H31　福島県　公立　数学　問題

数-19-公-福島-問-01

1　次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1　次の計算をしなさい。

(1) $(-9)\times(-5)$

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{2}{5}$

(3) $(-4x^2y)\div x^2\times 2y$

(4) $\frac{18}{\sqrt{6}}+\sqrt{24}$

問2　右の表は，y が x に反比例する関係を表したものである。

このとき，表の□にあてはまる数を求めなさい。

x	…	0	2	4	6	…
y	…	×	24	12	□	…

数-19-公-福島-問-02

2　次の**問1**～**問5**に答えなさい。

問1　$x^2-8x-20$ を因数分解しなさい。

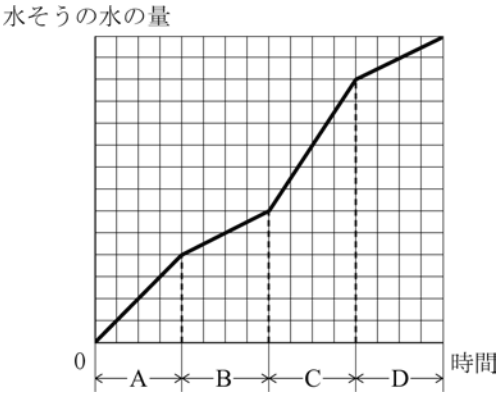
問2　中学生 a 人に 1 人 4 枚ずつ，小学生 b 人に 1 人 3 枚ずつ折り紙を配ろうとすると，100 枚ではたりない。

このときの数量の間の関係を，不等式で表しなさい。

問３　3 本の給水管があり，時間帯によって使う給水管の本数を変えながら空(から)の水そうに水を入れる。ただし，それぞれの給水管からは，使う給水管の本数によらず，一定の割合で，同じ量の水が出るものとし，出た水はすべて水そうの中に入るものとする。

右のグラフは，水を入れ始めてからの時間と水そうの水の量の関係を表したものである。

A，B，C，D の各時間帯で使った給水管の本数の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

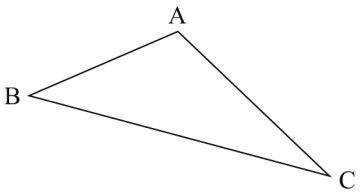


	A	B	C	D
ア	2 本	3 本	1 本	3 本
イ	2 本	3 本	1 本	2 本
ウ	2 本	1 本	3 本	2 本
エ	2 本	1 本	3 本	1 本

問４　高さが等しい円柱 A と円錐(すい)B があり，円柱 A の底面の半径は円錐 B の底面の半径の 2 倍である。このとき，円柱 A の体積は円錐 B の体積の何倍となるか，求めなさい。

問５　右の図において，△ABC を，辺 BC を対称の軸として対称移動させた図形を△PBC とする。△PBC の辺 PB，PC を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。また，点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。



数-19-公-福島-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　1 から 6 までの目がある大小 2 個のさいころを同時に 1 回投げる。

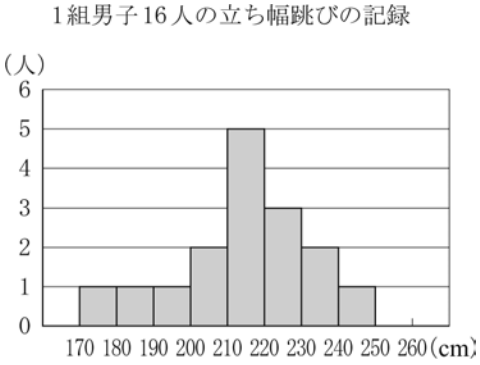
ただし，それぞれのさいころについて，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1) 出た目の数の和が 7 となる場合は何通りあるか，求めなさい。

(2) 出た目の数の和が素数となる確率を求めなさい。

問２　右の**図**は，しょうたさんの中学校の 3 学年男子 75 人のうち，しょうたさんの所属する 1 組男子 16 人の立ち幅跳びの記録をヒストグラムに表したものである。例えば，記録が 170 cm 以上 180 cm 未満の生徒は 1 人であることがわかる。

図



(1) 1 組男子の立ち幅跳びの記録において，度数の最も多い階級の階級値を求めなさい。

(2) しょうたさんは，ヒストグラムを見て，1 組男子は 3 学年男子の中で記録の高い生徒が多いと予想した。右の**度数分布表**は，記録の分布を比較するために，3 学年男子の記録を整理したものである。

