Ｒ４　福岡県　公立　数学　問題

数-22-公-福岡-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$6+3\times(-5)$ を計算せよ。

問２　$3(a-4b)-(2a+5b)$ を計算せよ。

問３　$(\sqrt{18}+\sqrt{14})\div\sqrt{2}$ を計算せよ。

問４　２次方程式 $(x-2)(x+2)=x+8$ を解け。

問５　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=9$ である。
$x=-3$ のときの y の値を求めよ。

問６　箱の中に $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の５枚のカードが入っている。この箱から，同時に２枚のカードを取り出すとき，取り出したカードに $\boxed{3}$ のカードがふくまれる確率を求めよ。
ただし，どのカードを取り出すことも同様に確からしいとする。

問７　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフをかけ。

問８　右の表は，M 中学校の１年生男子のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。
この表をもとに，記録が 20 m 未満の累積相対度数を四捨五入して小数第２位まで求めよ。

階級(m)	度数(人)
以上　5 ～ 未満　10	6
10 ～ 15	9
15 ～ 20	17
20 ～ 25	23
25 ～ 30	5
計	60

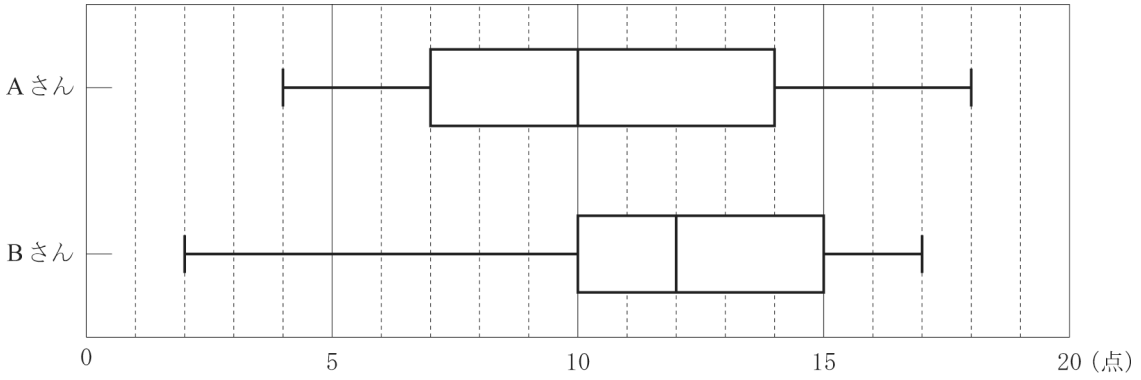
問９　ねじがたくさん入っている箱から，30 個のねじを取り出し，その全部に印をつけて箱に戻す。その後，この箱から 50 個のねじを無作為に抽出したところ，印のついたねじは 6 個であった。

この箱に入っているねじの個数は，およそ何個と推定できるか答えよ。

数-22-公-福岡-問-02

2　下の**図**は，バスケットボールの試合を 15 回行ったときの，A さんと B さんの 2 人が，それぞれ 1 試合ごとにあげた得点をデータとしてまとめ，箱ひげ図に表したものである。

図



次の**問１**，**問２**に答えよ。

問１　**図**から読みとれることとして，正しく述べているものを次の**ア**～**エ**から**全て**選び，記号をかけ。

ア　A さんのデータの第 1 四分位数は，4 点である。

イ　B さんのデータの最大値は，17 点である。

ウ　10 点以上のデータは，A さんより B さんの方が少ない。

エ　データの範囲は，A さんより B さんの方が大きい。

問２　光さんと希さんは，**図**の結果から，次の試合で A さんと B さんのどちらがより高い得点をあげるかを予想した。光さんは，データの最大値を用いて，「A さんである」と予想したのに対して，希さんは，データの中央値と四分位範囲を用いて，「B さんである」と予想した。

データの中央値と四分位範囲を用いて，「B さんである」と予想できる理由の**説明**を完成させよ。

説明の（　**P**　）～（　**S**　）には，あてはまる数をそれぞれかき，［　㋐　］には，A さんと B さんのデータの中央値と四分位範囲について，それぞれ数値の大小を比較した結果をかくこと。

説明

データの中央値は，A さんが（　**P**　）点，B さんが（　**Q**　）点，四分位範囲は，A さんが（　**R**　）点，B さんが（　**S**　）点であり，

