Ｒ３　福島県　公立　数学　問題

数-21-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$3\times(-8)$

(2)　$\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$

(3)　$-8x^3\div 4x^2\times(-x)$

(4)　$\sqrt{50}+\sqrt{2}$

問２　六角形の内角の和を求めなさい。

数-21-公-福島-問-02

2　次の**問１～問５**に答えなさい。

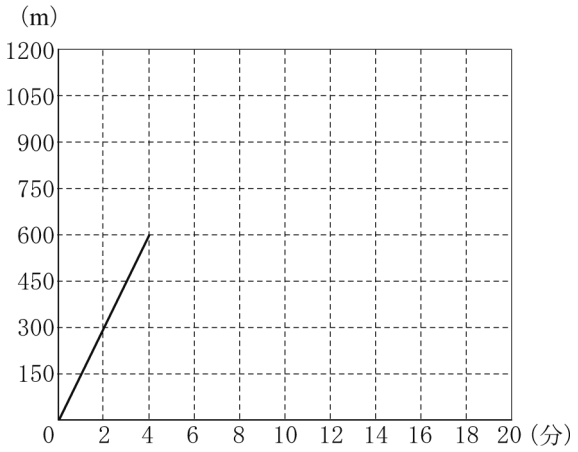
問１　-3 と $-2\sqrt{2}$ の大小を，不等号を使って表しなさい。

問２　ある中学校の生徒の人数は 126 人で，126 人全員が徒歩通学か自転車通学のいずれか一方で通学しており，徒歩通学をしている生徒と自転車通学をしている生徒の人数の比は 5：2 である。

このとき，自転車通学をしている生徒の人数を求めなさい。

問３　えりかさんの家から花屋を通って駅に向かう道があり，その道のりは 1200 m である。また，家から花屋までの道のりは 600 m である。えりかさんは家から花屋までは毎分 150 m の速さで走り，花屋に立ち寄った後，花屋から駅までは毎分 60 m の速さで歩いたところ，家を出発してから駅に着くまで 20 分かかった。

右の図は，えりかさんが家を出発してから駅に着くまでの時間と道のりの関係のグラフを途中まで表したものである。



えりかさんが家を出発してから駅に着くまでのグラフを完成させなさい。ただし，花屋の中での移動は考えないものとする。

問４　関数 $y=ax^2$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合が -4 である。このとき，a の値を求めなさい。

問５　右の**図１**のような立方体があり，この立方体の展開図を**図２**のようにかいた。この立方体において，面Ａと平行になる面を，**ア**～**オ**の中から１つ選び，記号で答えなさい。

図１

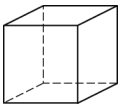
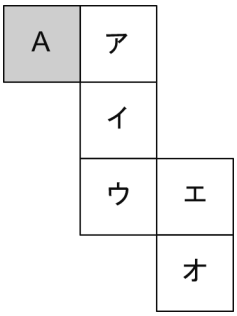


図２



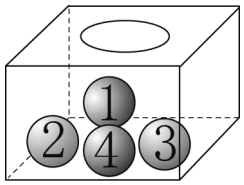
3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　箱 P には，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 個の玉が入っており，箱 Q には，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 4 個の玉が入っている。

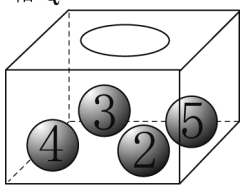
箱 P の中から玉を 1 個取り出し，その玉に書かれた数を a とする。箱 Q の中から玉を 1 個取り出し，その玉に書かれた数を b とする。ただし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

次に，**図**のように円周上に 5 点 A，B，C，D，E をとり，A にコインを置いた後，以下の＜**操作**＞を行う。

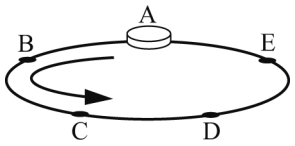
箱 P



箱 Q



図



＜**操作**＞

A に置いたコインを $2a+b$ の値だけ円周上を反時計回りに動かす。例えば，$2a+b$ の値が 7 のときは，A→B→C→D→E→A→B→C と順に動かし，C でとめる。