度数分布表

立ち幅跳び(cm)			度数(人)
以上		未満	
170	～	180	4
180	～	190	6
190	～	200	6
200	～	210	7
210	～	220	19
220	～	230	12
230	～	240	9
240	～	250	7
250	～	260	5
合計			75

しょうたさんは，3 学年男子の記録の中央値の入る階級が 210 cm 以上 220 cm 未満であることから，**記録が 220 cm 以上の生徒の割合**に着目し，その大小で 1 組男子は 3 学年男子と比較し記録の高い生徒が多いかを判断することにした。

しょうたさんの考え方によると，1 組男子は 3 学年男子と比較し記録の高い生徒が多いといえるか。次の**ア**，**イ**のうち，適切なものを 1 つ選び，解答用紙の (　　) の中に記号で答えなさい。

また，選んだ理由を説明しなさい。

ア　　多いといえる

イ　　多いといえない

数-19-公-福島-問-04

4 ある文房具店では，ノートと消しゴムを下の表のように販売している。

ただし，消費税は表の価格に含まれているものとする。

ある日の集計によると，セット A として売れたノートの冊数は，単品ノートの売れた冊数の 3 倍より 1 冊少なく，セット B として売れた消しゴムの個数は，単品消しゴムの売れた個数の 2 倍であった。

この日，ノートは全部で 41 冊売れ，売り上げの合計は 5640 円であった。

このとき，単品ノートの売れた冊数と，単品消しゴムの売れた個数をそれぞれ求めなさい。求める過程も書きなさい。

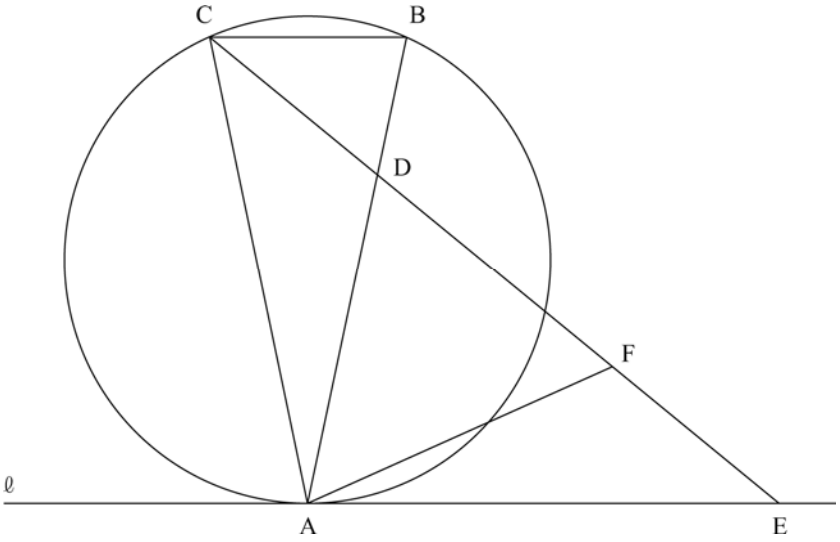
商品名	価格	内容
単品ノート	120 円	ノート 1 冊
単品消しゴム	60 円	消しゴム 1 個
セット A	160 円	ノート 1 冊，消しゴム 1 個
セット B	370 円	ノート 3 冊，消しゴム 1 個

数-19-公-福島-問-05

5 下の**図 1** のように，円周上の 3 点 A，B，C を頂点とする△ABC があり A を通る接線ℓと辺 BC は平行である。ただし，AB＞BC である。また，∠ACB の二等分線と辺 AB，ℓとの交点をそれぞれ D，E とし，線分 CE 上に CD＝EF となる点 F をとり A と結ぶ。