［　㋐　］

から。

3 **図１**のように，半径が r m の半円 2 つと，縦の長さが $2r$ m，横の長さが a m の長方形を組み合わせた形の池がある。

また，**図２**のように，半径が a m の半円 2 つと，縦の長さが $2a$ m，横の長さが r m の長方形を組み合わせた形の池がある。

ただし，$a<r$ である。

図１

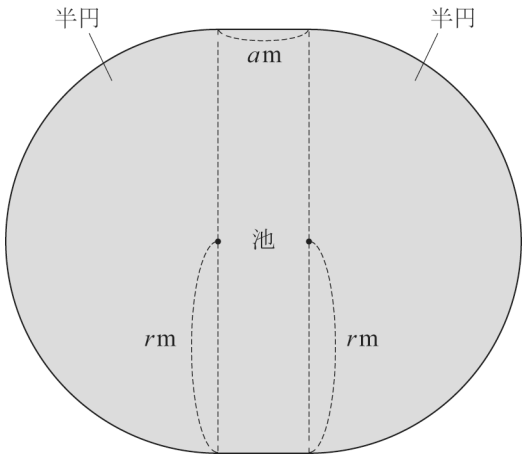
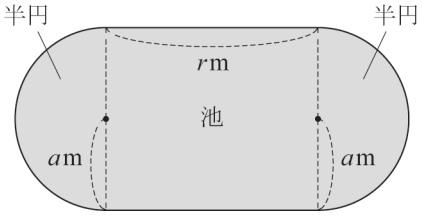


図２



次の**問１**，**問２**に答えよ。答えに円周率を使う場合は，π で表すこと。

問１　**図１**の池の面積を A m^2，**図２**の池の面積を B m^2 とするとき，$A-B$ を a，r を使って表した式が次の**ア**～**エ**に 1 つある。それを選び，記号をかけ。

ア　$\pi(r^2-2a^2)$　　**イ**　$\pi(r+a)^2$

ウ　$\pi(r^2-a^2)$　　**エ**　$\pi(r-a)^2$

問２　**図３**のように，**図１**の池の周囲に，幅２m の道がついている。このとき，道の面積を S m^2，道のまん中を通る線の長さをℓm とする。

図３

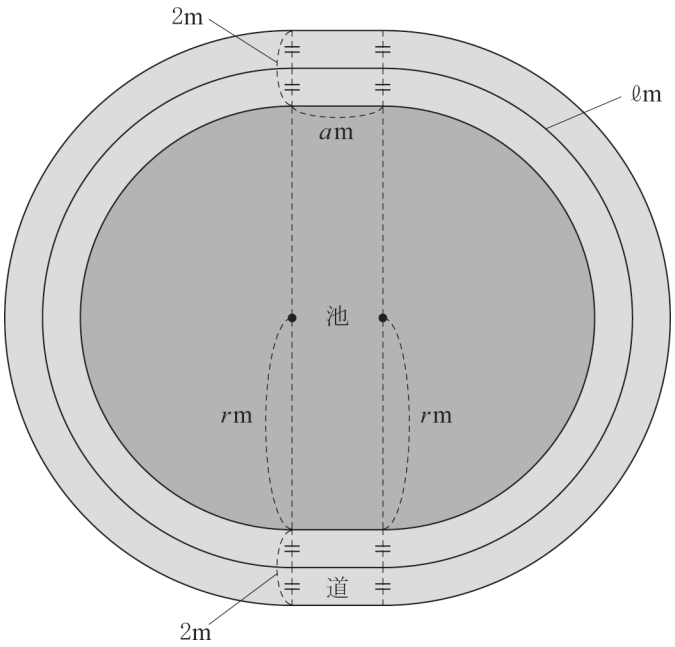


図３において，道の面積 S と，道のまん中を通る線の長さℓの関係を表した式は，次のように求めることができる。

道の面積 S を，a，r を使った式で表すと，

$S=$ [X] ・・・①

また，道のまん中を通る線の長さℓを，a，r を使った式で表すと，

$\ell=$ [Y] ・・・②

①，②より，S とℓの関係を表した式は，

[Z] である。

[X] , [Y] , [Z] にあてはまる式をそれぞれかけ。

4 室内の乾燥を防ぐため，水を水蒸気にして空気中に放出する電気器具として加湿器がある。

洋太さんの部屋には，「強」「中」「弱」の 3 段階の強さで使用できる加湿器 A がある。加湿器 A の水の消費量を加湿の強さごとに調べてみると，「強」「中」「弱」のどの強さで使用した場合も，水の消費量は使用した時間に比例し，1 時間あたりの水の消費量は**表**のようになることがわかった。

