H28　福岡県　公立　数学　問題

※「一般問題と追加問題を掲載」

～　一般問題　～

数-16-公-福岡-問-01

1　次の**問１**～**問８**は最も簡単な数または式で，**問９**は指示にしたがって答えよ。
ただし，根号を使う場合は$\sqrt{}$の中を最も小さい整数にすること。

問１　$9+(-2)\times 7$を計算せよ。

問２　$5(3a+2)-3(4a+6)$を計算せよ。

問３　$a=-2$，$b=3$のとき，$-2a^2+7b$の値を求めよ。

問４　$\sqrt{28}+\dfrac{21}{\sqrt{7}}$を計算せよ。

問５　１次方程式$3x-24=2(4x+3)$を解け。

問６　２次方程式$x(x+6)=5(2x+1)$を解け。

問７　yはxに反比例し，$x=2$のとき$y=-14$である。
$x=-7$のときのyの値を求めよ。

問８　袋の中に，赤玉３個と白玉２個と青玉１個が入っている。この袋の中から同時に２個の玉を取り出すとき，取り出した２個のうち１個が青玉である確率を求めよ。
ただし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

問９　右の表は，S 中学校の 3 年 A 組と 3 年 B 組の全生徒を対象に，1 日あたりの家庭学習時間を調査し，その結果を度数分布表に整理したものである。

この度数分布表について，正しいことを述べているものを下の**ア**～**エ**からすべて選び，記号で答えよ。

階級（時間）	度数（人）	
	3年A組	3年B組
以上　未満 0 ～ 1	2	1
1 ～ 2	4	8
2 ～ 3	11	11
3 ～ 4	13	14
4 ～ 5	5	3
計	35	37

ア　3 年 A 組において，1 日あたりの家庭学習時間が 3 時間以上の生徒の人数は 13 人である。

イ　「2 時間以上 3 時間未満」の階級について，3 年 A 組と 3 年 B 組の相対度数は等しい。

ウ　3 年 A 組と 3 年 B 組の最頻値は等しい。

エ　3 年 A 組の中央値は，「3 時間以上 4 時間未満」の階級にふくまれる。

数-16-公-福岡-問-02

2　次の問題を方程式をつくって解け。解答は，解く手順にしたがってかき，答の □ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

M 町には，A，B，C の 3 つの中学校があり，A 中学校の生徒の人数は B 中学校の生徒の人数より 20 人多く，C 中学校の生徒の人数は 200 人である。

この 3 つの中学校の生徒全員を対象に，将来の M 町に望むことについてアンケート調査を行ったところ，A 中学校の生徒の 70%と B 中学校の生徒の 62%と C 中学校の生徒 123 人が「自然豊かなまちになってほしい」と回答した。その結果，3 つの中学校全体の生徒の 65%が「自然豊かなまちになってほしい」と回答したことがわかった。

A 中学校の生徒のうち，「自然豊かなまちになってほしい」と回答した生徒の人数を求めよ。

数-16-公-福岡-問-03

3 0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち, 分母が 3 で分子が自然数である数の和について調べ，**表**にした。



$n=0$ のときは,
$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{3}$ の2つの分数があるね。

調べたこと

$n=0$ のとき

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$n=1$ のとき

$$\frac{4}{3}+\frac{5}{3}=\frac{9}{3}=3$$

$n=2$ のとき

$$\frac{7}{3}+\frac{8}{3}=\frac{15}{3}=5$$

$n=3$ のとき

$$\frac{10}{3}+\frac{11}{3}=\frac{21}{3}=7$$

表

n の値	0	1	2	3
和	1	3	5	7

調べたことと**表**から，0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 3 で分子が自然数である数の和は奇数になると考え，次のように予想した。

予想

0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 3 で分子が自然数である数の和は，$2n+1$ になる。

予想がいつでも成り立つことを**証明**①のように証明した。

証明①

0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 3 で分子が自然数である数は，n を用いて

$\frac{3n+1}{3}$, $\frac{3n+2}{3}$ と表される。

これらの和は,

$$\frac{3n+1}{3}+\frac{3n+2}{3}$$

$$=\frac{6n+3}{3}$$

$$=2n+1$$

したがって, 0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 3 で分子が自然数である数の和は，$2n+1$ である。

前ページを参考にして，0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数の和について考える。



分母が5のとき，
整数nより大きく$n+1$より小さい分数は
いくつあるのかな。

次の**問１**は最も簡単な数で，**問２**は指示にしたがって答えよ。

問１　$n=1$ のとき，n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数をすべて求めよ。

問２　0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数の和は，$4n+2$ であることの**証明②**を完成せよ。

