Ｒ５　福岡県　公立　数学　問題

数-23-公-福岡-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$9+4\times(-3)$ を計算せよ。

問２　$2(5a+4b)-(a-6b)$ を計算せよ。

問３　$\dfrac{18}{\sqrt{3}}-\sqrt{27}$ を計算せよ。

問４　2 次方程式 $(x-5)(x+4)=3x-8$ を解け。

問５　1 から 6 までの目が出る 2 つのさいころ A，B を同時に投げるとき，出る目の数の積が偶数になる確率を求めよ。

ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいとする。

問６　関数 $y=-2x+7$ について，x の値が-1 から 4 まで増加するときの y の増加量を求めよ。

問７　関数 $y=-\dfrac{4}{x}$ のグラフをかけ。

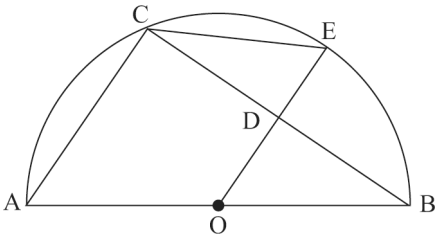
問８　M 中学校の全校生徒 450 人の中から無作為に抽出した 40 人に対してアンケートを行ったところ，家で，勉強のために ICT 機器を使用すると回答した生徒は 32 人であった。

M 中学校の全校生徒のうち，家で，勉強のために ICT 機器を使用する生徒の人数は，およそ何人と推定できるか答えよ。

問９　**図**のように，線分 AB を直径とする半円 O の$\overset{\frown}{AB}$上に点 C をとり，△ABC をつくる。線分 AC に平行で点 O を通る直線と線分 BC，$\overset{\frown}{BC}$との交点をそれぞれ D，E とし，点 C と点 E を結ぶ。

∠CAB＝56° のとき，∠DEC の大きさを求めよ。

図



数-23-公-福岡-問-02

2　あめを買いに行く。

次の**問１**，**問２**に答えよ。

問１　あめは，定価の 20％引きの a 円で売られている。

このとき，あめの定価を a を用いた式で表せ。

問２　あめを買い，その全てを何人かの生徒で分ける。

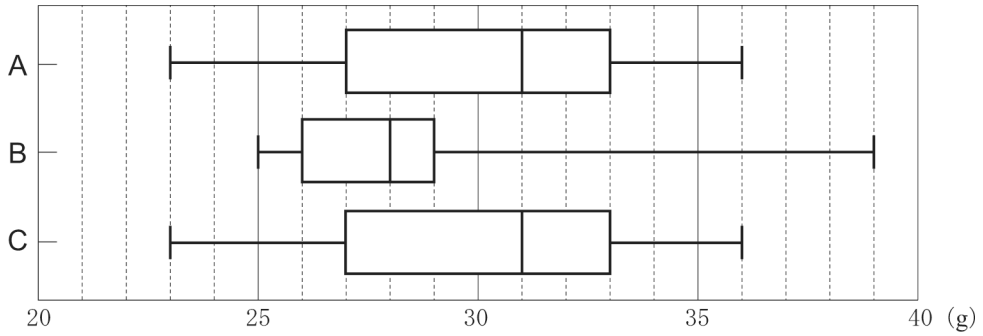
あめを生徒 1 人に 5 個ずつ分けると 8 個余り，生徒 1 人に 7 個ずつ分けると 10 個たりない。

このとき，あめを生徒 1 人に 6 個ずつ分けるとすると，あめはたりるか説明せよ。

説明する際は，あめの個数と生徒の人数のどちらかを x として (どちらを x としてもかまわない。) つくった方程式を示し，あめの個数と生徒の人数を求め，その数値を使うこと。

3 農園に 3 つの品種Ａ，Ｂ，Ｃのいちごがある。孝さんと鈴さんは，3 つの品種のいちごの重さを比べるために，Ａ～Ｃのいちごをそれぞれ 30 個ずつ集め，1 個ごとの重さのデータを**図１**のように箱ひげ図に表した。

図１



下の会話文は，孝さんと鈴さんが，**図１**をもとに，「重いいちごの個数が多いのは，Ａ～Ｃのどの品種といえるか」について，会話した内容の一部である。



孝さん

ＡとＣは，箱ひげ図が同じ形だから，①範囲や四分位範囲などが異なるＡとＢを比べたいけど，どうやって比べたらいいかな。

基準となる重さを決めて，比べたらどうかな。例えば，基準を25gにすると，25g以上の個数は，Ｂの方がＡより多いといえるよ。**図１**から，個数の差が1個以上あるとわかるからね。



鈴さん



基準を34gにしても，34g以上の個数は，ひげの長さの違いだけではわからないから，ＡとＢのどちらが多いとはいえないなあ。



基準を30gにすると，30g以上の個数は，Ａの方がＢより多いといえるよ。



②**図１**から，30g以上の個数は，Ａが15個以上，Ｂが7個以下とわかるからだね。

箱ひげ図を見て基準を決めると，重いいちごの個数が多いのは，ＡとＢのどちらであるか比べられるね。では，箱ひげ図が同じ形の③ＡとＣのデータの分布の違いをヒストグラムで見てみようよ。



次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　下線部①について，Ａのデータの範囲とＡのデータの四分位範囲を求めよ。

問２　下線部②は，次の 2 つの値と基準の 30 g を比較した結果からわかる。

Ａのデータの(X)　，　Ｂのデータの(Y)