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

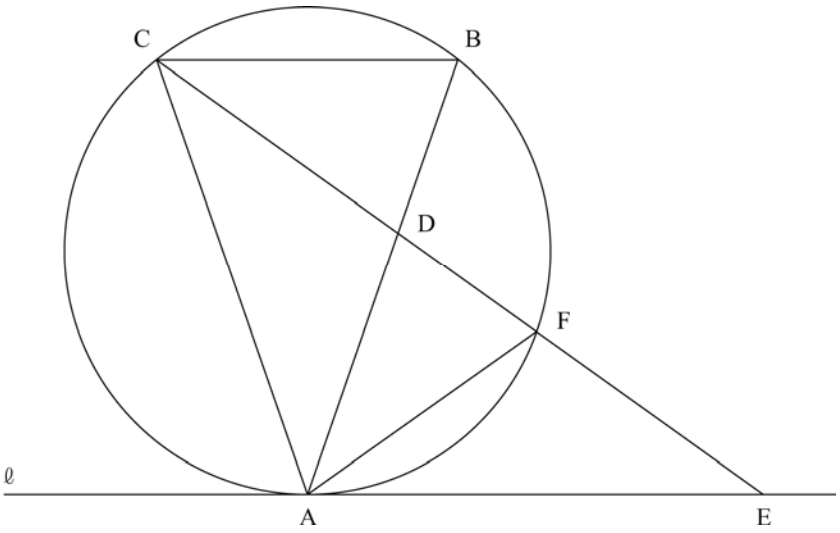
図 1



問 1　∠AFD＝∠ADF となることを証明しなさい。

問２　2 点 B，C の位置によって，点 F の位置が変わる。下の**図２**のように，F が円周上にあるとき，∠ABC の大きさを求めなさい。

図２



数-19-公-福島-問-06

6 下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，A，B，C の x 座標はそれぞれ-3，-1，2 である。また，2 点 A，B を通る直線をℓとする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

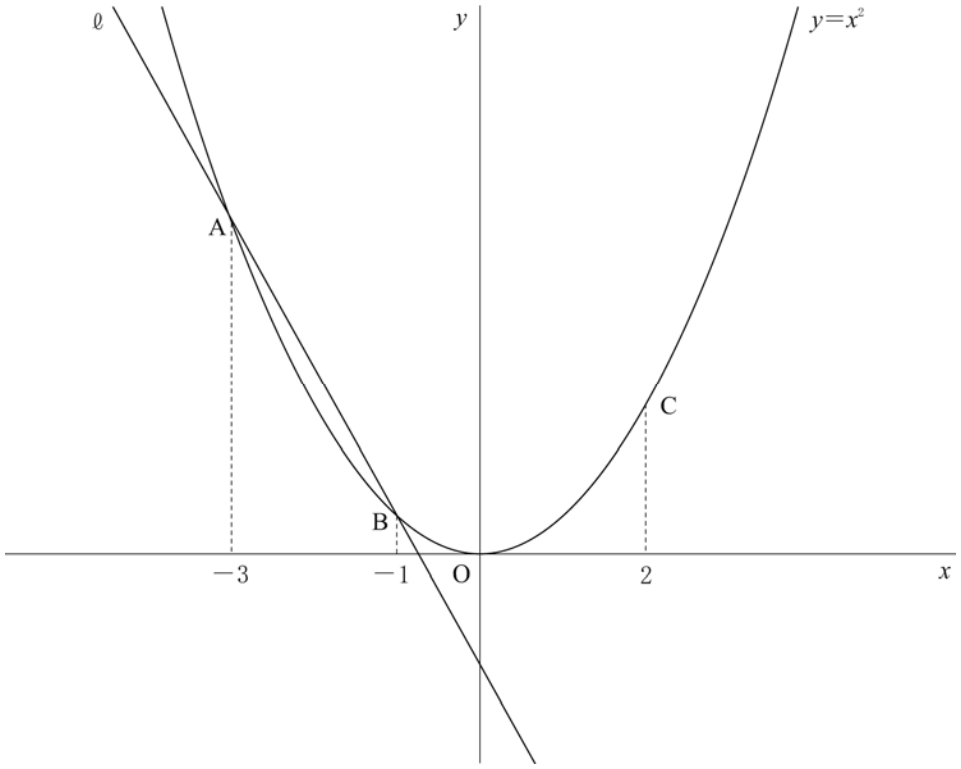
問１　直線ℓの傾きを求めなさい。

問２　点 C を通り，直線ℓに平行な直線を m とし，m と y 軸との交点を D とする。

(1) △BCD の面積を求めなさい。

(2) 関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<2$ とする。

また，P を通り y 軸に平行な直線と m との交点を Q とする。四角形 BPCQ の面積が四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{5}$となる t の値を求めなさい。