証明②

0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数は，n を用いて

したがって，0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数の和は，$4n+2$ である。

4 東西に一直線にのびた道路上のP地点にバスが停車している。バスはこの道路を東に向かって進むものとし，バスがP地点を出発してから x 秒後までに進む道のりを y mとする。

y を x の式で表すと，

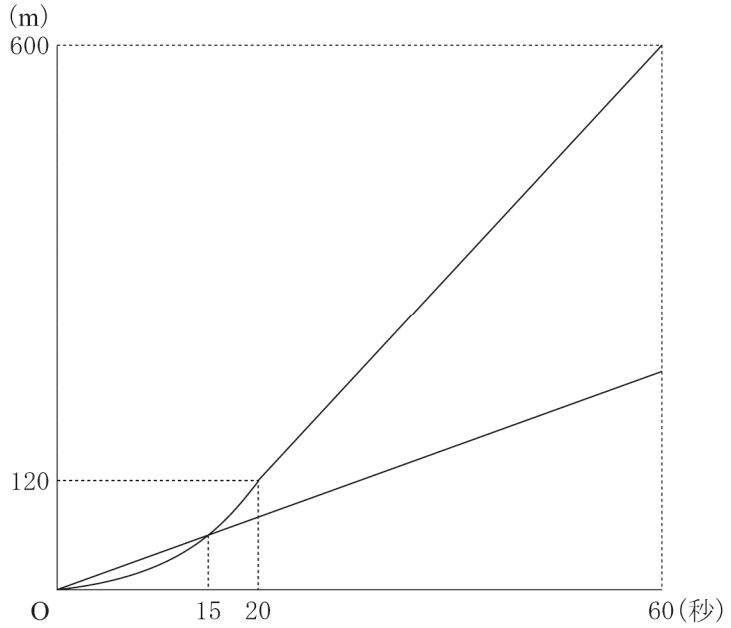
x の変域が $0 \leqq x \leqq 20$ のとき，$y=\dfrac{3}{10}x^2$ であり，

x の変域が $20 \leqq x \leqq 60$ のとき，$y=ax+b$ (a，b は定数) である。ただし，$x=60$ のとき $y=600$ である。

Aさんはバスが進む道路と同じ道路を東に向かって，一定の速さで自転車に乗って進んでいる。バスがP地点を出発すると同時にAさんはP地点を通過し，バスがP地点を出発してから15秒後にAさんはバスに追いつかれた。

下の図は，バスがP地点を出発してから60秒後までの時間とバスが進む道のりの関係をグラフに表したものに，Aさんの進むようすをかき入れたものである。

次の**問1**～**問3**に最も簡単な数で答えよ。



問1 バスがP地点を出発してから20秒後までの，バスの平均の速さは秒速何mか求めよ。

問2 バスがP地点を出発してから20秒後に，バスとAさんは何m離れているか求めよ。

問3 P地点から東に向かって600m進んだところにQ地点がある。Bさんはバスが進む道路と同じ道路を西に向かって，秒速3mの一定の速さで走っている。Bさんはバスが P地点を出発する10秒前にQ地点を通過し，P地点まで走る途中でこのバスとすれちがった。

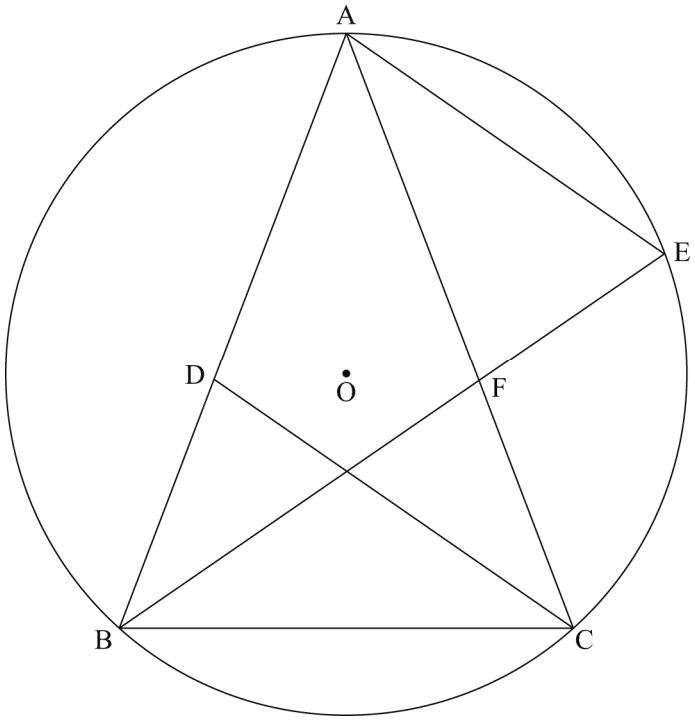
Bさんがバスとすれちがったのは，バスがP地点を出発してから何秒後か求めよ。

5 半径 3 cm の円 O がある。

下の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C を，BC＝4 cm，AB＝AC，∠BAC＜90° となるようにとり，△ABC をつくる。∠ACB の二等分線をひき，辺 AB との交点を D とする。円 O の周上に点 E を DC // AE となるようにとり，点 A と点 E，点 B と点 E をそれぞれ結ぶ。線分 BE と辺 AC との交点を F とする。