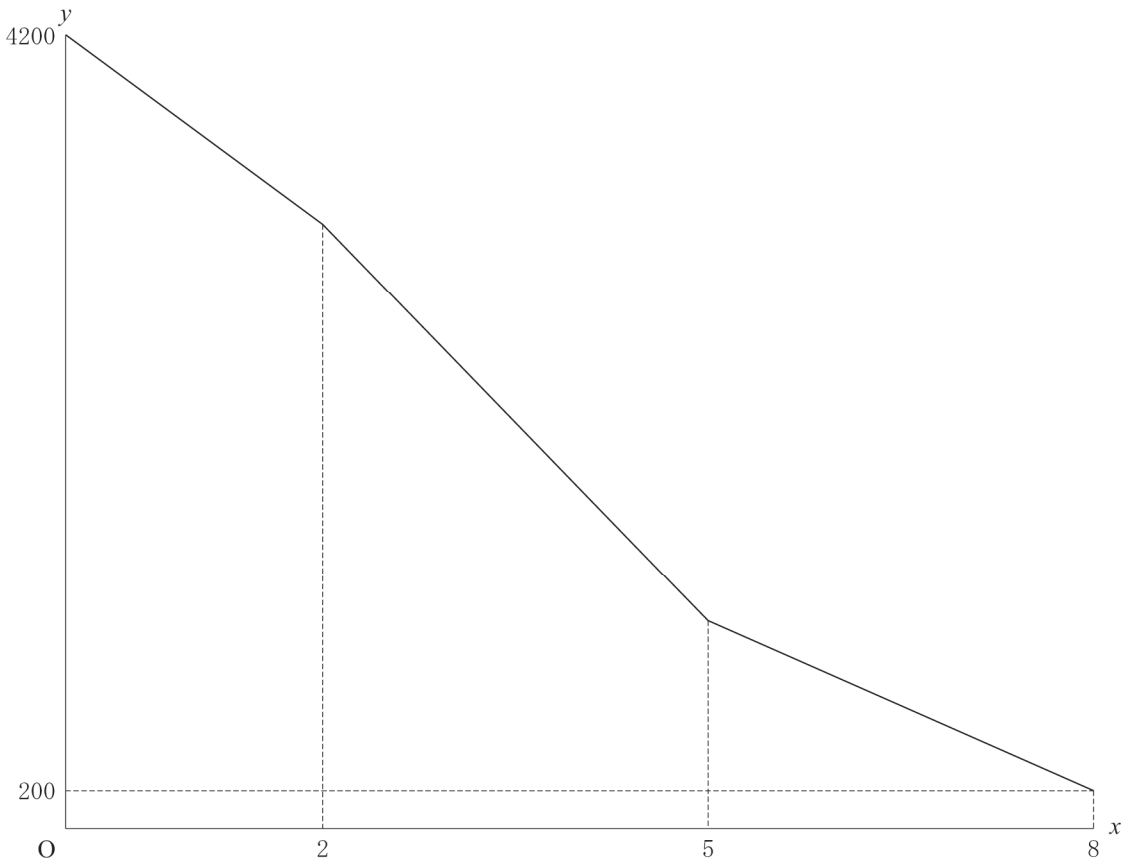
表

加湿の強さ	強	中	弱
1 時間あたりの水の消費量（mL）	700	500	300

洋太さんは 4200 mL の水が入った加湿器 A を，正午から「中」で午後 2 時まで使用し，午後 2 時から「強」で午後 5 時まで使用し，午後 5 時から「弱」で使用し，午後 8 時に加湿器 A の使用をやめた。午後 8 時に加湿器 A の使用をやめたとき，加湿器 A には水が 200 mL 残っていた。

図は，洋太さんが正午に加湿器 A の使用を始めてから x 時間後の加湿器 A の水の残りの量を y mL とするとき，正午から午後 8 時までの x と y の関係をグラフに表したものである。

図



次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　正午から午後 1 時 30 分までの間に，加湿器 A の水が何 mL 減ったか求めよ。

問２　仮に，加湿器 A を，午後 5 時以降も「強」で使用し続けたとするとき，正午に加湿器 A の使用を始めてから何時間後に加湿器 A の水の残りの量が 0 mL になるかを，次の**方法**で求めることができる。