数-19-公-福島-問-07

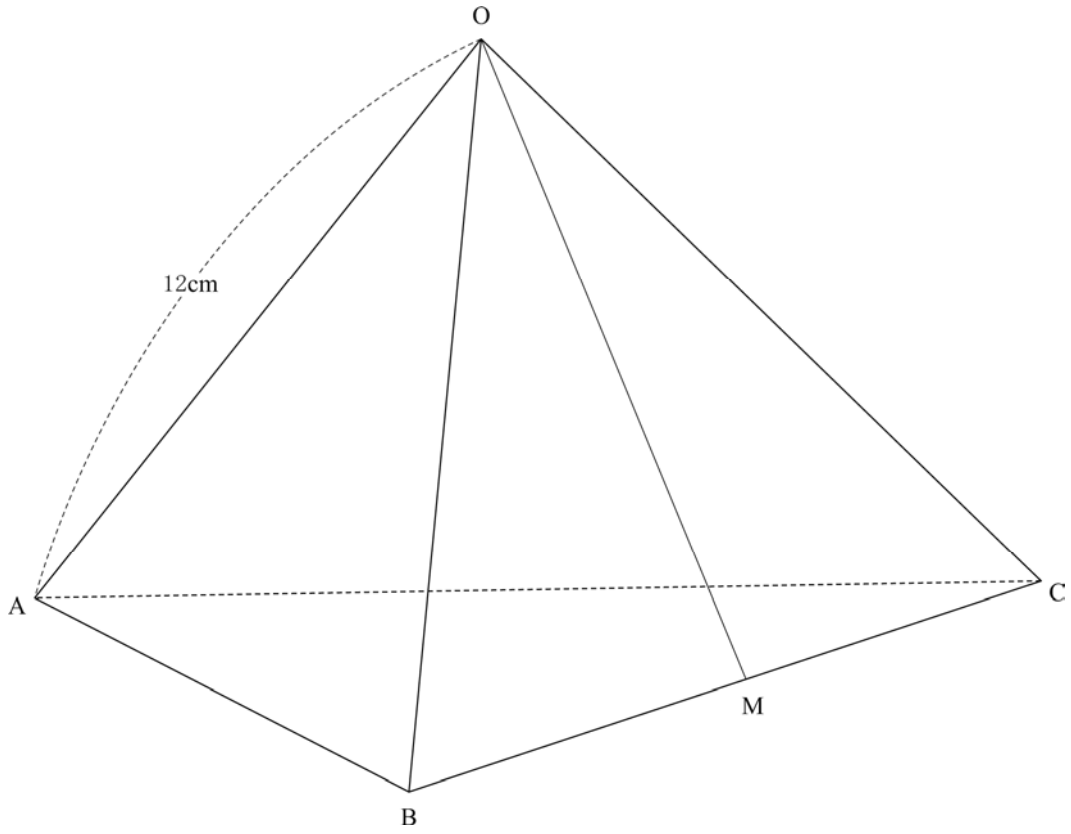
7 下の図のような，1 辺 12 cm の正四面体 OABC がある。辺 BC の中点を M とする。
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　線分 OM の長さを求めなさい。

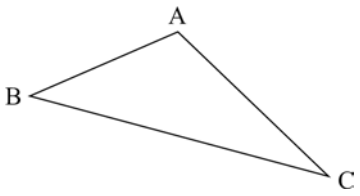
問２　辺 OC の中点を D とし, 辺 OB 上に線分 AE と線分 ED の長さの和が最も小さくなるように点 E をとる。また，線分 AM 上に AP：PM＝4：5 となる点 P をとり，3 点 A，D，E を通る平面と線分 OP との交点を Q とする。