(X)，(Y)は，それぞれ次の**ア**～**カ**のいずれかである。(X)，(Y)をそれぞれ 1 つずつ選び，記号をかけ。また，Ａのデータの(X)とＢのデータの(Y)を数値で答えよ。

ア　最小値　　**イ**　第 1 四分位数　　**ウ**　中央値
エ　平均値　　**オ**　第 3 四分位数　　**カ**　最大値

問３　下線部③について，**図２**は，Ａのデータをヒストグラムに表したものであり，例えば，Ａの重さが 22 g 以上 24 g 未満の個数は 1 個であることを表している。

図２

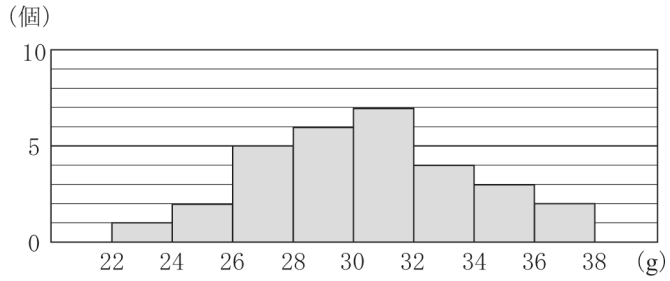
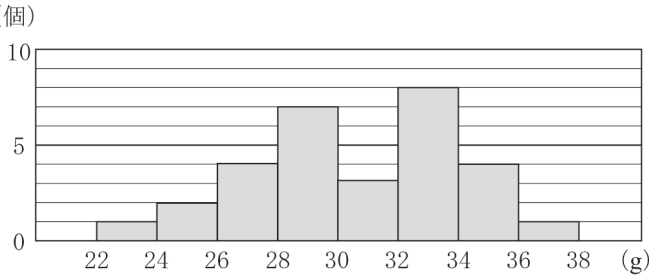
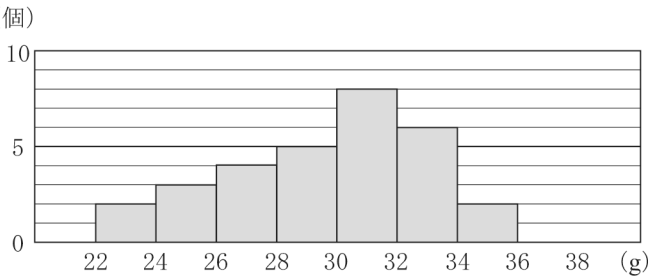


図２において，重さが 30 g 未満の累積度数を求めよ。また，Ｃのデータをヒストグラムに表したものが，次の**ア**～**エ**に 1 つある。それを選び，記号をかけ。

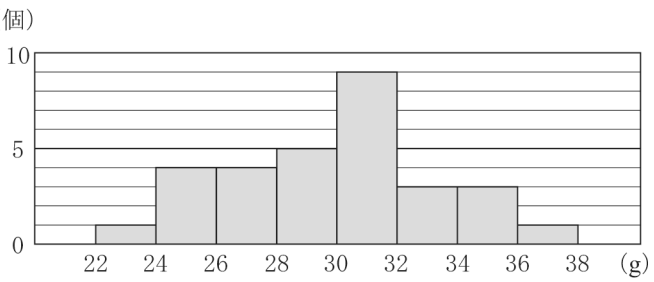
ア



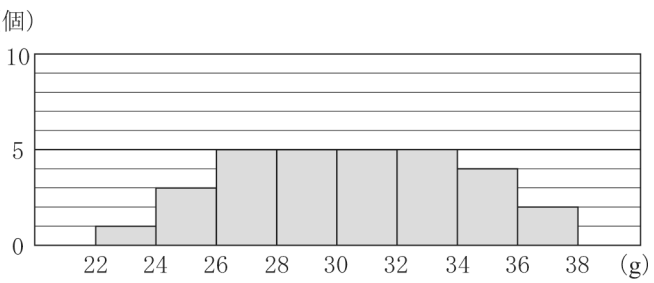
イ



ウ



エ



4 東西に一直線にのびた道路上に P 地点がある。

バスは，P 地点に停車しており，この道路を東に向かって進む。次の**式**は，バスが P 地点を出発してから 30 秒後までの時間と進む道のりの関係を表したものである。