(1) コインが，点 D にとまる場合は何通りあるか求めなさい。

(2) コインが，点 A，B，C，D，E の各点にとまる確率の中で，もっとも大きいものを求めなさい。

問２　ある学級の A 班と B 班がそれぞれのペットボトルロケットを飛ばす実験を 25 回ずつ行った。実験は，校庭に白線を 1 m 間隔に引いて行い，例えば，17 m 以上 18 m 未満の間に着地した場合，17 m と記録した。

下の**表１**は，A 班と B 班の記録について，25 回の平均値，最大値，最小値，範囲をそれぞれまとめたものである。また，下の**表２**は，A 班と B 班の記録を度数分布表に整理したものである。ただし，**表１**の一部は汚れて読み取れなくなっている。

表１

	A班	B班
平均値	28.6m	30.8m
最大値	46m	42m
最小値		16m
範囲	31m	

表２

記録(m)	A班 度数(回)	B班 度数(回)
以上　未満		
15 ～ 20	2	3
20 ～ 25	5	3
25 ～ 30	7	5
30 ～ 35	4	8
35 ～ 40	5	5
40 ～ 45	1	1
45 ～ 50	1	0
合計	25	25

(1) A 班の記録の最小値を求めなさい。

(2) 右の文は，太郎さんが**表１**と**表２**をもとにして，A 班と B 班のどちらのペットボトルロケットが遠くまで飛んだかを判断するために考えた内容である。

・平均値を比べると，B 班のほうが大きい。
・最大値を比べると，A 班のほうが大きい。
・中央値を比べると，（　　）班のほうが大きい。

下線部について，（　　）に入る適切なものを，A，B から 1 つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。

また，選んだ理由を，**中央値が入る階級を示して**説明しなさい。

数-21-公-福島-問-04

4 百の位の数が，十の位の数より 2 大きい 3 けたの自然数がある。

この自然数の各位の数の和は 18 であり，百の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は，はじめの自然数より 99 小さい数である。

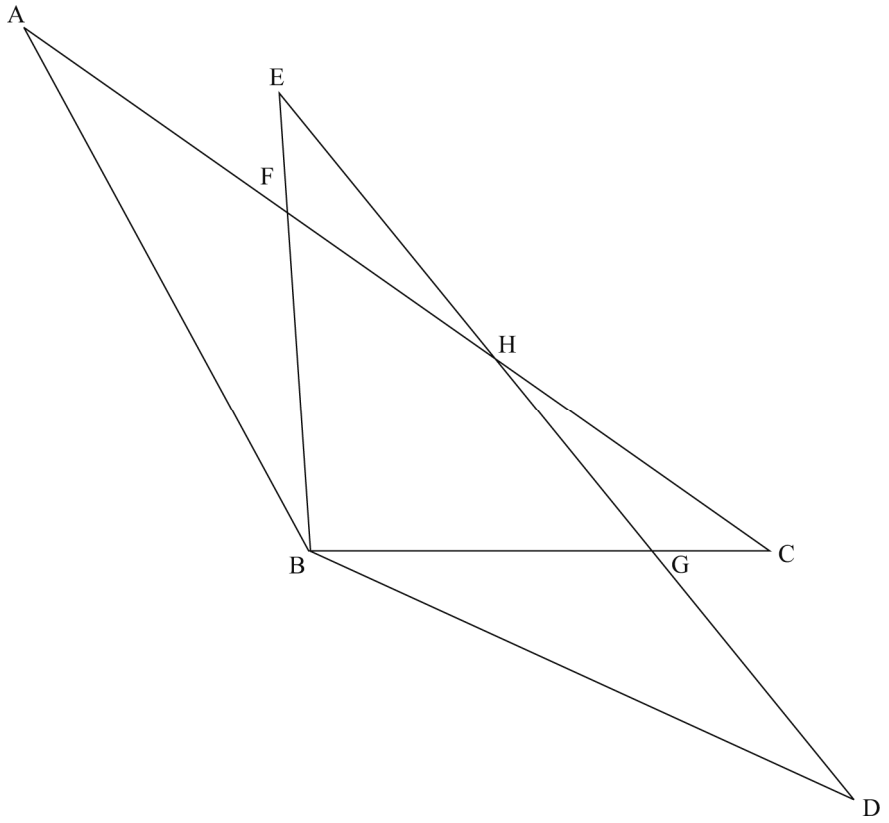
このとき，はじめの自然数を求めなさい。

求める過程も書きなさい。

数-21-公-福島-問-05

5 下の図において，△ABC≡△DBE であり，辺 AC と辺 BE との交点を F，辺 BC と辺 DE との交点を G，辺 AC と辺 DE との交点を H とする。