(1) 線分 OM と線分 DE との交点を R とするとき，線分 OR と線分 RM の長さの比を求めなさい。

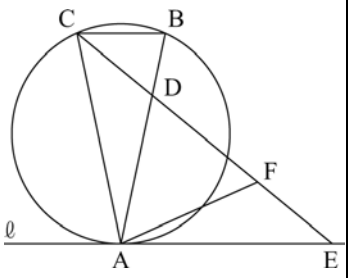
(2) 三角錐(すい)QPBC の体積を求めなさい。



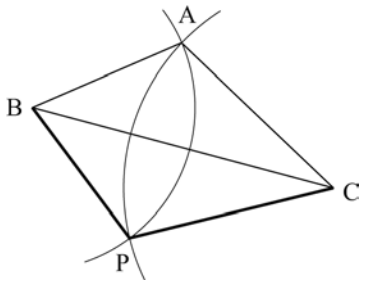
H31　福島県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-福島-K-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2				
数-19-公-福島-K-02	2	問1				
		問2				
		問3				
		問4	倍			
		問5				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-福島-N-03	3	問1	(1)	通り		
			(2)			
		問2	(1)	cm		
			(2)	(　　) 〔理由〕		
数-19-公-福島-N-04	4			〔求める過程〕 答 ｛単品ノートの売れた冊数 ＿＿＿＿＿冊 ｛単品消しゴムの売れた個数＿＿＿＿＿個		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-福島-N-05	5	問1	〔証明〕  			
		問2	度			
数-19-公-福島-N-06	6	問1				
		問2	(1)			
			(2)			
数-19-公-福島-N-07	7	問1	cm			
		問2	(1)	OR：RM＝		
			(2)	cm^3		

H31　福島県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-福島-K 01	1	問1	(1)	45		
			(2)	$-\frac{7}{20}$		
			(3)	$-8y^2$		
			(4)	$5\sqrt{6}$		
		問2	8			
数-19-公-福島-K 02	2	問1	$(x-10)(x+2)$			
		問2	$4a+3b>100$			
		問3	エ			
		問4	12　倍			
		問5	(作図の例)  			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-福島-K-03	3	問1	(1)	6　通り		
			(2)	$\frac{5}{12}$		
		問2	(1)	215　cm		
			(2)	(　**イ**　) 〔理由〕 (例) 記録が 220 cm 以上の生徒の割合をそれぞれ求めると 1 組男子は　　6÷16＝0.375 3 学年男子は　　33÷75＝0.44 したがって，記録が 220 cm 以上の生徒の割合は，1 組男子の方が小さいから。		
数-19-公-福島-K-04	4			〔求める過程〕 (例) 単品ノートの売れた冊数を x 冊，単品消しゴムの売れた個数を y 個とする。セット A として売れたノートの冊数は $(3x-1)$ 冊でセット A の売れた数と等しい。セット B として売れた消しゴムの個数は $2y$ 個でセット B の売れた数と等しい。 ノートは全部で 41 冊売れたので $x+(3x-1)+3\times 2y=41$ これを整理して $2x+3y=21$ ……① 売り上げの合計が 5640 円であるから $120x+60y+160(3x-1)+370\times 2y=5640$ これを整理して $3x+4y=29$ ……② ①，②を連立方程式として解いて $x=3$，$y=5$ これらは問題に適している。 答　単品ノートの売れた冊数　3　冊 　　単品消しゴムの売れた個数　5　個		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-福島-K-05	5	問1	〔証明〕 (例 1) △ACF と△AED において 仮定から　CD＝EF ……① また　FC＝CD＋DF……② 　　DE＝FE＋DF……③ ①, ②, ③より　FC＝DE ……④ 仮定から　∠ACF＝∠BCF ……⑤ 平行線の錯角は等しいから 　∠BCF＝∠AED……⑥ ⑤, ⑥より　∠ACF＝∠AED……⑦ ⑦より　△AEC は 2 つの角が等しいので 二等辺三角形であるから　AC＝AE ……⑧ ④, ⑦, ⑧より　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから 　△ACF≡△AED したがって　∠AFD＝∠ADF (例 2) △ACD と△AEF において 仮定から　CD＝EF ……① 仮定から　∠ACD＝∠BCD ……② 平行線の錯角は等しいから 　∠BCD＝∠AEF……③ ②, ③より　∠ACD＝∠AEF……④ ④より　△AEC は 2 つの角が等しいので 二等辺三角形であるから　AC＝AE ……⑤ ①, ④, ⑤より　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ACD≡△AEF 対応する辺は等しいので　AD＝AF したがって　△ADF は二等辺三角形であるから 　∠AFD＝∠ADF			
		問2	72　度			
数-19-公-福島-K-06	6	問1	−4			
		問2	(1)	15		
			(2)	$t=-2+2\sqrt{3}$		
数-19-公-福島-K-07	7	問1	$6\sqrt{3}$　cm			
		問2	(1)	OR：RM＝2：3		
			(2)	$32\sqrt{2}$　cm^3		

