や木の高さを求める方法も習ったよ。今，高さ 1.5 m の鉄棒の影の長さは 2 m，街灯の影の長さは 8 m だから，街灯の高さは［ア］m と分かるね。



花子さん：　確かにそうなるね。でも，同じ方法で木の高さを求めようとすると，木の影の長さは，花壇などの障害物があって測ることができないね。他に木の高さを求める方法はないか，先生に質問してみよう。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，地面は水平であり，鉄棒，街灯，木は，地面に対して垂直に立っているものとする。

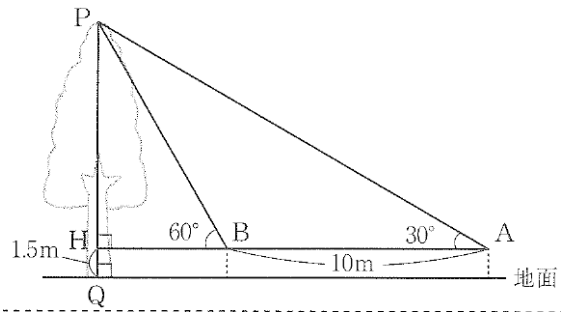
問１　ある斜面にそって，ボールが転がりはじめてから x 秒間に進んだ距離を y m とすると，y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき $y=8$ であった。y を x の式で表せ。

問２　会話文中の**ア**に当てはまる数を書け。

問３　花子さんの質問に対して，先生は，木の高さを求める方法を次のように説明した。説明文中の**イ**に当てはまる数を書け。

右の**図１**のように，木の先端を点 P とし，点 P から地面に垂線をひき，地面との交点を Q とします。花子さんが点 P を見上げる角度が水平の方向に対して 30° になるときの花子さんの目の位置を点 A，その場所からまっすぐ木に近づいていき，点 P を見上げる角度が 60° になるときの花子さんの目の位置を点 B とします。また，直線 AB と線分 PQ との交点を H とすると，∠PHA＝90° です。例えば AB＝10 m のとき，PH の長さは［イ］m となります。花子さんの目の位置の地面からの高さは 1.5 m なので，木の高さ PQ は（［イ］＋1.5）m となります。

図１



問４　公園の花壇は円形であり，下の**図２**のように，同じ形のレンガを並べてつくられている。また，下の**図３**は，花壇を真上から見たときのレンガの１つで，直線 AB と直線 DC との交点を O とすると，おうぎ形 OBC からおうぎ形 OAD を取り除いた図形となっている。このとき，花壇の内側の円の直径は何 cm か求めよ。

図２

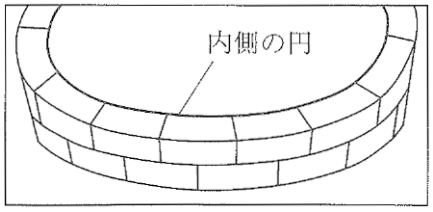
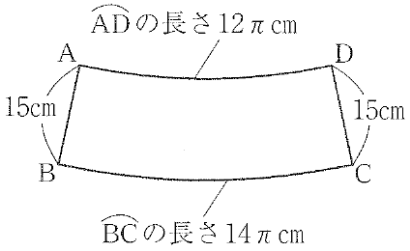


図３



4 下の**図１**において，放物線①は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフであり，①上の x 座標が -4，8 である点をそれぞれ A，B とする。また，直線②は 2 点 A，B を通る。

このとき，次の問いに答えなさい。

問１ 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の値が 4 から 8 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問２ 直線②の式を求めよ。

問３ 下の**図２**のように，点 P は，放物線①上を，原点 O から点 A まで動く点とする。点 P を通り y 軸に平行な直線と直線②との交点を Q とし，点 P から y 軸にひいた垂線と y 軸との交点を R，点 Q から y 軸にひいた垂線と y 軸との交点を S とする。また，点 P の x 座標を t とする。