方法

図において，x の変域が $2 \leqq x \leqq 5$ のとき，y を x の式で表すと， $y=$ ［　　］ $(2 \leqq x \leqq 5)$ である。$x \geqq 5$ のときも，x と y について同じ関係が成り立つとして，この式に $y=0$ を代入して x の値を求める。

このとき，**方法**の ［　　］ にあてはまる式をかけ。

問３　洋太さんの妹の部屋には加湿器 B がある。加湿器 B は，加湿の強さが一定で，使用した場合の水の消費量は，使用した時間に比例する。

洋太さんが正午に加湿器 A の使用を始めた後，洋太さんの妹は，午後 2 時に 4200 mL の水が入った加湿器 B の使用を始め，午後 7 時に加湿器 B の使用をやめた。午後 7 時に加湿器 B の使用をやめたとき，加湿器 B には水が 200 mL 残っていた。

午後 2 時から午後 7 時までの間で，加湿器 A と加湿器 B の水の残りの量が等しくなった時刻は，午後何時何分か求めよ。

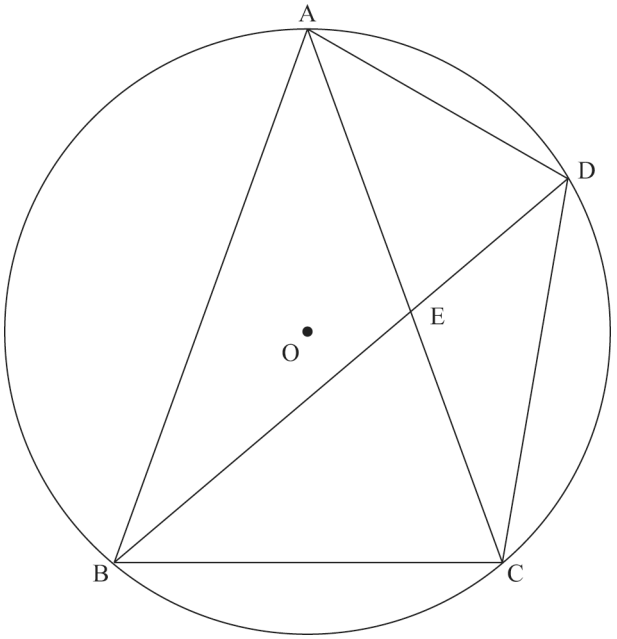
5 桜さんと明さんは，次の**問題**を解いている。

問題

図１のように，円 O の円周上に 3 点 A，B，C を，AB＝AC，∠BAC＜60°となるようにとり，△ABC をつくる。点 D を，点 B をふくまない$\overset{\frown}{AC}$上に$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$となるようにとり，点 D と点 A，点 D と点 C をそれぞれ線分で結ぶ。辺 AC と線分 BD の交点を E とする。

このとき，AE＝AD となることを証明しなさい。

図１



次の会話文は，桜さんと明さんが，**問題**の解き方について会話した内容の一部である。



桜さん

△ABC が AB＝AC の二等辺三角形であることを使って，AE＝AD となることを証明できないかな。

それなら，①△ABC∽(　　)を示すことで，AE＝AD となることを証明できそうだよ。



明さん



なるほどね。他にも AE＝AD となることを証明する方法があるのかな。

②△ABE≡△ACD を示すことで，AE＝AD となることを証明できるよ。



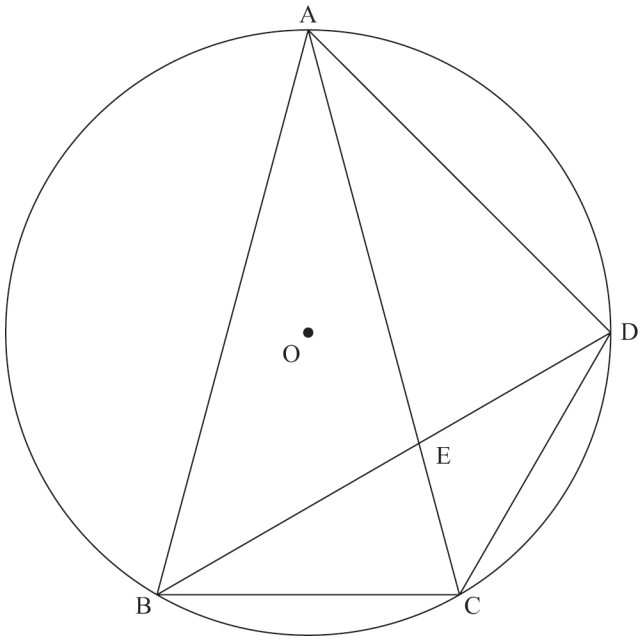
次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　下線部①の（　　）には，**図１**において，△ABC と相似な三角形があてはまる。（　　）にあてはまる三角形を１つかけ。