次の**問１**は最も簡単な数で，**問２**は指示にしたがって答えよ。

ただし，根号を使う場合は$\sqrt{}$の中を最も小さい整数にすること。



問１　図において，△ABC の面積を求めよ。

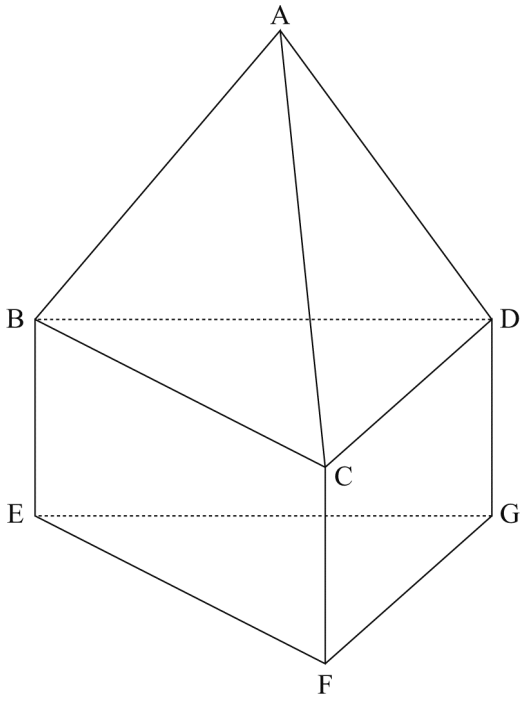
問２　図において，「△BCD∽△EAF である」ことを証明せよ。

数-16-公-福岡-問-06

6 下の図は，正四面体と三角柱を合わせた形で，点 A，B，C，D，E，F，G を頂点とする立体を表している。正四面体 ABCD の 1 辺の長さは 4 cm であり，三角柱 BCDEFG の側面はすべて合同な長方形である。

次の**問１～問３**に最も簡単な数で答えよ。

ただし，根号を使う場合は$\sqrt{\ }$の中を最も小さい整数にすること。



問１　図に示す立体において，辺 CD とねじれの位置にある辺は，全部で何本あるか答えよ。

問２　図に示す立体において，辺 BC 上に点 H，辺 AC 上に点 I を，EH＋HI＋ID の長さが最も短くなるようにとる。

BE＝$\sqrt{3}$ cm のとき，EH＋HI＋ID の長さを求めよ。

問３　図に示す立体において，辺 CD，DB の中点をそれぞれ J，K とする。点 A と点 K を結び，点 J を通り線分 AK に垂直な直線と線分 AK との交点を L とする。

三角すい LBJD の体積は，正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

～　追加問題　～

数-16-公-福岡-問-追加 A01

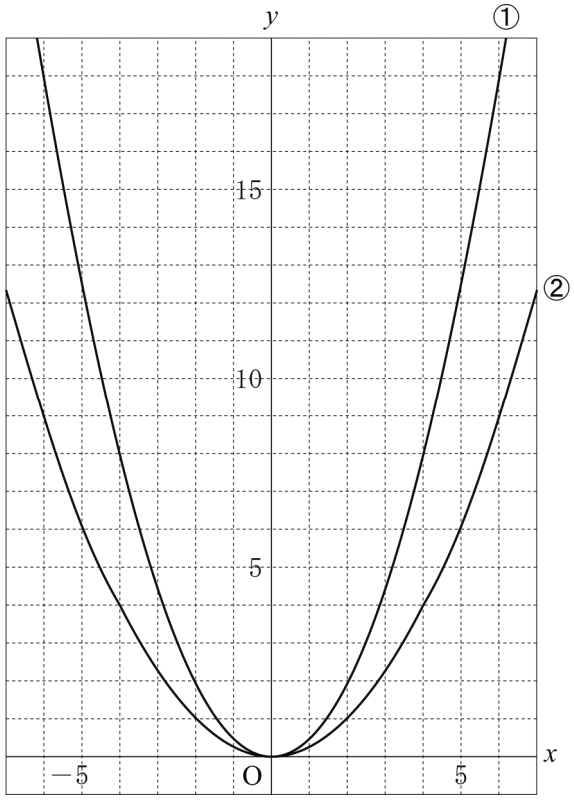
1 **【追加問題】**　下の図で，放物線①，放物線②の式は，それぞれ $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$ である。