(1) 点 S の y 座標を t を使って表せ。

(2) 四角形 PQSR が正方形となるとき，t の値を求めよ。

図１

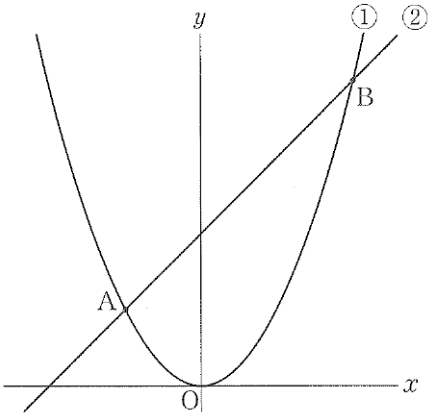
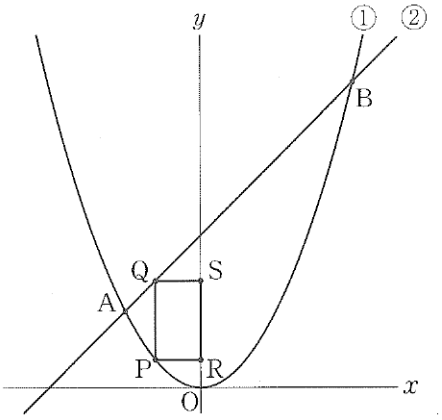


図２



5 下の**図１**のように，線分 AB 上に点 C を，AC＞CB となるようにとり，AC，CB をそれぞれ１辺とする正三角形 CAD，BCE を，直線 AB について同じ側につくる。この状態から，△BCE を，点 C を回転の中心として時計回りに回転させる。

このとき，次の問いに答えなさい。

問１ 下の**図２**のように，点 E が線分 BD 上にあるとき，線分 AE と線分 CD との交点を F とする。このとき，

(1) △CAE≡△CDB であることを証明せよ。

(2) 次の**ア**～**エ**のうち，１つの円周上にある４点の組として正しいものを１つ選び，**ア**～**エ**の記号で書け。

ア A，B，C，D　　**イ** A，B，C，F

ウ A，C，D，E　　**エ** B，C，E，F

問２ 下の**図３**のように，点 E が辺 CD 上にある。AC：CB＝5：3 のとき，四角形 ADBC の面積は，△BED の面積の何倍か求めよ。

図１

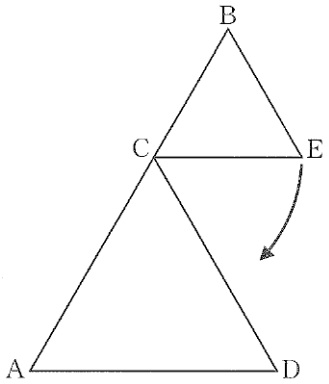


図２

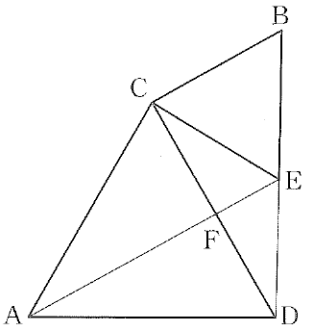
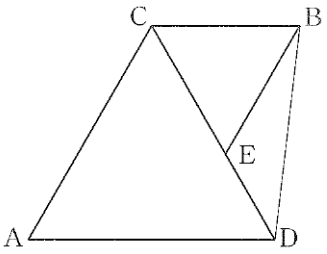
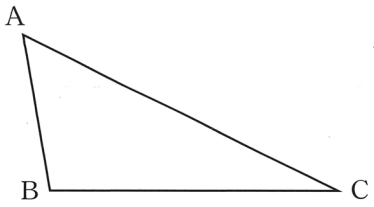