問２　**図１**において，下線部②であることを証明せよ。

問３　**図２**は，**図１**において，BE＝4 cm，∠BAE＝30° となる場合を表している。
このとき線分 AE の長さを求めよ。

図２



6 図１は，AB＝5 cm，BC＝10 cm，AE＝9 cm の直方体 ABCDEFGH を表している。点 I，J，K，L は，それぞれ辺 EF，BF，CG，GH 上にあり，FI＝GL＝2 cm，FJ＝GK＝4 cm である。

図２は，図１の直方体を 4 点 I，J，K，L を通る平面で分けたときにできる 2 つの立体のうち，頂点 A をふくむ立体を表しており，点 M は辺 IJ の中点である。

図１

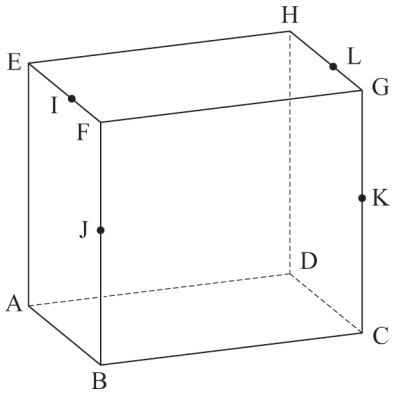
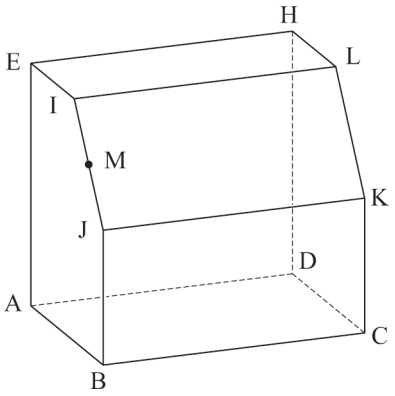


図２



次の問１～問３に答えよ。

問１　図２に示す立体において，辺や面の位置関係を正しく述べているものを次のア～エから全て選び，記号をかけ。

ア　辺 AB と辺 HL は平行である。

イ　面 ADHE と面 JKLI は平行である。

ウ　面 ABCD と辺 BJ は垂直である。

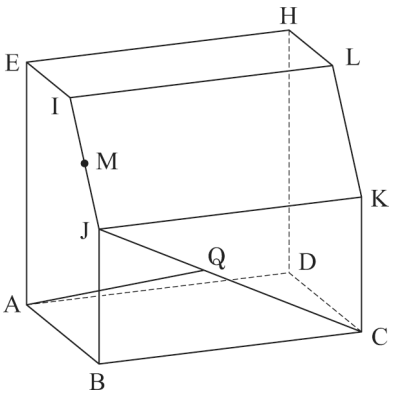
エ　辺 DH と辺 KL はねじれの位置にある。

問２　図２に示す立体において，辺 AE 上に点 P を，MP＋PD の長さが最も短くなるようにとる。このとき，三角すい AIPD の体積を求めよ。

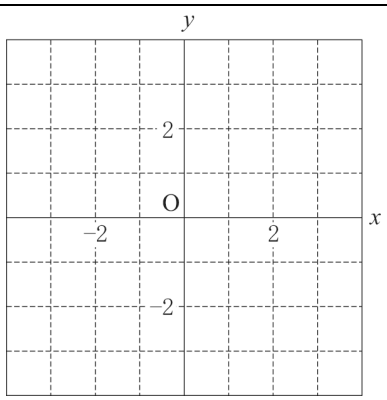
問３　図３は，図２に示す立体において，線分 JC 上に点 Q を，JQ：QC＝2：3 となるようにとり，点 A と点 Q を結んだものである。