このとき，AF＝DG となることを証明しなさい。



6 下の図のように，2 直線ℓ，m があり，ℓ，m の式はそれぞれ$y=\frac{1}{2}x+4$，$y=-\frac{1}{2}x+2$ である。ℓと y 軸との交点，m と y 軸との交点をそれぞれ A，B とする。また，ℓと m との交点を P とする。

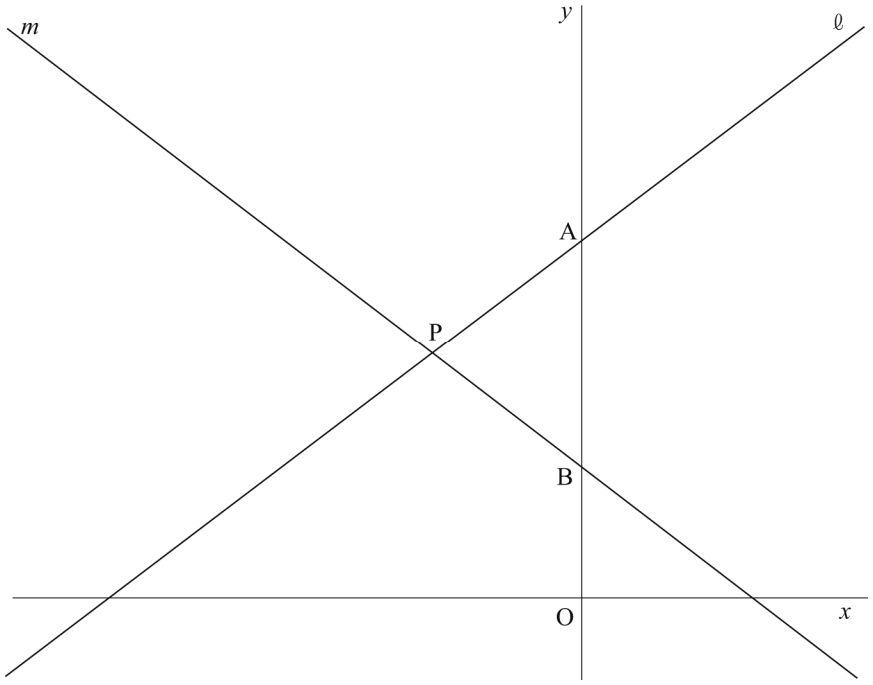
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　点 P の座標を求めなさい。

問２　y 軸上に点 Q をとり，Q の y 座標を t とする。ただし，$t>4$ とする。Q を通り x 軸に平行な直線とℓ，m との交点をそれぞれ R，S とする。