数-19-公-福島-KS-01

1　**問1**　**(1)** $(-9)\times(-5)=+(9\times5)=45$

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{2}{5}=-\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=-\frac{7}{20}$

(3) $(-4x^2y)\div x^2\times 2y=-\frac{4x^2y\times 2y}{x^2}=-8y^2$

(4) $\frac{18}{\sqrt{6}}+\sqrt{24}=\frac{18\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\sqrt{2^2\times6}=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

問2　y は x に反比例するから，x の値が 2 から 6 に 3 倍になると，y の値は 24 から$\frac{1}{3}$倍になる。

よって，□にあてはまる数は，$24\times\frac{1}{3}=8$

数-19-公-福島-KS-02

2　**問1**　和が−8 で積が−20 になる 2 数は−10 と 2 だから，$x^2-8x-20=(x-10)(x+2)$

問2　中学生 a 人に 1 人 4 枚ずつ，小学生 b 人に 1 人 3 枚ずつ折り紙を配ろうとするとき，必要な折り紙の枚数は，$a\times4+b\times3=4a+3b$(枚)　これが 100 枚より多いから，不等式は $4a+3b>100$

問3　使う給水管の本数が多いほど，同じ時間に入る水の量は多くなるから，グラフの傾きが大きいほど使った給水管の本数が多いことになる。A，B，C，D の各時間帯のグラフの傾きは次のとおり。

A…$\frac{4}{4}$，B…$\frac{2}{4}$，C…$\frac{6}{4}$，D…$\frac{2}{4}$

したがって，給水管の本数は，B と D が最も少なく，A はその 2 倍，C は B や D の 3 倍になるから，A…2 本，B…1 本，C…3 本，D…1 本となる。よって，正しいのは**エ**

問4　円錐 B の底面の半径を r，高さを h とすると，円柱 A の底面の半径は $2r$，高さは h

このとき，円柱 A の体積は，$\pi\times(2r)^2\times h=4\pi r^2h$　円錐 B の体積は$\frac{1}{3}\pi r^2h$

よって，円柱 A の体積は，円錐 B の体積の，$4\pi r^2h\div\frac{1}{3}\pi r^2h=12$(倍)

問5　B を中心とする半径 BA の円と，C を中心とする半径 CA の円をかいて，2 つの円の交点のうち A 以外の点を P として，B と P，C と P をそれぞれ結べばよい。

数-19-公-福島-KS-03

3　**問1**　**(1)**　(大の目の数，小の目の数)=(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1)の 6 通りある。

(2)　大小 2 個のさいころの目の出方は，$6\times6=36$(通り)

目の数の和の最小値は 2(=1+1)，最大値は 12(=6+6)　2 以上 12 以下の素数は，2，3，5，7，11

和が 2…(1，1)の 1 通り

和が 3…(1，2)，(2，1)の 2 通り

和が 5…(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)の 4 通り

和が 7…**(1)**より，6 通り

和が 11…(5，6)，(6，5)の 2 通り

よって，全部で，1+2+4+6+2=15(通り)あるから，求める確率は，$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

問2　**(1)**　度数の最も多い階級は 210cm 以上 220cm 未満の階級。階級値は，$\frac{210+220}{2}=215$(cm)

(2)　1 組男子と 3 学年男子について，記録が 220cm 以上の生徒の割合をそれぞれ求める。

記録が 220cm 以上の生徒の人数は，1 組男子が 3+2+1=6(人)，3 学年男子が 12+9+7+5=33(人)

それぞれ 1 組男子の人数 16 人，3 学年男子の人数 75 人でわって，大きさを比べる。

数-19-公-福島-KS-04

4 単品ノートの売れた冊数を x 冊，単品消しゴムの売れた個数を y 個として，ノートの冊数に着目した式と売り上げの合計に着目した式をつくり，それらを連立方程式として解けばよい。なお，セット B にはノートが 3 冊入っているので，セット B が $2y$ セット売れるとノートは $3\times 2y$ 冊売れることに注意する。

数-19-公-福島-KS-05

5 **問1** 平行線の錯角が等しいことや二等辺三角形の性質を利用して，2 つの三角形が合同であることを示し，∠AFD＝∠ADF が成り立つことを導く。

2 つの三角形の合同については, ∠AFD と∠ADF をそれぞれ角にもつ△ACF と△AED に着目してもよいし，△ACD と△AEF の合同から導いてもよい。