このとき，△AQJ の面積を求めよ。

図３

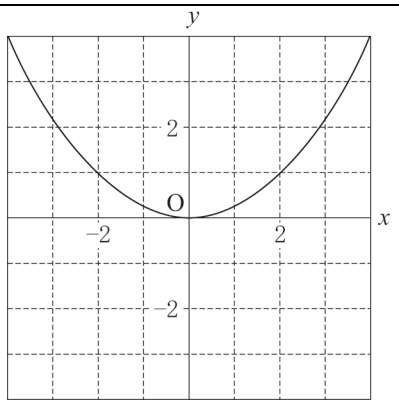


Ｒ４　福岡県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-福岡-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$x=$		
		問５	$y=$		
		問６			
		問７			
		問８			
		問９	およそ　　個		
数-22-公-福岡-KY-02	2	問１			
		問２	Ｐ　　Ｑ Ｒ　　Ｓ ㋐		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-福岡-KY-03	3	問１				
		問２	X			
			Y			
			Z			
数-22-公-福岡-KY-04	4	問１	mL			
		問２				
		問３	午後　　時　　分			
数-22-公-福岡-KY-05	5	問１				
		問２	〔証明〕			
		問３	cm			
数-22-公-福岡-KY-06	6	問１				
		問２	cm^3			
		問３	cm^2			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-福岡-K-01	1	問１	-9	2	
		問２	$a-17b$	2	
		問３	$3+\sqrt{7}$	2	
		問４	$x=-3$，$x=4$	2	順不同両解
		問５	$y=-6$	2	
		問６	$\frac{2}{5}$	2	
		問７		2	
		問８	0.53	2	
		問９	およそ　250　個	2	
数-22-公-福岡-K-02	2	問１	イ，エ	2	全解
		問２	P　10　Q　12	1	両解
			R　7　S　5	1	両解
			㋐ (例) B さんのデータの方が A さんのデータより中央値は大きく，四分位範囲は小さい	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-福岡-K-03	3	問１	ウ		2	
		問２	X	$4a+4\pi r+4\pi$　または　$4(a+\pi r+\pi)$	2	
			Y	$2a+2\pi r+2\pi$　または　$2(a+\pi r+\pi)$	2	
			Z	(例)　　$S=2\ell$	1	
数-22-公-福岡-K-04	4	問１	750　mL		2	
		問２	$-700x+4600$		3	
		問３	午後　6　時　24　分		4	
数-22-公-福岡-K-05	5	問１	△AED　または　△ADE		2	△BCEまたは △BECも正答である。
		問２	〔証明〕 (例) △ABE と△ACD において 仮定から AB＝AC　　・・・① $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから ∠ABE＝∠ACD　　・・・② $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$から ∠BAE＝∠CAD　　・・・③ ①，②，③より 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △ABE≡△ACD		5	
		問３	$4\sqrt{2}$　cm		4	
数-22-公-福岡-K-06	6	問１	ア，ウ		2	全解
		問２	25　cm^3		3	
		問３	15　cm^2		4	

数-22-公-福岡-KS-01

1　【小問集合】

問２　(与式)＝$3a-12b-2a-5b=a-17b$

問４　与式を整理すると，$x^2-x-12=0$　$(x+3)(x-4)=0$　$x=-3$，4

問５　y は x に反比例するので，$y=\frac{a}{x}$ とおく。これに，$x=2$，$y=9$ を代入して，$a=18$　よって，$y=\frac{18}{x}$ の関係式が成り立つ。これに $x=-3$ を代入して，$y=-6$

ポイント≫関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問６　すべてのカードの取り出し方は 10 通り。そのうち，3 のカードがふくまれる取り出し方は，(1，3)，(2，3)，(3，4)，(3，5) の 4 通り。よって，$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

問７　x 座標，y 座標がともに整数となるような点を探すと，$x=0$ のとき $y=0$，$x=\pm2$ のとき $y=1$，$x=\pm4$ のとき $y=4$ が挙げられる。これらを通る，なめらかな放物線が答えとなる。

問８　$(6+9+17)\div60=0.5333\cdots$　よって，0.53

問９　(印のついたねじの個数)：(全体のねじの個数) の比は，取り出した 50 個と箱の中で同じだと考えて解く。よって，箱に入っているねじの総数を x 個とおくと，$6:50=30:x$　$x=250$ (個)

数-22-公-福岡-KS-02

2　【データの活用】

問１　**ア**：誤り。第 1 四分位数ではなく，最小値が 4 点である。**ウ**：誤り。A さんは中央値が 10 点であることから，データの約 50%が 10 点以上。B さんは第 1 四分位数が 10 点であることから，データの約 75%が 10 点以上であることが読み取れる。