式　バスについての時間（秒）と道のり（m）

$$(\text{道のり})=\frac{1}{4}\times(\text{時間})^2$$

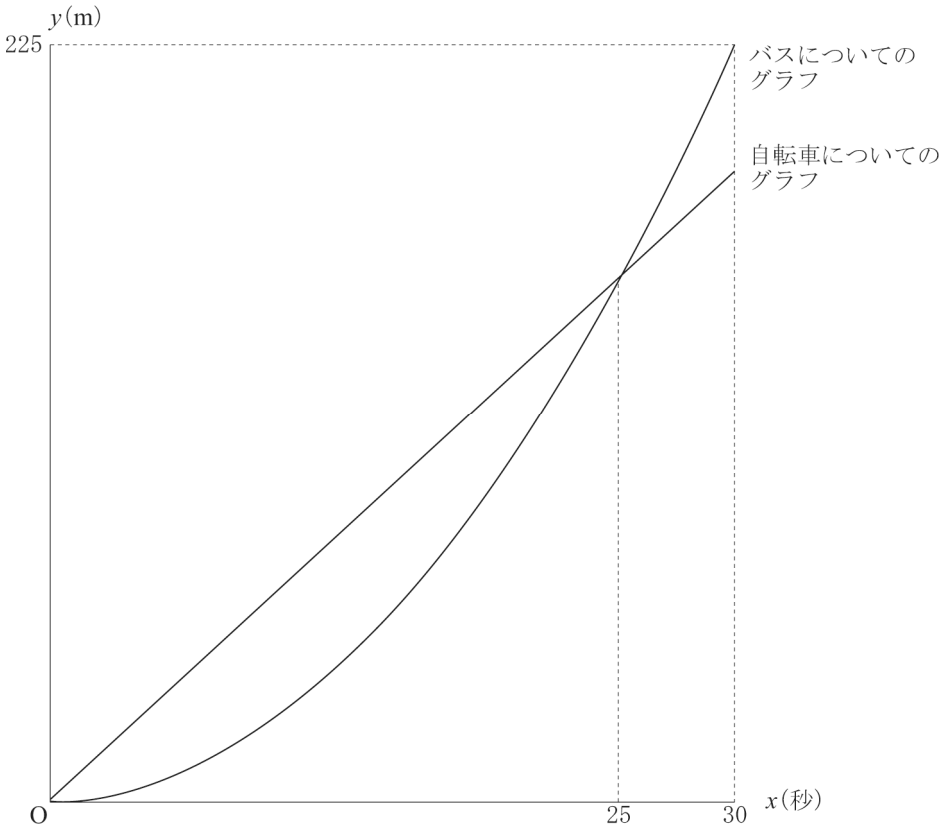
自転車は，P 地点より西にある地点から，この道路を東に向かって，一定の速さで進んでいる。自転車は，バスが P 地点を出発すると同時に P 地点を通過し，その後も一定の速さで進む。次の**表**は，自転車が P 地点を通過してから 8 秒後までの時間と進む道のりの関係を表したものである。

表　自転車についての時間（秒）と道のり（m）

時間	0	4	8
道のり	0	25	50

下の**図**は，バスが P 地点を出発してから 30 秒後までの時間を横軸 (x 軸)，P 地点から進む道のりを縦軸 (y 軸) として，バスについての時間と道のりの関係をグラフに表したものに，自転車の進むようすをかき入れたものであり，バスは，P 地点を出発してから 25 秒後に自転車に追いつくことを示している。

図



次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　バスについてのグラフ上にある 2 点 (0，0) と (6，9) を直線で結ぶ。この直線の傾きは，バスについての何を表しているか。正しいものを次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号をかけ。

ア　P 地点を出発してから 6 秒間で進む道のり
イ　P 地点を出発してから 9 秒間で進む道のり
ウ　P 地点を出発してから 6 秒後までの平均の速さ
エ　P 地点を出発してから 9 秒後までの平均の速さ

問２　この道路上に，P 地点から東に 100 m 離れた Q 地点がある。バスが Q 地点を通過するのは，自転車が Q 地点を通過してから何秒後か求めよ。

問３　タクシーは，この道路を東に向かって，秒速 10 m で進むものとする。タクシーは，バスが P 地点を出発した 10 秒後に P 地点を通過する。

このとき，タクシーは，バスより先に自転車に追いつくことができるか次のように説明した。

説明

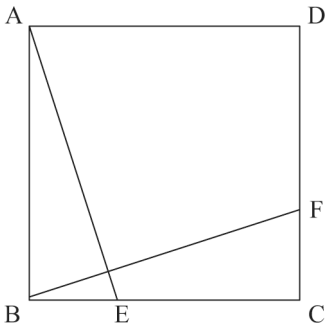
タクシーとバスのそれぞれが自転車に追いつくのは，バスが P 地点を出発してから，タクシーが［ ㋐ ］秒後で，バスが 25 秒後である。
［ ㋐ ］は 25 より①(**ア** 大きい　**イ** 小さい) ので，タクシーは，バスより先に自転車に追いつくことが②(**ウ** できる　**エ** できない)。

説明の［ ㋐ ］にあてはまる数を求め，下線部①，②の ( ) にあてはまるものを，それぞれ 1 つ選び，記号をかけ。

5 正方形 ABCD で，辺 BC，CD 上に，点 E，F を，BE＝CF となるようにそれぞれとる。

このとき，AE＝BF であることを，**図１**をかいて，△ABE≡△BCF を示すことで証明した。

図１



証明

△ABE と△BCF において

仮定から，BE＝CF　　・・・①

四角形 ABCD は正方形だから

AB＝BC　　・・・②

∠ABE＝∠BCF＝90°　　・・・③

①，②，③より，［　　］がそれぞれ等しいので

△ABE≡△BCF

合同な図形では，対応する線分の長さはそれぞれ等しいから

AE＝BF

次の**問１**～**問４**に答えよ。

問１　［　　］にあてはまる言葉をかき，上の**証明**を完成させよ。

問２　上の**証明**をしたあと，辺 BC，CD 上に，点 E，F を，**図１**の位置とは異なる位置に，BE＝CF となるようにそれぞれとり，**図２**をかいた。

図２

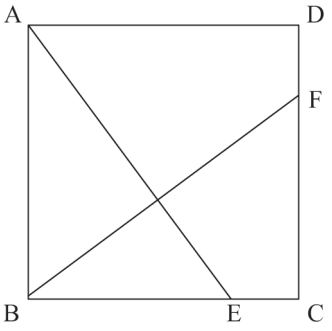


図２においても，**図１**と同じように AE＝BF である。

このことの証明について，正しいことを述べているものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号をかけ。