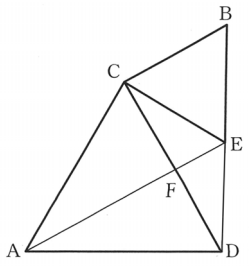
図３



Ｒ６　愛媛県　公立　数学　解答用紙

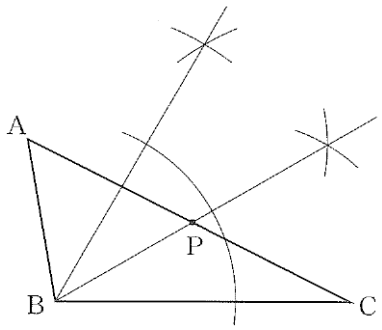
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-愛媛-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-愛媛-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３			
		問４	個		
		問５			
		問６	cm^2		
		問７	〔解〕 答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿		
数-24-公-愛媛-KY-03	3	問１			
		問２			
		問３			
		問４	cm		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-愛媛-KY-04	4	問１				
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	$t=$		
数-24-公-愛媛-KY-05	5	問１	(1)	〔証明〕  		
			(2)			
		問２		倍		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－24－公－愛媛－Ｋ－01	1	問１	5		
		問２	6		
		問３	$18a^3$		
		問４	$4-\sqrt{3}$		
		問５	$2x^2-6x-11$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-愛媛-K-02	2	問１	$(x+3)(x-6)$		
		問２	ア		
		問３	c，a，b		
		問４	$5n-5$　(個)		
		問５	(例)  		
		問６	144　(cm^2)		
		問７	〔解〕 4 人の組を x 組，5 人の組を y 組とすると， $\begin{cases} 4x+5y=73 \cdots\cdots① \\ x+y=16 \cdots\cdots② \end{cases}$ ①－②×4 から，$y=9$ $y=9$ を②に代入して解くと，$x=7$ これらは問題に適している。 (答)　4 人の組は 7 組，5 人の組は 9 組		
数-24-公-愛媛-K-03	3	問１	$y=2x^2$		
		問２	6		
		問３	$5\sqrt{3}$		
		問４	180　(cm)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-愛媛-大-04	4	問１	3			
		問２	$y=x+8$			
		問３	(1)	$t+8$		
			(2)	$(t=)\quad 4-4\sqrt{3}$		
数-24-公-愛媛-大-05	5	問１	(1)	〔証明〕 △CAE と△CDB において， 仮定より，　CA＝CD　……① CE＝CB　……② また，　∠ACE＝60°＋∠DCE　……③ ∠DCB＝60°＋∠DCE　……④ ③，④から，　∠ACE＝∠DCB　……⑤ ①，②，⑤で，2 つの三角形は，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいことがいえたから， △CAE≡△CDB		
			(2)	ウ		
		問２	$\frac{20}{3}$ (倍)			

数学　解説

数-24-公-愛媛-KS-01

1　【計算分野】

問４　$(\sqrt{3}+1)^2-\dfrac{9}{\sqrt{3}}=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times1+1^2-\dfrac{9}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4+2\sqrt{3}-\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=4+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$
$=4-\sqrt{3}$

問５　$(x+4)(x-4)+(x-5)(x-1)=(x^2-16)+(x^2-6x+5)=x^2-16+x^2-6x+5=2x^2-6x-11$

数-24-公-愛媛-KS-02

2　【小問集合】

問２　毎回，カードを箱に戻して１枚取り出すので，４枚のカードから１の数字が書かれたカードを取り出す確率は毎回$\dfrac{1}{4}$である。4000 回のうち，その$\dfrac{1}{4}$の 1000 回ぐらいは１の数字が書かれたカードが出ると見込まれるので，**ア**は正しい。また，40 回取り出した場合は，10 回ぐらいは１の数字が書かれたカードが出ると見込まれるが「必ず 10 回」とはいえないので**イ**は誤りである。次に，毎回どの数字が書かれたカードも取り出す確率は等しく$\dfrac{1}{4}$ずつだから，はじめの３回でどのカードを取り出していても４回目に１の数字が書かれたカードが出る確率は$\dfrac{1}{4}$なので，「必ず１の数字が書かれたカードが出る」とはいえないから**ウ**は誤りである。最後に，２回続けてカードを取り出す取り出し方は全部で 16 通り。同じ数が書かれたカードを取り出す取り出し方は，(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4) の４通りあるので確率は，$\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$である。確率が０ではないから**エ**は誤りである。