問２　B さんの箱ひげ図では四分位範囲が小さいことから，中央値前後にデータが集まっていることが分かる。また，中央値は B さんの方が大きい(12 点)ので，B さんの方が安定して 12 点前後を得点できることが，データから読み取れる。

数-22-公-福岡-KS-03

3　【式の利用】

問１　A も B も，2 個の半円を合わせて 1 つの円として面積を求める。

A＝(半径 r の円)＋(縦 $2r$，横 a の長方形)＝πr^2+2ar　B＝(半径 a の円)＋(縦 $2a$，横 r の長方形)

＝πa^2+2ar　よって，$A-B=\pi(r^2-a^2)$

問２　X：S＝(半径 $r+2$ の円)＋(縦 $2r+4$，横 a の長方形)－(問１の A)

＝$\pi(r+2)^2+(2ar+4a)-(\pi r^2+2ar)=4a+4\pi r+4\pi$

Y：ℓ＝(直線部分の長さ)＋(半径 $r+1$ の円周の長さ)＝$2a+2\pi r+2\pi$

数-22-公-福岡-KS-04

4　【関数の利用】

問１　1 時間 30 分，つまり 1.5 時間の間，「中」で加湿器を使用したので，$500\times1.5=750$ (mL)

問２　午後 2 時までに，加湿器を「中」で 2 時間使用したので，残りの水の量は，

$4200-500\times2=3200$ (mL)　よって，求めたい関数は，(2，3200)を通ることが分かる。

また，$2\leqq x\leqq5$ のときは加湿器を「強」で使用しており，傾きが -700 と分かる。よって，傾きと通る 1 点の座標が分かったので，この情報をもとに関数の式を求める。

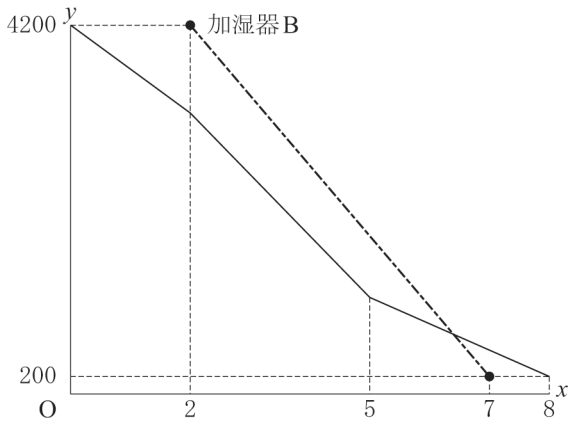
ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　加湿器 B は午後 2 時の時点で水量が 4200mL であること，午後 7 時の時点で残りの水量が 200mL であることを考えると，残りの水量を表すグラフは**図１**のようになる。また，2 点(2，4200)，(7，200)を通ることから，加湿器 B の残りの水量を表すグラフの式は，$y=-800x+5800$…①　また，**図１**から，加湿器 A と加湿器 B の残りの水量が同じになるのは，$5\leqq x\leqq 8$ のときだと予想される。次に，この範囲での加湿器 A の残りの水量を表すグラフの式を求める。「弱」で使用していることから傾きが−300 で，(8, 200)を通ることから，$y=-300x+2600$…②である。①，②を連立方程式として解くと，$x=\frac{32}{5}=6\frac{2}{5}$（時間）　これは $5\leqq x\leqq 8$ を満たすので，問題にあっている。$\frac{2}{5}$時間$=60\times\frac{2}{5}=24$ 分であることに注意すると，答えは午後 6 時 24 分

図１



数-22-公-福岡-KS-05

5　【平面図形】

問１　△ABC と△AED において，同じ長さの弧に対する円周角は等しく，∠BAC＝∠EAD…①，∠ACB＝∠ADE…②　①，②より，2 組の角の大きさがそれぞれ等しく，△ABC∽△AED

（別解の説明：△ABC と△BEC の相似の証明）

△ABC と△BEC において，共通な角なので，∠ACB＝∠BCE…①　同じ長さの弧に対する円周角は等しく，∠BAC＝∠CAD，さらに，同じ弧に対する円周角は等しく，∠CAD＝∠EBC