問2 点 A と円の中心とを結ぶ直線を延長し，BC との交点を G とする。円の接線は接点を通る半径に垂直だから，∠EAG＝90°　CB//AE で，平行線の錯角は等しいから，∠AGC＝∠EAG＝90°

円の中心から弦にひいた垂線は弦を 2 等分するから，CG＝BG

よって，△ACG と△ABG は，CG＝BG，∠AGC＝∠AGB＝90°，AG＝AG(共通)で，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから, △ACG≡△ABG　よって, 対応する角は等しいから, ∠ACG＝∠ABG となる。

ここで，∠BCD＝x°とすると，∠ACD＝∠BCD＝x°

∠ABG＝∠ACG＝∠ACD＋∠BCD＝x°＋x°＝$2x$°

また，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する円周角だから，∠AFC＝∠ABC＝$2x$°

問1より，∠ADF＝∠AFD＝$2x$°

さらに，対頂角は等しいから，∠BDC＝∠ADF＝$2x$°

ここで，△BCD の内角の和に着目すると，∠BCD＋∠DBC＋∠BDC＝x°＋$2x$°＋$2x$°＝$5x$°

よって，$5x$°＝180°より，x＝36

∠ABC＝$2x$°＝2×36°＝72°

数-19-公-福島-KS-06

6 **問1** 点 A の x 座標は−3 だから，y 座標は $y=(-3)^2=9$　よって，A(−3，9)

点 B の x 座標は−1 だから，y 座標は $y=(-1)^2=1$　よって，B(−1，1)

直線ℓは，2 点 A，B を通るから，傾きは，$\dfrac{1-9}{-1-(-3)}=-4$

問2 **(1)** 点 C の x 座標は 2 だから，y 座標は $y=2^2=4$　よって，C(2，4)

平行な直線は傾きが等しいから，直線 m の式は $y=-4x+b$ とおける。点 C を通るから x＝2，y＝4 を代入して，4＝−4×2＋b　b＝12　よって，直線 m の式は $y=-4x+12$ で，D(0，12)

次に，直線 BC の式を求める。傾きは，$\dfrac{4-1}{2-(-1)}=1$　したがって，式は $y=x+c$ とおける。

点 C を通るから x＝2，y＝4 を代入して，4＝2＋c　c＝2

直線 BC の式は $y=x+2$ で，y 軸との交点を E とすると，E(0，2)

△BCD＝△BED＋△CED で，△BED と△CED の底辺を DE＝12−2＝10 とすると，高さはそれぞれ点 B，点 C の x 座標の絶対値になる。

よって，$\triangle BCD=\triangle BED+\triangle CED=\dfrac{1}{2}\times 10\times 1+\dfrac{1}{2}\times 10\times 2=15$

(2) A(−3，9)，D(0，12)より，直線 AD の傾きは，$\dfrac{12-9}{0-(-3)}=1$

(1)より，直線 BC の傾きも 1 だから，AD//BC
四角形 ABCD は 2 組の対辺が平行だから，平行四辺形になる。平行四辺形は，対角線によって合同な 2 つの三角形に分けられるから，平行四辺形 ABCD の面積は，△BCD の面積の 2 倍で，15×2＝30
したがって，四角形 BPCQ の面積が $30\times\dfrac{1}{5}=6$ となる t の値を求めることになる。

2 点 P，Q の座標は，それぞれ P(t，t^2)，Q(t，$-4t+12$)と表されるから，PQ＝$-4t+12-t^2$
四角形 BPCQ＝△BPQ＋△CPQ で，△BPQ と△CPQ の底辺を PQ とすると，
△BPQ の高さは $t-(-1)=t+1$，△CPQ の高さは $2-t$ となる。
よって，四角形 BPCQ の面積について方程式をつくると，
$\dfrac{1}{2}\times(-4t+12-t^2)\times(t+1)+\dfrac{1}{2}\times(-4t+12-t^2)\times(2-t)=6$

整理すると，$\dfrac{1}{2}\times(-4t+12-t^2)\times\{(t+1)+(2-t)\}=6$　$\dfrac{3}{2}(-4t+12-t^2)=6$　$-4t+12-t^2=4$