ア　上の**証明**をしても，あらためて証明しなおす必要がある。

イ　上の**証明**で，すでに示されているので，証明しなおす必要はない。

ウ　上の**証明**の一部をかきなおして，証明しなければならない。

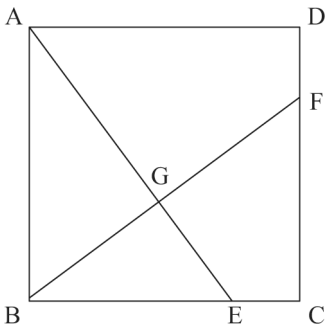
エ　上の**証明**をしても，線分 AE と線分 BF の長さを測って確認しなければならない。

問３　**図３**は，**図２**において，線分 AE と線分 BF との交点を G としたものである。

図３において，△ABE∽△AGB であることを証明せよ。

ただし，△ABE≡△BCF であることは使ってよい。

図３

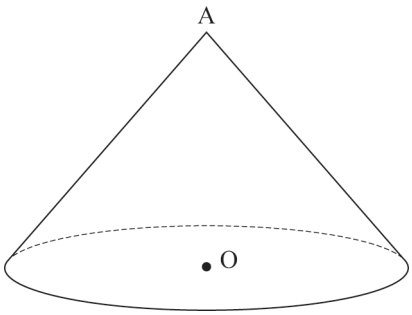


問４　**図３**において，BE：EC＝3：1 のとき，四角形 GECF の面積は，正方形 ABCD の面積の何倍か求めよ。

数-23-公-福岡-問-06

6　**図１**は，半径 4 cm の円 O を底面とし，母線の長さが 6 cm の円すいを表しており，円すいの頂点を A としたものである。

図１



次の**問１**～**問３**に答えよ。答えに円周率を使う場合は，π で表すこと。

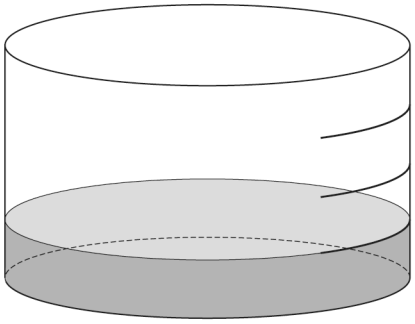
問１　**図１**に示す円すいの表面積を求めよ。

問２　**図１**に示す円すいと底面が合同で，高さが等しい円柱の容器に，高さを 4 等分した目盛りがついている。この容器の底面を水平にして，水を入れる。

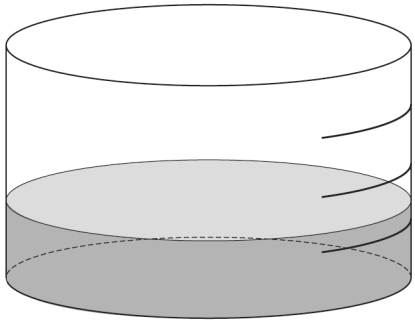
このとき，**図１**に示す円すいの体積と同じ量の水を入れた容器を表したものが，次の**ア**～**エ**に 1 つある。それを選び，記号をかけ。また，選んだ容器の底から水面までの高さを求めよ。

ただし，容器の厚さは考えないものとする。

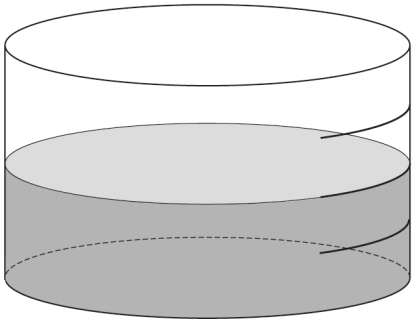
ア



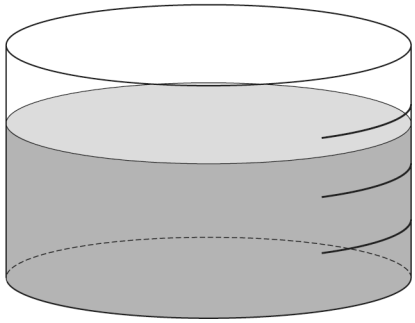
イ



ウ



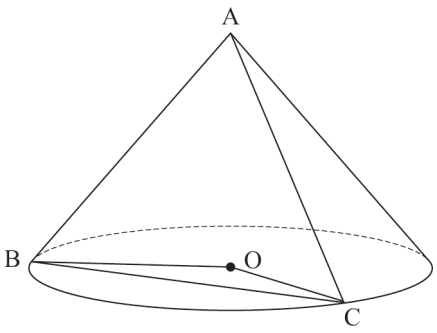
エ



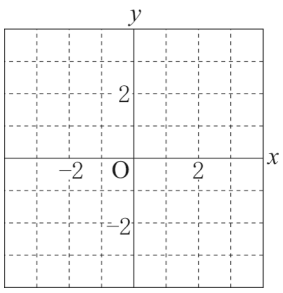
問３　**図２**は，**図１**に示す円すいにおいて，円 O の円周上に点 B，C を，∠BOC＝120° となるようにとり，△ABC をつくったものである。