よって，∠BAC＝∠EBC…②　①，②より，2 組の角の大きさがそれぞれ等しく，△ABC∽△BEC

問３　∠BAE＝30°で，AB＝AC より，

∠ABC＝(180−30)÷2＝75°　さらに，**問１**から，△ABC∽△AED より，∠CAD＝30°で，また同じ弧に対する円周角は等しく，∠CAD＝∠CBE＝30°

よって，∠ABE＝75°−30°＝45°

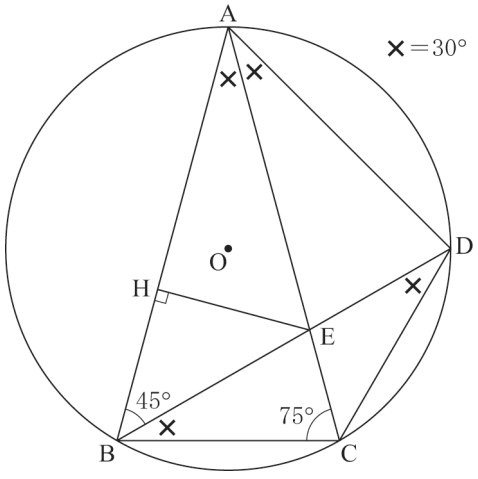
ここで，△ABE において，点 E から辺 AB に垂線 EH をおろすと（**図２**），∠EHB＝90°，∠EBH＝45°なので，△EBH は直角二等辺三角形である。

よって，EH：BE＝1：$\sqrt{2}$

EH：4＝1：$\sqrt{2}$　EH＝$2\sqrt{2}$ cm　また，△AEH は，角度が 30°，60°，90°の辺の比が決まっている直角三角形なので，EH：AE＝1：2　$2\sqrt{2}$：AE＝1：2

AE＝$4\sqrt{2}$ cm

図２



6 【空間図形】

問２　三角すい AIPD の体積を V とすると，

$V=\frac{1}{3}\times\triangle API\times AD=\frac{1}{3}\times\triangle API\times 10$

$=\frac{10}{3}\triangle API$…①である。

ここで，最短経路となる点 P の位置を考えるため，部分的な展開図について考えると（**図３**），点 P は DM と AE の交点である。

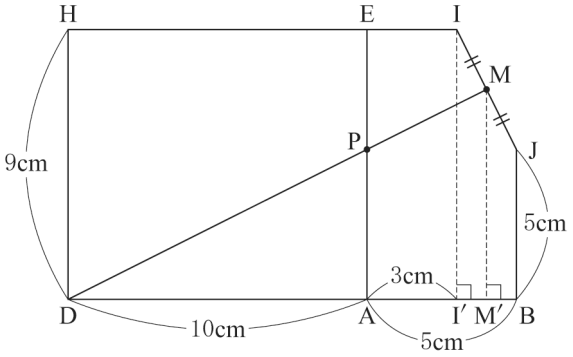
M，I から AB におろした垂線をそれぞれ MM′，II′とすると，IM＝MJ より，

I′M′＝M′B＝1 cm である。また，

II′＝9 cm，JB＝5 cm，IM : MJ＝1 : 1 から，

MM′＝7 cm

図３



ここで，△DPA∽△DMM′から，DA : DM′＝AP : M′M　10 : (10＋3＋1)＝AP : 7　AP＝5 cm

よって，$\triangle API=\frac{1}{2}\times AP\times EI=\frac{15}{2}(cm^2)$　これを①に代入すると，$V=25\ (cm^3)$

問３　AB＝JB＝5 cm，BC＝10 cm で，△AJB，△ABC，△BJC は直角三角形なので三平方の定理をそれぞれで使うと，$AJ=5\sqrt{2}$ cm，

$AC=JC=5\sqrt{5}$ cm　となる。よって，△ACJ は二等辺三角形となる（**図４**）。ここで，点 C から辺 AJ に垂線 CR をおろすと，AJ⊥CR で

$AR=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm である。

△ARC で三平方の定理を用いると，$AC^2=AR^2+CR^2$

$125=\frac{25}{2}+CR^2$　CR＞0 から，$CR=\frac{15\sqrt{2}}{2}$ cm

よって，$\triangle ACJ=\frac{1}{2}\times AJ\times CR=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times\frac{15\sqrt{2}}{2}=\frac{75}{2}\ (cm^2)$

ここで，JQ : QC＝2 : 3 から，

△ACJ : △AQJ＝5 : 2　であり，　$\frac{75}{2}$: △AQJ＝5 : 2　△AQJ＝15 cm^2

図４