1 から 6 までの目が出るさいころを 3 回投げる。

1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b，3 回目に出た目の数を c とし，放物線①上に x 座標が a である点 A と x 座標が $-b$ である点 B をとり，放物線②上に x 座標が c である点 C をとる。

次の**問１**，**問２**は最も簡単な数で，**問３**は指示にしたがって答えよ。

ただし，根号を使う場合は $\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。



問１　3 点 A，B，C の x 座標と y 座標が，すべて整数になる確率を求めよ。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問２　さいころを投げて，1 回目に 2 の目，2 回目に 6 の目，3 回目に 6 の目が出た場合，四角形 OACB の面積を求めよ。

ただし，座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。

問３　さいころを投げて，3 回とも 4 の目が出た。放物線②上の$-4 \leqq x \leqq 4$ に対応する部分に点 P をとり，△ABP の面積が△ACP の面積の 2 倍になるようにする。

点 P の x 座標を t とし，方程式をつくって点 P の x 座標を求めよ。

解答は，解く手順にしたがってかき，答の □ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

数-16-公-福岡-問-追加 A02

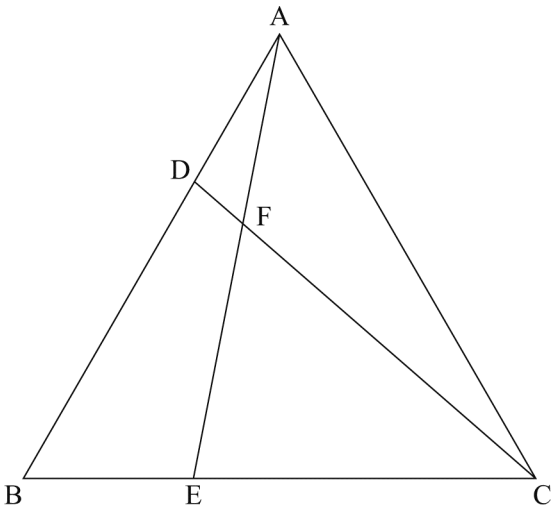
2　**【追加問題】**　1 辺が 8 cm の正三角形 ABC がある。

図１は，辺 AB 上に点 A，B と異なる点 D をとり，辺 BC 上に AD＝BE となるように点 E をとり，点 A と点 E，点 C と点 D をそれぞれ結び，その交点を F としたものである。

次の**問１**は指示にしたがって，**問２**，**問３**は最も簡単な数で答えよ。

ただし，根号を使う場合は$\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。

図１



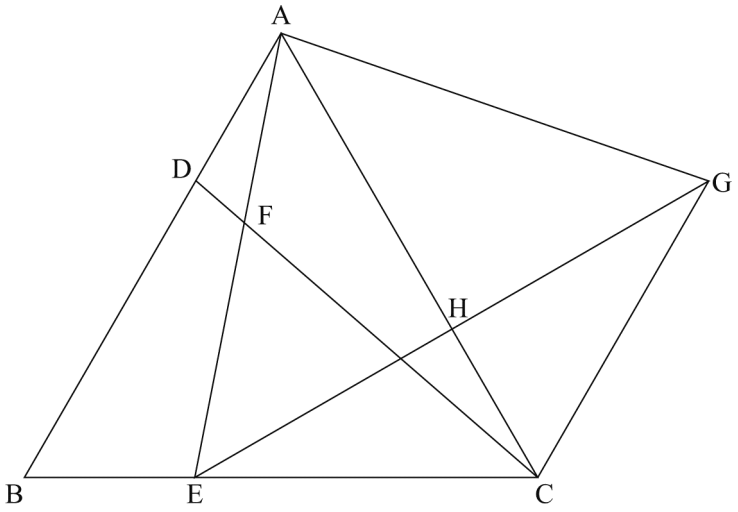
問１　**図１**において，「△ABE∽△AFD である」ことを証明せよ。

問２　**図１**において，AD：DB＝1：2 のとき，△FEC の面積は，四角形 DBEF の面積の何倍か求めよ。

問３　**図２**は，**図１**において，辺 AC を対称の軸として，点 E と対称な点 G をとり，点 G と点 A，E，C をそれぞれ結び，線分 EG と辺 AC との交点を H としたものである。