問３　①，②のグラフは上に開いているから関数の比例定数について $a>0$，$b>0$ であり，比例定数の絶対値が大きいほど放物線の開き方は小さくなるので，$b>a$ である。また③は下に開いているので比例定数について $c<0$ である。よって，値の小さい順に並べると c，a，b である。

問４　１辺に４個の碁石が並んでいるとき，頂点の碁石を重複して数えないように１辺に 4−1＝3 (個) ずつとして数えると碁石の数は 5×3＝15(個) と求められる。同様に１辺に n 個並んでいるときも，１辺に $(n-1)$ 個ずつとして，$5\times(n-1)=5n-5$(個) と数えられる。

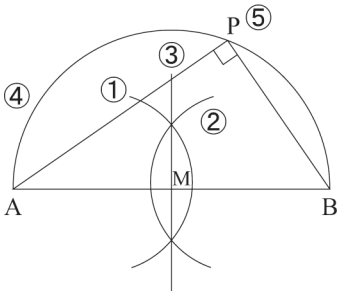
問５　30°は 60°の半分だから，∠QBC＝60°となる点 Q を辺 AC の側に作って，それを２等分すればよい。まず，点 B，点 C を中心とする半径 BC の円をかいて，辺 AC の側の交点を Q とすると，△QBC は正三角形なので∠QBC＝60°である。次に，点 B を中心に半直線 BQ と辺 BC で交わる円をかき，さらにそれぞれの交点を中心とした同じ半径の円をかいてできる交点を R とすると，半直線 BR は∠QBC の二等分線である。よって半直線 BR と辺 AC の交点が求める点 P である。

ポイント》具体的な角度を作図するには

作図でかくことができる角度は，90°，60°の足し算・引き算や２倍，$\dfrac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

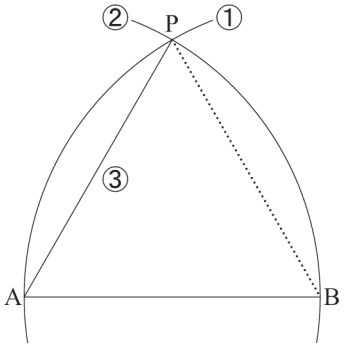
90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



①～③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。
④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。
⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。
60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。
③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。
これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°がかける。

問６　三角柱の底面は直角三角形であり，直角をはさむ 2 辺が 6cm と 8cm だから斜辺の長さは三平方の定理より，$6^2+8^2=100=10^2$　　斜辺の長さは正だから，10cm である。側面を展開すると横の長さが，8＋6＋10＝24(cm) で縦の長さが 4cm の長方形である。底面の面積は，$\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$，側面の面積は，$4\times24=96(\text{cm}^2)$ なので，求める表面積は，$24\times2+96=144(\text{cm}^2)$ である。

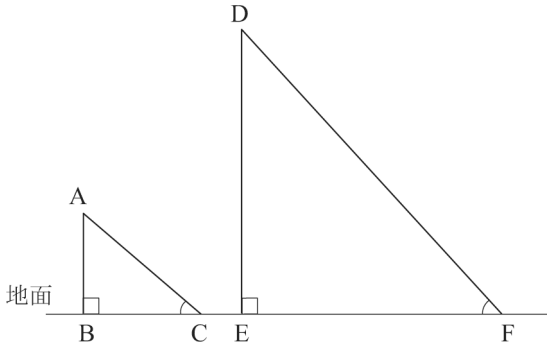
数-24-公-愛媛-KS-03

3　【関数の利用，平面図形】

問１　y は x の 2 乗に比例するので $y=ax^2$ とおく。
$x=2$ のとき $y=8$ となるのでこれらの値を代入すると，$8=4a$ より $a=2$　　よって，求める式は，$y=2x^2$ である。