図２に示す円すいにおいて，線分 BC 上に点 D を，AD＝CD となるようにとるとき，線分 OD の長さを求めよ。

図２



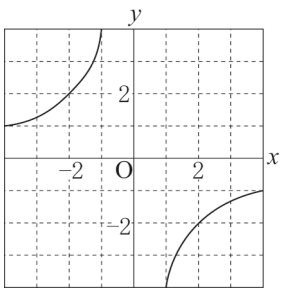
Ｒ５　福岡県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福岡-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$x=$		
		問５			
		問６			
		問７			
		問８	およそ　　人		
		問９	。		
数-23-公-福岡-KY-02	2	問１	円		
		問２	〔説明〕		

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-23-公-福岡-KY-03	3	問１	範囲			g		
			四分位範囲			g		
		問２	記号	Ⓧ		Ⓨ		
			数値	Aのデータの Ⓧ	g	Bのデータの Ⓨ	g	
		問３	累積度数			個		
			記号					
数-23-公-福岡-KY-04	4	問１						
		問２				秒後		
		問３	Ⓣ					
			①		②			
数-23-公-福岡-KY-05	5	問１						
		問２						
		問３	〔証明〕					
		問４				倍		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-福岡-KY-06	6	問１	cm^2			
		問２	記号			
			高さ	cm		
		問３	cm			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福岡-K-01	1	問１	-3	2	
		問２	$9a+14b$	2	
		問３	$3\sqrt{3}$	2	
		問４	$x=-2$，$x=6$	2	順不同両解
		問５	$\frac{3}{4}$	2	
		問６	-10	2	
		問７		2	
		問８	およそ　360　人	2	
		問９	62　°	2	
数-23-公-福岡-K-02	2	問１	$\frac{5}{4}a$　円	2	
		問２	〔説明〕 (例) 生徒の人数を x 人とすると， $5x+8=7x-10$ これを解いて，$x=9$ あめの個数は，$5\times9+8=53$ 生徒の人数 9 人，あめの個数 53 個は，問題にあう。 あめを生徒 1 人に 6 個ずつ分けるとすると， 必要な個数は，$6\times9=54$ $53<54$ なので，あめはたりない。 ※あめの個数を x 個として $\frac{x-8}{5}=\frac{x+10}{7}$ という方程式をつくり，説明しても正答である。	4	

	問題番号		解答				配点	備考
数-23-公-福岡-K-03	3	問1	範囲	13 g			1	
			四分位範囲	6 g			1	
		問2	記号	Ⓧ	ウ	Ⓨ	オ	1	両解
			数値	Aのデータの Ⓧ	31 g	Bのデータの Ⓨ	29 g	1	両解
		問3	累積度数	14 個				1	
			記号	エ				2	
数-23-公-福岡-K-04	4	問1	ウ					2	
		問2	4 秒後					2	
		問3	Ⓣ	$\frac{80}{3}$				3	
			①	ア	②	エ		1	両解
数-23-公-福岡-K-05	5	問1	2組の辺とその間の角					1	
		問2	イ					2	
		問3	〔証明〕 (例) △ABE と△AGB において 共通な角だから ∠EAB＝∠BAG ・・・① 合同な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいから， △ABE≡△BCF より ∠BEA＝∠CFB ・・・② 平行線の錯角は等しいから，DC // AB より ∠CFB＝∠GBA ・・・③ ②，③より ∠BEA＝∠GBA ・・・④ ①，④より，2組の角がそれぞれ等しいので △ABE∽△AGB					5	
		問4	$\frac{6}{25}$ 倍					4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-福岡-オ-06	6	問１	40π　cm^2		2	
		問２	記号	イ	1	
			高さ	$\frac{2\sqrt{5}}{3}$　cm	2	
		問３	$\sqrt{7}$　cm		4	

数-23-公-福岡-KS-01

1　【小問集合】

問４　$(x-5)(x+4)=3x-8$　　$x^2-x-20=3x-8$　　$x^2-4x-12=0$　　$(x+2)(x-6)=0$　　$x=-2$，$x=6$

問５　2 つのさいころ A，B を同時に投げたとき，出る目の数の積が偶数となるのは，右の**表**の□でかこった部分だから，全部で 27 通りある。したがって，求める確率は，$\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$ となる。

表

さいころA，Bの出る目の数の積

A＼B	1	2	3	4	5	6
1	1	□2	3	□4	5	□6
2	□2	□4	□6	□8	□10	□12
3	3	□6	9	□12	15	□18
4	□4	□8	□12	□16	□20	□24
5	5	□10	15	□20	25	□30
6	□6	□12	□18	□24	□30	□36

ポイント≫確率の求め方

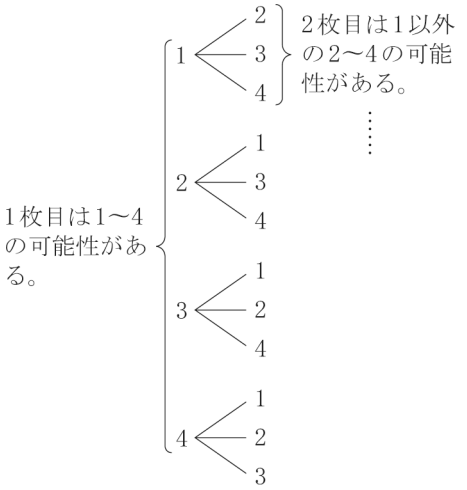
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