AD＝3 cm のとき，△DHG の面積を求めよ。

図２



H28　福岡県　公立　数学　解答用紙

～　一般問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福岡-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６	$x=$　　，$x=$		
		問７	$y=$		
		問８			
		問９			
数-16-公-福岡-KY-02	2		〔解答〕 答　A 中学校の生徒のうち，「自然豊かなまちになってほしい」と回答した生徒の人数は，［　　人］である。		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福岡−KY−03	3	問１			
		問２	〔証明〕 0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数は，n を用いて ［　　］ したがって，0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数の和は，$4n+2$ である。		
数−16−公−福岡−KY−04	4	問１	秒速　　m		
		問２	m		
		問３	秒後		
数−16−公−福岡−KY−05	5	問１	cm^2		
		問２	〔証明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福岡-XY-06	6	問１	本		
		問２	cm		
		問３	倍		

～　追加問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福岡-XY-追加 A01	1 追加問題	問１			
		問２	cm^2		
		問３	〔解答〕 答　求める点 P の x 座標は，［　　］である。		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福岡−KY−追加 A02	2 追加問題	問１	〔証明〕		
		問２	倍		
		問３	cm^2		

H28　福岡県　公立　数学　解答

～　一般問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福岡−大−01	1	問１	-5	2	
		問２	$3a-8$	2	
		問３	13	2	
		問４	$5\sqrt{7}$	2	
		問５	$x=-6$	2	
		問６	$x=-1$，$x=5$	3	順不同両解
		問７	$y=4$	3	
		問８	$\frac{1}{3}$	3	
		問９	**ウ，エ**	3	順不同全解
数−16−公−福岡−大−02	2		〔解答〕 (例) A 中学校の生徒の人数を x 人，B 中学校の生徒の人数を y 人とすると， $\begin{cases} x=y+20 \\ 0.7x+0.62y+123=0.65\ (x+y+200) \end{cases}$ これを解いて，$x=320$，$y=300$ A 中学校の生徒のうち，「自然豊かなまちになってほしい」と回答した生徒の人数は $320\times0.7=224$ これは問題にあう。 答　A 中学校の生徒のうち，「自然豊かなまちになってほしい」と回答した生徒の人数は，224　人 である。	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福岡−K−03	3	問１	$\frac{6}{5}$，$\frac{7}{5}$，$\frac{8}{5}$，$\frac{9}{5}$	2	順不同全解
		問２	〔証明〕 0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数は，n を用いて (例) $\frac{5n+1}{5}$，$\frac{5n+2}{5}$，$\frac{5n+3}{5}$，$\frac{5n+4}{5}$ と表される。 これらの和は， $\frac{5n+1}{5}+\frac{5n+2}{5}+\frac{5n+3}{5}+\frac{5n+4}{5}$ $=\frac{20n+10}{5}$ $=4n+2$ したがって，0 以上の整数 n より大きく $n+1$ より小さい分数のうち，分母が 5 で分子が自然数である数の和は，$4n+2$ である。	4	
数−16−公−福岡−K−04	4	問１	秒速　6　m	2	
		問２	30　m	3	
		問３	46　秒後	3	
数−16−公−福岡−K−05	5	問１	$6+2\sqrt{5}$　cm^2	3	
		問２	〔証明〕 (例) △BCD と△EAF において △ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから ∠CBD＝∠ACB　・・・① $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角は等しいから ∠ACB＝∠AEF　・・・② ①，②より　∠CBD＝∠AEF　・・・③ CD は∠ACB の二等分線だから ∠BCD＝∠ACD　・・・④ 平行線の錯角は等しいから，DC // AE より ∠ACD＝∠EAF　・・・⑤ ④，⑤より　∠BCD＝∠EAF　・・・⑥ ③，⑥より　2 組の角がそれぞれ等しいので △BCD∽△EAF	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－16－公－福岡－大－06	6	問１	4　本	2	
		問２	$3\sqrt{7}$　cm	3	
		問３	$\frac{1}{12}$　倍	4	