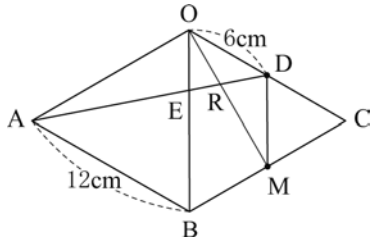
$t^2+4t-8=0$　解の公式より，$t=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}=\dfrac{-4\pm\sqrt{48}}{2}=\dfrac{-4\pm4\sqrt{3}}{2}=-2\pm2\sqrt{3}$
$0<t<2$ だから，$t=-2-2\sqrt{3}$は問題にあわない。$t=-2+2\sqrt{3}$は問題にあう。

数-19-公-福島-KS-07

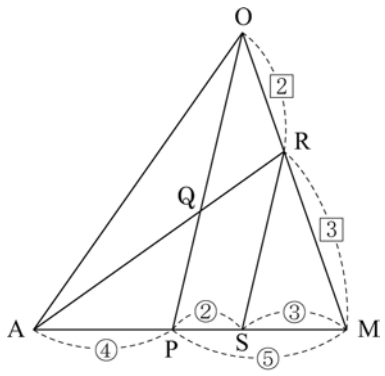
7

問１　△OBM と△OCM は，OB＝OC，BM＝CM，OM＝OM(共通)より，3 辺がそれぞれ等しいから合同。よって，△OBM は，∠OMB＝90°，∠OBM＝60°の直角三角形だから，OB：OM＝2：$\sqrt{3}$
OM＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$OB＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)

問２　**(1)** AE＋ED の長さの和が最も小さくなるのは，右の展開図で，3 点 A，E，D が一直線上に並ぶとき。このとき，点 E は辺 OB と線分 AD との交点になる。
∠COB＝∠OBA＝60°より，錯角が等しいから，OD//AB
OE：EB＝OD：AB＝6：12＝1：2　OE＝OB×$\dfrac{1}{1+2}=\dfrac{1}{3}$OB
また，△OBC で，2 点 D，M はそれぞれ OC，BC の中点だから，中点連結定理より，DM//OB，DM＝$\dfrac{1}{2}$OB
よって，OR：RM＝OE：DM＝$\dfrac{1}{3}$OB：$\dfrac{1}{2}$OB＝$\dfrac{1}{3}$：$\dfrac{1}{2}$＝2：3



(2) 右の図は，3 点 O，A，M を通る平面で正四面体 OABC を切ったときの断面を表している。線分 AR は 3 点 A，D，E を通る平面上にあるから，線分 AR と線分 OP との交点が Q となる。



線分 AM 上に点 S を，RS//OP となるようにとると，
PS：SM＝OR：RM＝2：3　また，AP：PM＝4：5
よって，AP：PS＝4：2＝2：1
さらに，QP：RS＝AP：AS＝2：(2＋1)＝2：3
RS：OP＝RM：OM＝3：(2＋3)＝3：5
よって，$QP=\frac{2}{3}RS=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}OP=\frac{2}{5}OP$

O から AM にひいた垂線の長さを $h$cm とすると，Q から AM にひいた垂線の長さは $\frac{2}{5}h$cm となる。
これは，それぞれ正四面体 OABC，三角錐 QPBC の高さを表している。
ここで，M から OA に垂線 MF をひく。△OAM は OA＝12cm，$OM=AM=6\sqrt{3}$cm の二等辺三角形だから，$OF=AF=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)　△OFM で，三平方の定理より，
$MF^2=OM^2-OF^2=(6\sqrt{3})^2-6^2=72$　MF＞0 だから，$MF=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$(cm)
△OAM の面積について，方程式をつくると，$\frac{1}{2}\times OA\times MF=\frac{1}{2}\times AM\times h$　$\frac{1}{2}\times12\times6\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times h$
$h=\frac{12\times6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=4\sqrt{6}$　さらに，$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times BC\times PM=\frac{1}{2}\times BC\times\frac{5}{9}AM=\frac{1}{2}\times12\times\frac{5}{9}\times6\sqrt{3}=20\sqrt{3}$(cm^2)
よって，三角錐 QPBC の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle PBC\times\frac{2}{5}h=\frac{1}{3}\times20\sqrt{3}\times\frac{2}{5}\times4\sqrt{6}=32\sqrt{2}$(cm^3)