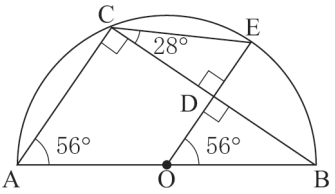


問６　関数 $y=-2x+7$ について，$x=-1$ のとき，$y=9$，$x=4$ のとき，$y=-1$ だから，y の増加量は，$-1-9=-10$ となる。

問８　無作為に抽出した生徒 40 人のうち，勉強のために ICT 機器を使用する生徒は 32 人であるから，その割合は $\frac{32}{40}=0.8$ である。40 人の生徒は無作為に抽出されているので，全校生徒でも，勉強のために ICT 機器を使用する生徒の割合はおよそ 0.8 と考えられる。したがって，$450\times0.8=360$ より，およそ 360 人と推定できる。

問９　右の**図**のように，線分 AB は円の直径だから，∠ACB＝90°である。線分 AC と線分 OE は平行だから，同位角は等しいので，∠BAC＝∠BOE＝56°，∠ACB＝∠ODB＝90°である。
対頂角は等しいので，∠CDE＝∠ODB＝90°である。また，$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角の大きさは中心角の大きさの半分だから，
∠BCE＝$\frac{1}{2}$∠BOE＝28°である。三角形の内角の和は 180°だから，△CDE について，∠DEC＝180°－∠BCE－∠CDE＝180°－28°－90°＝62°

図



ポイント》図形問題を突破するには
①　問題文中から，条件となる情報をさがす！
②　①からわかることを発想として広げておく！
③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

数-23-公-福岡-KS-02

2　【方程式の利用】

問１　定価の 20％引きは，100(％)－20(％)＝80(％)なので，a 円は定価の $\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$ のことである。
よって，a＝(定価)×$\frac{4}{5}$ であるから，(定価)＝$a\div\frac{4}{5}=a\times\frac{5}{4}=\frac{5}{4}a$(円)となる。

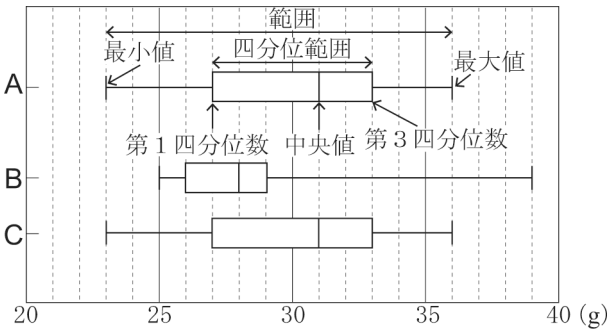
ポイント》割増と割引
・「ある数量の○％増し」は，「ある数量の(100＋○)％」と読みかえて考える。
例　1500 円の 8％増しは，1500 円の 108％のことであるから，$1500\times\frac{108}{100}=1620$(円)である。
・「ある数量の○％引き」は，「ある数量の(100－○)％」と読みかえて考える。
例　2400 円の 12％引きは，2400 円の 88％のことであるから，$2400\times\frac{88}{100}=2112$(円)である。

数-23-公-福岡-KS-03

3　【資料の活用】

問１　右の**図**より，Ａのデータの最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値はそれぞれ，23，27，31，33，36(g)である。データの範囲は，(最大値)－(最小値)だから，Ａのデータ範囲は，36－23＝13(g)となる。データの四分位範囲は，
(第 3 四分位数)－(第 1 四分位数)だから，
Ａのデータ四分位範囲は，33－27＝6(g)となる。

図



問２　Ａのデータの個数は 30 個だから，中央値は小さいデータから順に並べたとき，15 番目と 16 番目の平均値である。したがって，中央値は 31g だから，30g 以上の個数は 15 個以上となる。したがって，Ａのデータの㋭は中央値となるので，記号は**ウ**，データの数値は 31g となる。
Ｂのデータの個数は 30 個だから，小さいデータから順に並べたとき，第 3 四分位数は 23 番目の値となる。第 3 四分位数の値は 29g であり，29g 以下のデータの個数は 23 個以上あることから，30g 以上のデータの個数は 7 個以下となる。したがって，Ｂのデータの㋮は第 3 四分位数となるので，記号は**オ**，データの値は 29g となる。

問３　重さが 30g 未満の累積度数は，重さが 30g 未満までの度数の合計である。22g 以上 24g 未満の度数は 1 個，24g 以上 26g 未満の度数は 2 個，26g 以上 28g 未満の度数は 5 個，28g 以上 30g 未満の度数は 6 個である。したがって，1＋2＋5＋6＝14(個)

Cのデータの代表値をまとめると右の**表**のようになる。

表

Cのデータの代表値

	最小値	第1四分位数	中央値	第3四分位数	最大値
データの値(g)	23	27	31	33	36
順番	1番	8番	15番と16番の平均値	23番	30番

第 1 四分位数に着目すると, 27g 以下のデータの個数は 8 個以上であるが, **ア**のヒストグラムから読みとれる 27g 以下のデータの個数は 7 個以下なので，**ア**はCのデータのヒストグラムではない。

最大値に着目すると**イ**のヒストグラムから読みとれる最大値は 36g 未満なので，**イ**はCのデータのヒストグラムではない。

第 3 四分位数に着目すると，33g 以上のデータの個数は 8 個以上であるが，**ウ**のヒストグラムから読みとれる 32g 以上のデータの個数は 7 個なので，**ウ**はCのデータのヒストグラムではない。