問２　鉄棒の先端を A，地面と交わる点を B，影の先端を C とし，街灯の先端を D，地面と交わる点を E，影の先端を F とする。△ABC と△DEF において，太陽の光は平行なので AC と DF は平行だから同位角は等しく∠ACB＝∠DFE である。また AB と DE は地面に垂直に交わるので∠ABC＝∠DEF である。
2 組の角がそれぞれ等しいので△ABC∽△DEF　　よって，AB：DE＝BC：EF であるから
1.5：DE＝2：8　　DE＝6(m)

図１



問３　∠BAP＝30°, ∠ABP＝180°－∠PBH＝180°－60°＝120°であり, 三角形の内角の和は 180°だから, ∠APB＝30°　　よって，△ABP は二等辺三角形だから PB＝10 m となる。また，△HBP は∠PBH＝60°の直角三角形なので，PB：PH＝2：$\sqrt{3}$ だから，10：PH＝2：$\sqrt{3}$　PH＝$5\sqrt{3}$ (m) である。

問４　∠AOD＝∠BOC＝$a°$とおく。中心が O で半径が OA である円①の周の長さを $x$cm とすると，$x\times\frac{a}{360}=12\pi$ だから，$x=12\pi\times\frac{360}{a}$(cm)

同様にして，中心が O で半径が OB である円②の周の長さは，

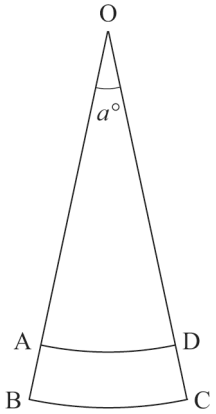
$14\pi\times\frac{360}{a}$(cm) である。

円①と円②は相似だから，$\mathrm{OA}:\mathrm{OB}=\left(12\pi\times\frac{360}{a}\right):\left(14\pi\times\frac{360}{a}\right)=6:7$

よって，$\mathrm{OA}:\mathrm{AB}=6:1$ だから，$\mathrm{OA}:15=6:1$　　$\mathrm{OA}=90$(cm)

よって，求める直径は 180 cm である。

図２



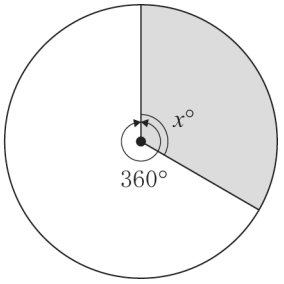
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) × $\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) × $\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



数-24-公-愛媛-KS-04

4　【関数のグラフと図形】

問１　$x=4$ のとき，$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$，$x=8$ のとき，$y=\frac{1}{4}\times8^2=16$ であるから，変化の割合は，

$\frac{16-4}{8-4}=\frac{12}{4}=3$ である。

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

［定義］変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→ 変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→ 変化の割合は区間により変化するため，［定義］を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問２　直線②の式を $y=ax+b$ とおいて A(−4, 4), B(8, 16) をそれぞれ代入すると $\begin{cases}4=-4a+b\\16=8a+b\end{cases}$ を得る。

この連立方程式を解くと $a=1$，$b=8$ となるので直線②の式は $y=x+8$ である。

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する →　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問３　(1) 点 P，点 Q の x 座標は等しく，点 P は原点 O から点 A まで動く点だから，$-4 \leqq t \leqq 0$ である。点 Q の y 座標は $x=t$ を直線②の式に代入すると $t+8$ となり，点 Q，点 S の y 座標は等しいから点 S の y 座標は $t+8$ である。