～　追加問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福岡-大-追加 A01		問１	$\frac{1}{8}$	3	
		問２	84　cm^2	3	
	1 追加問題	問３	〔解答〕 (例) 点 A (4，8)，点 B (−4，8)，点 C (4，4)である。 点 P の座標は，$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$　(ただし，$-4 \leqq t \leqq 4$) と表せる。 △ABP の底辺を AB とすると高さは $8-\frac{1}{4}t^2$ なので $\triangle ABP=\frac{1}{2}\times 8\times\left(8-\frac{1}{4}t^2\right)$ △ACP の底辺を AC とすると高さは $4-t$ なので $\triangle ACP=\frac{1}{2}\times 4\times(4-t)$ △ABP の面積が△ACP の面積の 2 倍と等しいので $\frac{1}{2}\times 8\times\left(8-\frac{1}{4}t^2\right)=2\times\frac{1}{2}\times 4\times(4-t)$ これを解くと，$t=2\pm 2\sqrt{5}$ $2<\sqrt{5}<3$ より $t=2+2\sqrt{5}$ は問題にあわない。 $t=2-2\sqrt{5}$ は問題にあう。 答　求める点 P の x 座標は，$\boxed{2-2\sqrt{5}}$ である。	7	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福岡-大-追加 A02	2 追加問題	問１	〔証明〕 (例) △ABE と△AFD において 共通な角だから ∠BAE＝∠FAD　・・・① △ABE と△CAD において △ABC は正三角形だから AB＝CA　・・・② ∠ABE＝∠CAD＝60°　・・・③ また，仮定より BE＝AD　・・・④ ②，③，④より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ABE≡△CAD よって ∠AEB＝∠ADF　・・・⑤ ①，⑤より 2 組の角がそれぞれ等しいので △ABE∽△AFD	7	
		問２	$\frac{4}{3}$　倍	5	
		問３	$5\sqrt{3}$　cm^2	5	

～　一般問題　～

数-16-公-福岡-KS-01

1　**問１**　$9+(-2)\times 7=9-14=-5$

問２　$5(3a+2)-3(4a+6)=15a+10-12a-18=3a-8$

問３　$a=-2$，$b=3$ を代入して，$-2\times(-2)^2+7\times 3=-8+21=13$

問４　$\sqrt{28}+\dfrac{21}{\sqrt{7}}=2\sqrt{7}+\dfrac{21\sqrt{7}}{7}=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

問５　$3x-24=2(4x+3)$　$3x-24=8x+6$　$-5x=30$　$x=-6$

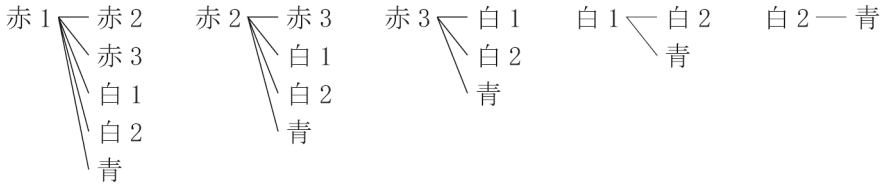
問６　$x(x+6)=5(2x+1)$　$x^2+6x=10x+5$　$x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$　よって，$x=-1$，$x=5$

問７　$y=\dfrac{a}{x}$ とおき，$x=2$，$y=-14$ を代入して，$-14=\dfrac{a}{2}$ より $a=-28$

$y=-\dfrac{28}{x}$ に $x=-7$ を代入して，$y=4$

問８　赤玉３個と白玉２個にそれぞれ番号をつけると，２個の取り出し方は



の 15 通りある。そのうち１個が青玉であるのは５通りあるから，求める確率は $\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$ である。

問９　**ア**　13＋5＝18(人)である。

イ　階級の度数はともに 11 人だが，度数の合計が違うので，相対度数は等しくない。

ウ　最頻値はともに 3.5 時間である。

エ　時間の少ないほうから 18 番目の人の入る階級である。

数-16-公-福岡-KS-02

2　A 中学校の生徒の人数を x 人，B 中学校の生徒の人数を y 人として連立方程式をつくって解く。

(別解)　A 中学校の生徒の人数を x 人とすると，B 中学校の生徒の人数は　$(x-20)$ 人とおける。

$0.7x+0.62(x-20)+123=0.65(2x+180)$

両辺を 100 倍して，$70x+62x-1240+12300=130x+11700$　$2x=640$　$x=320$ (人)

よって，求める生徒の人数は，$320\times 0.7=224$ (人)

数-16-公-福岡-KS-03

3　**問１**　１より大きく２より小さい分数で，分母が５，分子が自然数である数は，$\dfrac{6}{5}$，$\dfrac{7}{5}$，$\dfrac{8}{5}$，$\dfrac{9}{5}$ の４つである。

問２　n より大きく $n+1$ より小さい分数で，分母が５である分数の分子(自然数)は，$5n+1$，$5n+2$，$5n+3$，$5n+4$ である。

数-16-公-福岡-KS-04

4　**問１**　20 秒間で 120 m 進んでいるから，平均の速さは $120\div 20=6$ より，秒速 6 m である。

問２　グラフより，15 秒後にバスは A さんに追いついているから，$y=\dfrac{3}{10}\times 15^2=\dfrac{135}{2}$(m)