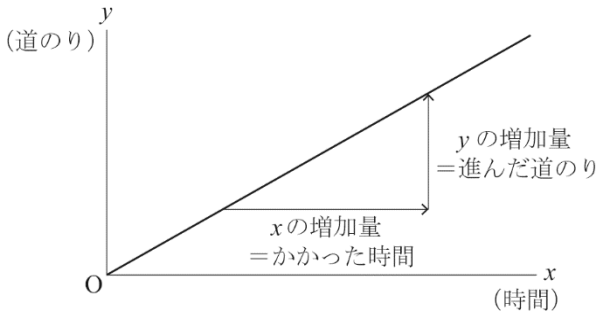
したがって，**エ**がCのデータのヒストグラムである。

数-23-公-福岡-KS-04

4 【関数の利用】

問1 (傾き)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{(\text{バスが進んだ道のり})}{(\text{バスが進んだ時間})}$=(平均の速さ)である。点(0，0)はバスが P 地点を出発した時刻のことであり，点(6，9)はバスが出発してから 6 秒後のことなので，2 点(0，0)，(6，9)を結んでできる直線の傾きは，P 地点を出発してから 6 秒後までの平均の速さを表す。よって，正しいものは**ウ**となる。

ポイント≫速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



$\Rightarrow$ 速さ$=\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝変化の割合(一次関数の傾き)

問2 バスが進んだ時間と道のりの関係は，(道のり)$=\dfrac{1}{4}\times(\text{時間})^2$ であり，P 地点から Q 地点までの道のり 100m を代入して，$100=\dfrac{1}{4}\times(\text{時間})^2$ となる。したがって，$(\text{時間})^2=400$ より，(時間)>0 だから，(時間)$=20$ なので，バスは P 地点を出発してから，20 秒後に Q 地点を通過する。

自転車は，右の**表**より，4 秒で 25 m 進むから，速さは，秒速 $\dfrac{25}{4}$ m なので，自転車の進む時間を x 秒，道のりを y m とすると，$y=\dfrac{25}{4}x$ となる。

表

時間(秒)	0	4	8
道のり(m)	0	25	50

$y=100$ を代入して，$100=\dfrac{25}{4}x$ より，$x=16$　したがって，自転車は P 地点を出発してから，16 秒後に Q 地点を通過する。

自転車が P 地点を通過する時刻とバスが P 地点を出発する時刻は同じだから，自転車が Q 地点を通過した時刻から，バスが Q 地点を通過した時刻をひいて，$20-16=4$ より，4 秒後となる。

問3 自転車が P 地点を通過してからタクシーに追いつかれるまでに進む時間を x 秒とすると，タクシーが P 地点を通過してから自転車に追いつくまでに進む時間は $x-10$(秒)となる。その間に進む道のり

を ym とすると，タクシーと自転車の進む時間と道のりの関係はそれぞれ，$\begin{cases} y=10(x-10)\cdots ⓐ \\ y=\dfrac{25}{4}x\cdots ⓑ \end{cases}$ となる。

ⓐをⓑに代入して，$10(x-10)=\dfrac{25}{4}x$

よって，$x=\dfrac{80}{3}$ 秒後　したがって，Ⓣにあてはまる数は $\dfrac{80}{3}$ である。

$\dfrac{80}{3}=26\dfrac{2}{3}$ であるから，Ⓣは 25 より大きいので，①は**ア**があてはまる。また，バスが自転車に追いつくのは 25 秒後であるから，タクシーは，バスより先に自転車に追いつくことはできないので，②は**エ**があてはまる。

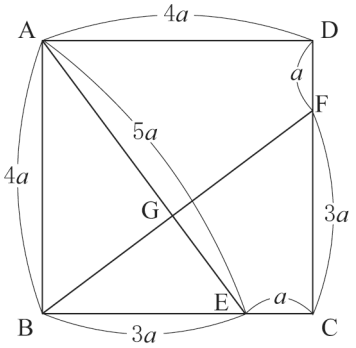
数-23-公-福岡-KS-05

5　【平面図形】

問２　**問１**より，△ABE≡△BCF が証明されている。合同な図形の対応する長さは等しく，△ABE の辺 AE に対応する△BCF の辺は BF であるから，証明しなおす必要はない。したがって，正しいことを述べているのは**イ**となる。

問４　正方形 ABCD の 1 辺の長さを右の**図**のように $4a$　$(a>0)$とおくと，BE：EC＝3：1 だから，$BE=3a$，$EC=a$ となる。
△ABE は直角三角形であるから，三平方の定理より，
$AE^2=AB^2+BE^2=(4a)^2+(3a)^2=(5a)^2$ が成り立つので，$AE=5a$ となる。△ABE と△BGE は，△ABE≡△BCF より，
∠BAE＝∠CBF であり，∠AEB が共通だから，
△ABE∽△BGE である。したがって，△ABE と△BGE の相似比は，AE：BE＝$5a$：$3a$＝5：3 となり，△ABE と△BGE の面積比は，$5^2:3^2=25:9$ となる。
よって，$\triangle BGE=\dfrac{9}{25}\times\triangle ABE=\dfrac{9}{25}\times\dfrac{1}{2}\times 4a\times 3a=\dfrac{54}{25}a^2$