(2) 四角形 PQSR が正方形となるときは隣り合う辺の長さが等しくなるので QS＝SR である。線分 QS の長さは $t<0$ だから QS$=-t$　　線分 SR の長さは点 S の y 座標と点 R の y 座標の差である。(1)より点 S の y 座標は $t+8$，点 R の y 座標は点 P の y 座標と等しく，放物線①の式に $x=t$ を代入すると $\frac{1}{4}t^2$ であるから SR$=t+8-\frac{1}{4}t^2$　QS＝SR より，$-t=t+8-\frac{1}{4}t^2$ となる。この式を整理すると

$t^2-8t-32=0$

$t=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times(-32)}}{2\times1}=\frac{8\pm\sqrt{64+128}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{192}}{2}=4\pm4\sqrt{3}$

$t=4+4\sqrt{3}$ は正なので，不適である。また，$-7=-\sqrt{49}$，$-4\sqrt{3}=-\sqrt{48}$，$-6=-\sqrt{36}$ より，$4-7<4-4\sqrt{3}<4-6$　　$-3<4-4\sqrt{3}<-2$ だから，$t=4-4\sqrt{3}$ は $-4 \leqq t \leqq 0$ を満たす。

よって，$t=4-4\sqrt{3}$

数-24-公-愛媛-KS-05

5　【平面図形】

問１　(2) △CAE≡△CDB なので対応する角は等しいから∠CAE＝∠CDB，すなわち∠CAE＝∠CDE であり，2 点 A，D は直線 CE について同じ側にある。円周角の定理の逆から 4 点 A，C，D，E は同一円周上にある。よって，**ウ**が正しい。

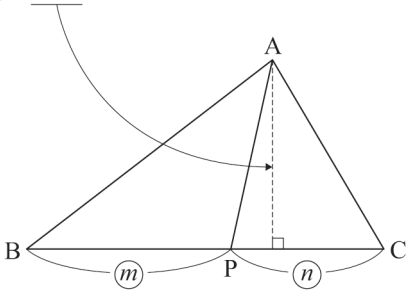
問２　△CAD と△BCE はともに正三角形であるから相似である。AC：CB＝5：3 なので，△CAD と△BCE の面積の比は，$5^2:3^2=25:9$ である。また，AC：CB＝CD：CE＝5：3 なので CE：ED＝3：2 となる。△BCE と△BED は高さが等しいので面積の比は底辺の比と等しいから，△BCE と△BED の面積の比は，$3^2:2^2=9:6$ である。よって，

△CAD：△BCE：△BED＝25：9：6 となるので四角形 ADBC の面積と△BED の面積の比は，(25＋9＋6)：6＝40：6＝20：3 となる。

すなわち，(四角形 ADBC の面積)＝(△BED の面積)$\times\frac{20}{3}$ となるので $\frac{20}{3}$ 倍である。

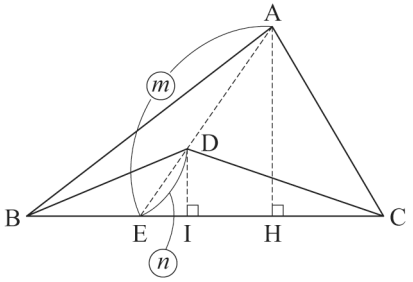
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

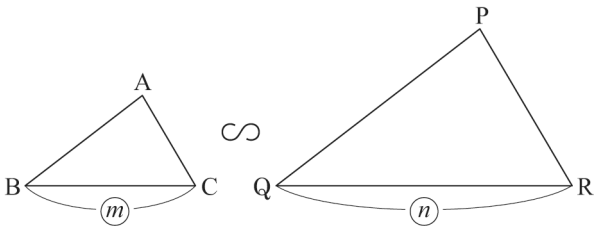
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2