(1) $t=6$ のとき，△PRS の面積を求めなさい。

(2) △PRS の面積が△ABP の面積の 5 倍になるときの t の値を求めなさい。



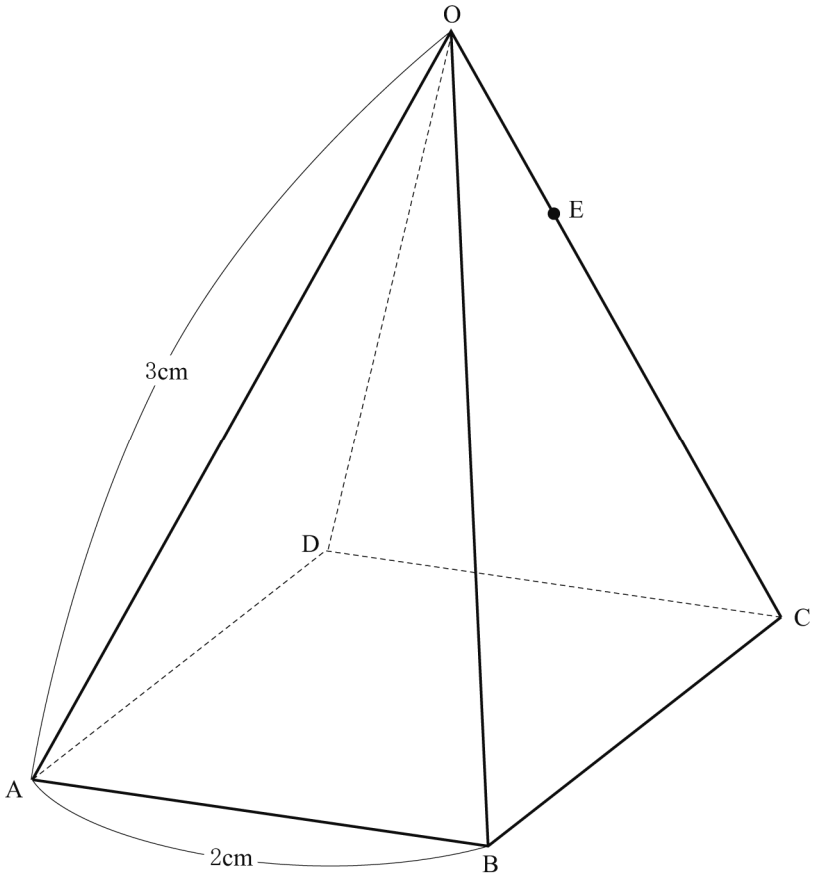
数-21-公-福島-問-07

7 下の図のような，底面が 1 辺 2 cm の正方形で，他の辺が 3 cm の正四角錐(すい)がある。
辺 OC 上に AC＝AE となるように点 E をとる。
このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