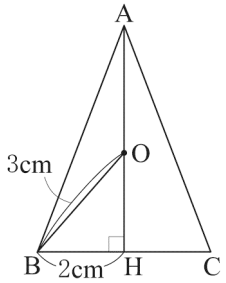
よって，A さんは $\dfrac{135}{2}\div 15=\dfrac{9}{2}$ より，秒速 $\dfrac{9}{2}$ m で進んでいる。20 秒後は，$\dfrac{9}{2}\times 20=90$ (m)

だから，$120-90=30$ (m) 離れている。

問３　求める x は $20 \leqq x \leqq 60$ であるから，バスの進み方は $y=ax+b$ である。$120=20a+b$…①
$600=60a+b$…②　②－①より，$480=40a$，$a=12$　①に代入して，$b=-120$
よって，バスの進み方は，$y=12x-120$ となる。求める時間を x 秒後とすると，
$12x-120+3(x+10)=600$　$15x=690$　$x=46$ (秒)

数-16-公-福岡-KS-05

5　**問１**　AB＝AC であるから，点 A から辺 BC に垂線 AH を引くと，
点 O を通り，△OBH に三平方の定理を用いて，
$OH=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ (cm)
よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times(3+\sqrt{5})=6+2\sqrt{5}$ (cm^2)

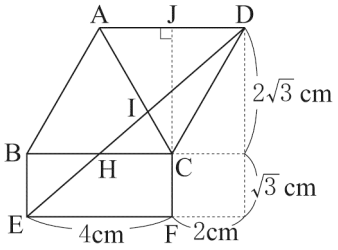


問２　DC // AE から錯角は等しいこと，円周角の定理を用いて，三角形の相似条件「2 組の角がそれぞれ等しい」ことを導く。

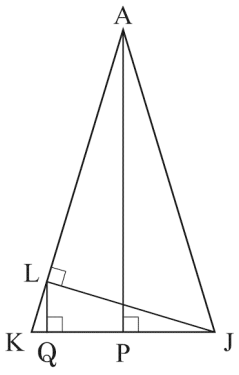
数-16-公-福岡-KS-06

6　**問１**　辺 AB，BE，EF，EG の 4 本ある。

問２　立体を展開したときの△ABC，△ACD，
長方形 BEFC の部分は右の図のようになる。
EH＋HI＋ID の長さが最も短くなるのは，
右の図で線分 ED と BC，AC の交点を
それぞれ H，I としたときである。
三平方の定理より CJ＝$\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ (cm)
よって，EH＋HI＋ID＝$\sqrt{(4+2)^2+(2\sqrt{3}+\sqrt{3})^2}$
＝$\sqrt{36+27}=3\sqrt{7}$ (cm)



問３　中点連結定理より，$KJ=\frac{1}{2}BC=2$ (cm)
また，AK＝AJ＝$2\sqrt{3}$ cm である。
△AKJ を考え，点 A，L から辺 KJ に垂線 AP，LQ を引く。三平方の定理より
$AP^2=(2\sqrt{3})^2-1^2=11$，AP＝$\sqrt{11}$ cm
$\triangle AKJ=\frac{1}{2}\times KJ\times AP=\frac{1}{2}\times AK\times JL$ より，
$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{11}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times JL$　$JL=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{33}}{3}$ (cm)
$\triangle JKL=\frac{1}{2}\times KJ\times LQ=\frac{1}{2}\times LK\times JL$ より，
$\frac{1}{2}\times 2\times LQ=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{33}}{3}$　$LQ=\frac{\sqrt{11}}{6}$
三角すい LBJD と正四面体 ABCD の底面積の比は△BJD：△BCD＝1：2 で，高さの比は
LQ：AP＝$\frac{\sqrt{11}}{6}$：$\sqrt{11}$＝1：6 より，三角すい LBJD の体積は，正四面体 ABCD の体積の
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ (倍)



～　追加問題　～

数-16-公-福岡-KS-追加 A01

1 **【追加問題】**　**問１**　３回のさいころの目の出方は全部で $6^3=216$(通り)

点 $\mathrm{A}\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，$\mathrm{B}\left(-b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$，$\mathrm{C}\left(c,\ \frac{1}{4}c^2\right)$ の x 座標と y 座標が整数となるのは，$a=2$，4，6 の３通り，$b=2$，4，6 の３通り，$c=2$，4，6 の３通りだから，$3^3=27$ (通り)

よって，求める確率は $\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$

(別解)　点 $\mathrm{A}\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ の x 座標と y 座標が整数となるのは，$a=2$，4，6 の３通りだから，その確率は $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ である。同じように，$\mathrm{B}\left(-b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$，$\mathrm{C}\left(c,\ \frac{1}{4}c^2\right)$ の場合も $\frac{1}{2}$ である。