図



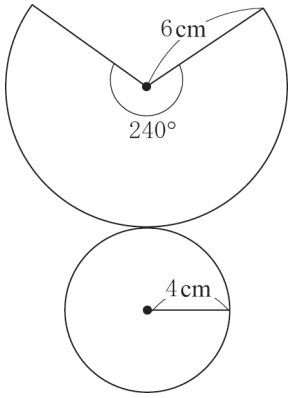
(四角形 GECF の面積)＝△BCF－△BGE＝$\dfrac{1}{2}\times 4a\times 3a-\dfrac{54}{25}a^2=\dfrac{96}{25}a^2$
正方形 ABCD の面積は，$(4a)^2=16a^2$ だから，
(四角形 GECF の面積)÷(正方形 ABCD の面積)＝$\dfrac{96}{25}a^2\div 16a^2=\dfrac{6}{25}$(倍)となる。

ポイント》図形問題を突破するには
① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

6 【空間図形】

問１　円すいの底面の面積は，$\pi \times 4^2 = 16\pi\,(\mathrm{cm}^2)$である。
底面の円の円周の長さは，$2\pi \times 4 = 8\pi\,(\mathrm{cm})$だから，円すいの側面のおうぎ形の弧の長さも 8π cm である。
おうぎ形の半径は 6 cm だから，中心角の大きさを $a°$ とすると，
$2\pi \times 6 \times \dfrac{a}{360} = 8\pi$ なので，$a = 240°$である。
したがって，おうぎ形の面積は，$\pi \times 6^2 \times \dfrac{240}{360} = 24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$となる。
よって，求める表面積は，$16\pi + 24\pi = 40\pi\,(\mathrm{cm}^2)$となる。

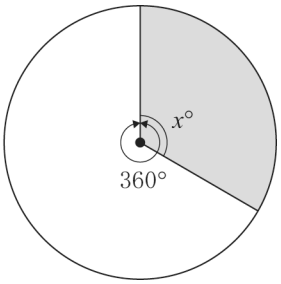
図１



ポイント》おうぎ形のまとめ
「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

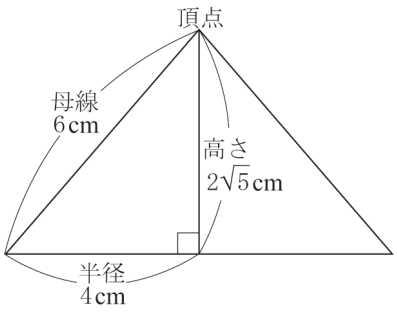
(おうぎ形の面積)＝(円の面積) × $\dfrac{x}{360}$
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) × $\dfrac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



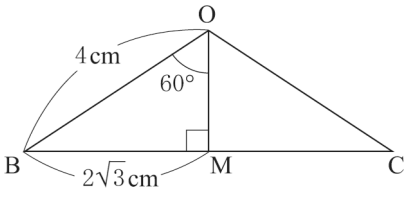
問２　$\dfrac{1}{3}$×(円すいの底面積)×(円すいの高さ)＝(円柱の底面積)×(水面までの高さ)であり，
(円すいの底面積)と(円柱の底面積)は等しいから，$\dfrac{1}{3}$×(円すいの高さ)＝(水面までの高さ)なので，水面までの高さは，円すいの高さの $\dfrac{1}{3}$ となる。
$\dfrac{1}{4} < \dfrac{1}{3} < \dfrac{2}{4}$ なので，水面は円柱の底面に最も近い目盛りと 2 番目に近い目盛りの間になるから，**イ**となる。
円すいの頂点と底面の中心を含む平面による円すいの切り口は**図２**のようになる。三平方の定理より，
$(\text{母線の長さ})^2 = (\text{高さ})^2 + (\text{半径})^2$ だから，
$(\text{高さ})^2 = (\text{母線の長さ})^2 - (\text{半径})^2 = 6^2 - 4^2 = 20$
(高さ)＞0 だから，$(\text{高さ}) = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ (cm)
水面までの高さは円すいの高さの $\dfrac{1}{3}$ だから，水面までの高さは，$\dfrac{1}{3} \times 2\sqrt{5} = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ (cm)

図２



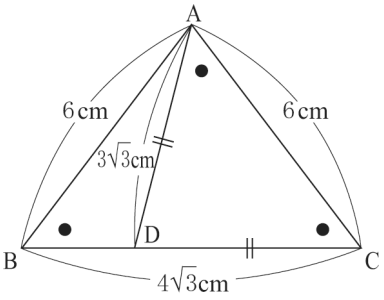
問３　△OBC について，**図３**のように頂点 O から辺 BC にひいた垂線と辺 BC の交点を M とすると，∠OMB＝90°であり，∠BOC＝120° なので，∠BOM＝∠COM＝60° となる。
よって，△OBM は辺の比が OM：OB：BM＝1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形であるから，$\mathrm{BM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm)
したがって，$\mathrm{BC} = 2\mathrm{BM} = 4\sqrt{3}$ cm

図３



△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，∠ABC＝∠ACB である。また，△ACD は AD＝CD の二等辺三角形なので，∠DAC＝∠ACD である。△ABC と△DAC は 2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△DAC であり，相似比は，
BA：AD＝BC：AC＝$4\sqrt{3}$：6 となる。したがって，
BA：AD＝$4\sqrt{3}$：6　6：AD＝$4\sqrt{3}$：6　AD＝$3\sqrt{3}$ cm

図４



△OAD は**図５**のような∠AOD＝90° の直角三角形なので，三平方の定理より，
$OD^2=AD^2-OA^2=(3\sqrt{3})^2-(2\sqrt{5})^2=27-20=7$
OD＞0 だから，OD＝$\sqrt{7}$ cm となる。

図５