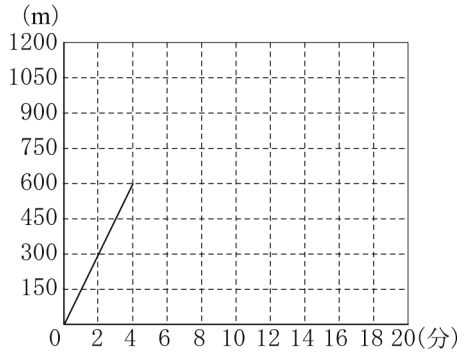
問１　線分 AE の長さを求めなさい。

問２　△OAC の面積を求めなさい。

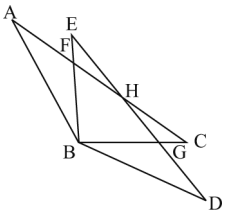
問３　E を頂点とし，四角形 ABCD を底面とする四角錐の体積を求めなさい。



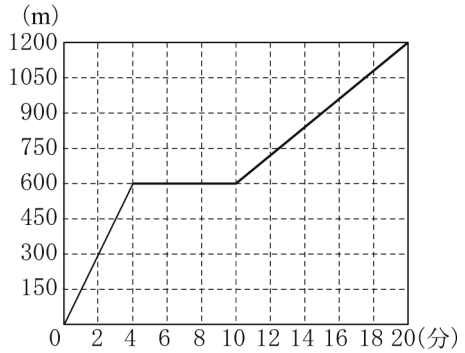
Ｒ３　福島県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-福島-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	度			
数-21-公-福島-KY-02	2	問１				
		問２	人			
		問３				
		問４				
		問５				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-福島-KY-03	3	問１	(1)	通り		
			(2)			
		問２	(1)	m		
			(2)	中央値を比べると，(　　) 班のほうが大きい。 〔理由〕		
数-21-公-福島-KY-04	4	〔求める過程〕 答　はじめの自然数 ＿＿＿＿＿＿＿＿				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-福島-KY-05	5	〔証明〕  			
数-21-公-福島-KY-06	6	問１	P(　　,　　)		
		問２ (1)			
		問２ (2)			
数-21-公-福島-KY-07	7	問１	cm		
		問２	cm^2		
		問３	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-福島-K-01	1	問１	(1)	-24	2	
			(2)	$-\frac{1}{3}$	2	
			(3)	$2x^2$	2	
			(4)	$6\sqrt{2}$	2	
		問２	720　(度)		2	
数-21-公-福島-K-02	2	問１	$-3<-2\sqrt{2}$		2	
		問２	36　(人)		2	
		問３			2	
		問４	$a=-\frac{1}{2}$		2	
		問５	エ		2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-福島-K-03	3	問１	(1)	3 （通り）	2	
			(2)	$\frac{1}{4}$	2	
		問２	(1)	15 (m)	1	
			(2)	中央値を比べると，（　B　）班のほうが大きい。 〔理由〕 (例) A 班の中央値が入る階級は， 25 m 以上 30 m 未満であり， B 班の中央値が入る階級は， 30 m 以上 35 m 未満である。 したがって，B 班のほうが大きい。	3	
数-21-公-福島-K-04	4			〔求める過程〕 (例) 十の位の数字を x，一の位の数字を y とする。 百の位の数が，十の位の数より 2 大きいから， 百の位の数字は $(x+2)$ と表される。 各位の数の和は 18 だから， $(x+2)+x+y=18$ これを整理して， $2x+y=16$ ……① はじめの自然数は， $100(x+2)+10x+y=110x+y+200$ 百の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる自然数は， $100y+10x+(x+2)=11x+100y+2$ この自然数は，はじめの自然数より 99 小さくなるから， $110x+y+200-99=11x+100y+2$ これを整理して， $x-y=-1$ ……② ①，②を連立方程式として解いて， $x=5$，$y=6$ これらは問題に適している。 よって，はじめの自然数は 756 である。 (答　はじめの自然数)　756	5	

	問題番号	解答	配点	備考
数-21-公-福島-K-05	5	〔証明〕 (例1) △ABF と△DBG において 仮定から　AB＝DB ……① 仮定から　∠BAF＝∠BDG ……② 仮定から　∠ABC＝∠DBE ……③ ∠ABF＝∠ABC－∠CBE ……④ ∠DBG＝∠DBE－∠CBE ……⑤ ③，④，⑤より　∠ABF＝∠DBG ……⑥ ①，②，⑥より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △ABF≡△DBG 合同な図形の対応する辺は等しいから AF＝DG (例2) △EBG と△CBF において 仮定から　BE＝BC ……① 仮定から　∠BEG＝∠BCF ……② 共通な角は等しいから　∠EBG＝∠CBF ……③ ①，②，③より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △EBG≡△CBF 合同な図形の対応する辺は等しいから EG＝CF ……④ 仮定から　AC＝DE ……⑤ AF＝AC－CF ……⑥ DG＝DE－EG ……⑦ ④，⑤，⑥，⑦から AF＝DG	5	
数-21-公-福島-K-06	6	問1：P(−2，3)	1	
		問2 (1)：18	2	
		問2 (2)：$t=3+\sqrt{5}$	3	
数-21-公-福島-K-07	7	問1：$2\sqrt{2}$ (cm)	1	
		問2：$\sqrt{14}$ (cm^2)	2	
		問3：$\frac{32\sqrt{7}}{27}$ (cm^3)	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。

数-21-公-福島-KS-01

1　【計算分野，多角形の内角】

問１　(3)　$-8x^3 \div 4x^2 \times (-x) = -8x^3 \times \dfrac{1}{4x^2} \times (-x) = \dfrac{8x^3 \times x}{4x^2} = 2x^2$

問２　n 角形の内角の和は，$180° \times (n-2)$ なので，六角形の内角の和は，$180° \times (6-2) = 720°$

数-21-公-福島-KS-02

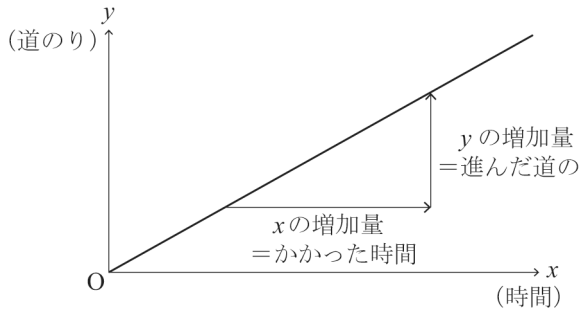
2　【小問集合】

問２　自転車通学をしている生徒の人数を x 人とする。生徒の人数は合計で 126 人だから，徒歩通学をしている生徒の人数は，$(126-x)$ 人である。よって，$(126-x) : x = 5 : 2$ を解いて，$x = 36$（人）