よって，求める確率は $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

問２　A(2，2)，B(−6，18)，C(6，9)

右の図で，台形 BEFC の面積は

$\frac{1}{2}\times(9+18)\times(6+6)=162$ (cm^2)

$\triangle\mathrm{BEO}=\frac{1}{2}\times6\times18=54$ (cm^2)

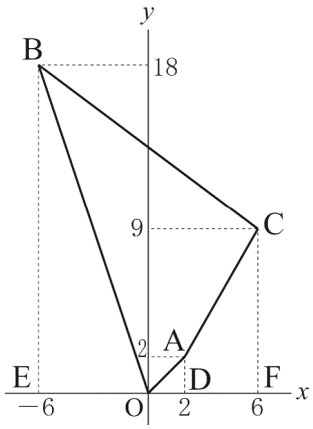
$\triangle\mathrm{AOD}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$ (cm^2)

台形 ADFC の面積は

$\frac{1}{2}\times(2+9)\times(6-2)=22$ (cm^2)

よって，四角形 OACB の面積は

$162-(54+2+22)=84$ (cm^2)



問３　△ABP は底辺を AB，△ACP は底辺を AC としてそれぞれ高さを考えて，面積を t で表す。t を求めたら，$-4\leqq t\leqq4$ にあてはまるかどうかの吟味を忘れないようにする。

数-16-公-福岡-KS-追加 A02

2 **【追加問題】**　**問１**　正三角形の性質より，△ABE≡△CAD を導いて，∠AEB＝∠ADF を示す。

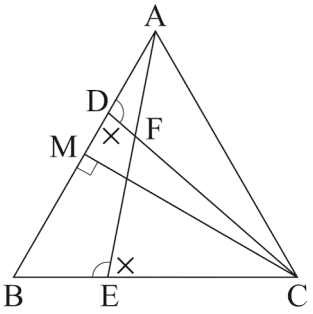
問２　△CDB と△CEF において，∠DCB＝∠ECF (共通)

問１で∠ADF＝∠AEB だから，∠CDB＝∠CEF

2 組の角がそれぞれ等しいから，△CDB∽△CEF

相似比は CD：CE であるから，CD，CE を求める。

右の図で，AB＝8 cm，AD：DB＝1：2 より，



$AD=8\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{3}$ (cm)

AD＝BE より，$CE=8-\dfrac{8}{3}=\dfrac{16}{3}$ (cm)

△ACM で，AC＝8 cm，AM＝4 cm，三平方の定理より，$CM=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

また，$DM=4-\dfrac{8}{3}=\dfrac{4}{3}$ (cm)

△CDM で，三平方の定理より

$CD^2=(4\sqrt{3})^2+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=48+\dfrac{16}{9}+\dfrac{448}{9}$，$CD=\dfrac{8\sqrt{7}}{3}$ cm

よって，CD：$CE=\dfrac{8\sqrt{7}}{3}:\dfrac{16}{3}=\sqrt{7}:2$ となるから，△CDB と△CEF の面積の比は，

$(\sqrt{7})^2:2^2=7:4$

△CEF と四角形 DBEF の面積の比は，4：(7－4)＝4：3 より，△CEF の面積は四角形 DBEF の面積の $\dfrac{4}{3}$ 倍となる。

問３　BE＝AD＝3 cm より，DB＝5 cm

CG＝CE＝5 cm

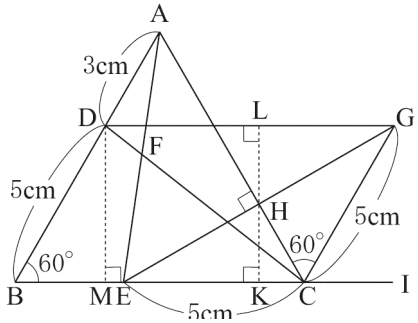
∠ACE＝∠ACG＝60° より∠GCI＝60°

同位角が等しいから，DB // GC

よって，四角形 DBCG は平行四辺形である。

よって，DG＝8 cm

右の図で，△DBM，△ECH，△HCK はそれぞれ 30°，60°，90° の直角三角形だから，



$LK=DM=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ cm，$CH=\dfrac{5}{2}$ cm，$HK=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$ (cm)

よって，$LH=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}-\dfrac{5\sqrt{3}}{4}=\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$ (cm)

$\triangle DHG=\dfrac{1}{2}\times DG\times LH=\dfrac{1}{2}\times 8\times\dfrac{5\sqrt{3}}{4}=5\sqrt{3}$ (cm^2)