問３　花屋から駅までの 600m を毎分 60 m の速さで歩いたので，かかった時間は，$\dfrac{600}{60} = 10$（分）である。

グラフより，家から花屋までは 4 分かかっているので，花屋にいた時間は，$20-4-10 = 6$（分）である。

ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



$\Rightarrow$ 速さ $= \dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}} = \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝ 変化の割合（一次関数の傾き）

問４　$x=2$ のとき，$y = a \times 2^2 = 4a$，$x=6$ のとき，$y = a \times 6^2 = 36a$

よって，x の増加量は，$6-2=4$，y の増加量は，$36a-4a=32a$ なので，変化の割合は，

$\dfrac{32a}{4} = 8a$ であり，これが -4 と等しいので，$8a = -4$　よって，$a = -\dfrac{1}{2}$

別解として，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ であることを利用し，$a \times (2+6) = 8a$ と表すこともできる。

ポイント》変化の割合のポイント

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

［公式］変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ（比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$）

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ（反比例 $y = \dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$）

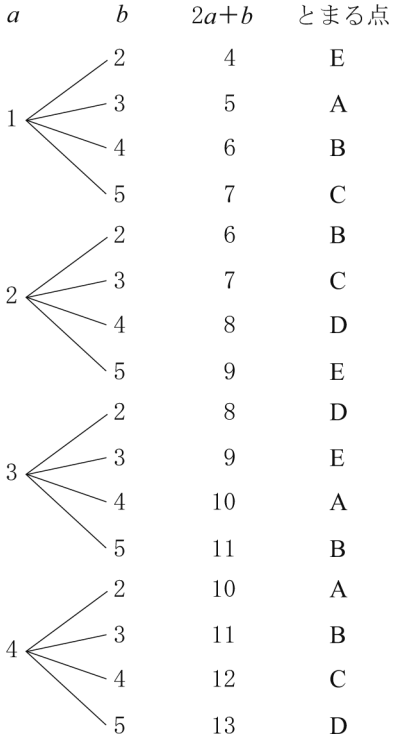
→変化の割合は場所により変化するため，**［公式］**を利用して計算する必要がある。

※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

3 【確率，資料の活用】

問1 (1) 「それぞれ4個の玉が入った2つの箱から，1個ずつ合計2個の玉を取り出す」ということを行うので，まずはその樹形図をかく。点Dにとまるのは，3通り。

(2) 樹形図より，点Aにとまるのは3通り，点Bにとまるのは4通り，点Cにとまるのは3通り，点Eにとまるのは3通り。よって，点Bにとまる確率がもっとも大きく，その確率は，$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

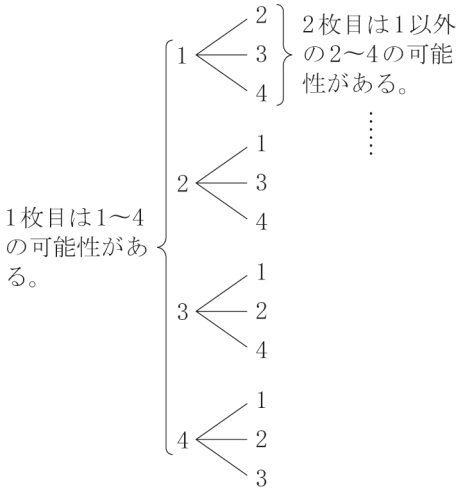


ポイント》確率のポイント

① さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

② 樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。

例：4枚のカード 1, 2, 3, 4 から2枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問2 (1) (範囲)＝(最大値)－(最小値)であることから，(最小値)＝(最大値)－(範囲)＝46－31＝15(m)

(2)

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

① 平均値…1つ1つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある2つの数値の平均＝中央値

③ 最頻値（モード）…資料の中で，もっとも多く出てくる値

数-21-公-福島-KS-04

4 【連立方程式の利用】

ポイント》「○けたの自然数」についての問題では，その自然数を，各位の数を文字でおいて表す。

例　3 けたの自然数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，$100a+10b+c$ と表すことができる。

数-21-公-福島-KS-05

5 【平面図形】

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，前問の結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

解答のヒント

① 問題文中から，条件として△ABC≡△DBE が見つかる。

② △ABC≡△DBE から，「対応する辺の長さ，角の大きさがそれぞれ等しい」など，発想を広げることができる。

③ 今回は AF＝DG となることの証明なので，その辺を含む三角形である△ABF と△DBG の合同を証明していく。

数-21-公-福島-KS-06

6 【関数のグラフと図形】

問１　点 P は，直線 $\ell : y=\frac{1}{2}x+4$ と，直線 $m : y=-\frac{1}{2}x+2$ との交点だから，これらの式を連立方程式として解くと，$x=-2$，$y=3$　よって，P$(-2,\ 3)$

問２　(1) $t=6$ ということは，Q$(0,\ 6)$であり，2 点 R，S の y 座標も 6 である。

点 R は，直線 $\ell : y=\frac{1}{2}x+4$ 上にあるので，

$y=6$ を代入して，$6=\frac{1}{2}x+4$　⇒　$x=4$

⇒　R$(4,\ 6)$

点 S は，直線 $m : y=-\frac{1}{2}x+2$ 上にあるので，$y=6$ を代入して，$6=-\frac{1}{2}x+2$

⇒　$x=-8$

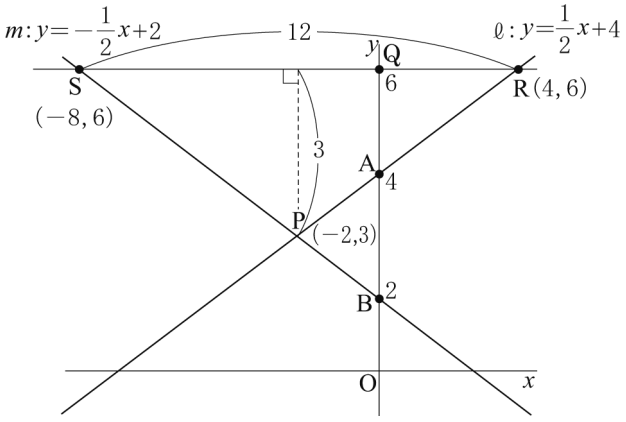
⇒　S$(-8,\ 6)$

よって，RS＝4－(－8)＝12

底辺を RS としたときの△PRS の高さは，6－3＝3

したがって，$\triangle PRS=\frac{1}{2}\times 12\times 3=18$

図１



(2) AB＝4－2＝2 であり，底辺を AB としたときの△ABP の高さは，0－(－2)＝2

したがって，$\triangle ABP=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

点 R は，直線 ℓ ：$y=\frac{1}{2}x+4$ 上にあるので，

$y=t$ を代入して，$t=\frac{1}{2}x+4$ ⇒ $x=2t-8$

⇒ R$(2t-8,\ t)$

点 S は，直線 m : $y=-\frac{1}{2}x+2$ 上にあるので，

$y=t$ を代入して，$t=-\frac{1}{2}x+2$

⇒ $x=-2t+4$

⇒ S$(-2t+4,\ t)$

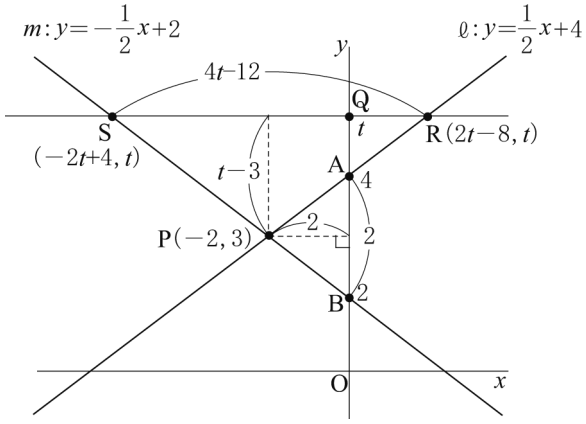
よって，RS＝$2t-8-(-2t+4)=4t-12$

底辺を RS としたときの△PRS の高さは，$t-3$

したがって，$\triangle PRS=\frac{1}{2}\times(4t-12)\times(t-3)=2(t-3)^2$

よって，△PRS＝5△ABP より，$2(t-3)^2=5\times 2$ ⇒ $t=3\pm\sqrt{5}$ ⇒ $t>4$ より，$t=3+\sqrt{5}$

図２



数-21-公-福島-KS-07

7 【空間図形】

問１ 線分 AC は，正方形 ABCD の対角線なので，AC＝$2\sqrt{2}$(cm)

よって，AE＝AC＝$2\sqrt{2}$(cm)

問２ △OAC において，点 O から辺 AC に垂線 OF をおろすと，△OAC は OA＝OC の二等辺三角形だから，

AF＝CF＝$\frac{1}{2}$AC＝$\sqrt{2}$(cm)

△OAF において，三平方の定理より，

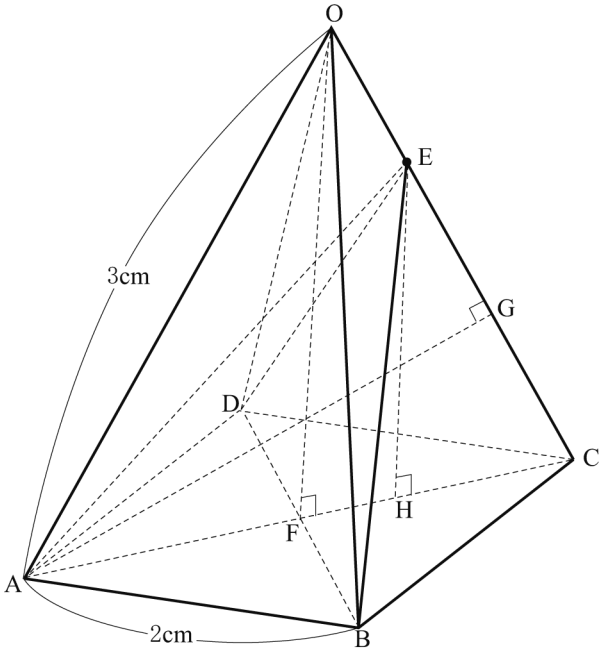
$OF^2=OA^2-AF^2=3^2-(\sqrt{2})^2=7$

⇒ OF＞0 より，OF＝$\sqrt{7}$(cm)

よって，$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times AC\times OF$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{7}=\sqrt{14}$(cm^2)

図１



問３　△OAC において，点 A から辺 OC に垂線 AG をおろすと，

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times OC\times AG=\frac{3}{2}AG=\sqrt{14}$

より，$AG=\frac{2\sqrt{14}}{3}$(cm)

また，△ACE は AC＝AE の二等辺三角形だから，CG＝EG

△ACG において，三平方の定理より，

$CG^2=AC^2-AG^2=(2\sqrt{2})^2-\left(\frac{2\sqrt{14}}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

⇒　CG＞0 より，$CG=\frac{4}{3}$(cm)，$CE=2CG=\frac{8}{3}$(cm)

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times CE\times AG=\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{2\sqrt{14}}{3}=\frac{8\sqrt{14}}{9}$(cm^2)

点 E から辺 AC に垂線 EH をおろすと，

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times AC\times EH=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times EH=\sqrt{2}EH=\frac{8\sqrt{14}}{9}$より，

$EH=\frac{8\sqrt{7}}{9}$(cm)

(四角錐の体積)$=\frac{1}{3}\times$(正方形 ABCD)$\times EH=\frac{1}{3}\times 2\times 2\times\frac{8\sqrt{7}}{9}$

$=\frac{32\sqrt{7}}{27}$(cm^3)

図２

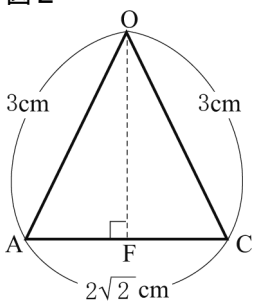


図３

