Ｒ４　福島県　公立　数学　問題

数-22-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$3-9$

(2)　$\frac{7}{6}\times(-12)$

(3)　$5(a-2b)-2(2a-3b)$

(4)　$\sqrt{12}\times\sqrt{45}$

問２　半径が 5 cm，中心角が 72° のおうぎ形の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

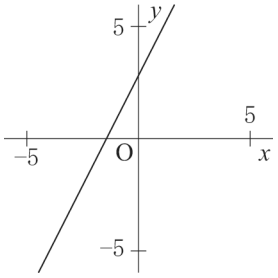
数-22-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

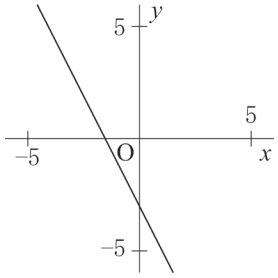
問１　1 枚の重さ a g の原稿用紙 16 枚をまとめて，重さ b g の封筒に入れると，全体の重さは 250 g 以上になった。このとき，数量の間の関係を，不等式で表しなさい。

問２　下の図の**ア**～**エ**のグラフは，1 次関数 $y=2x-3$，$y=2x+3$，$y=-2x-3$，$y=-2x+3$ のいずれかである。1 次関数 $y=2x-3$ のグラフを**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

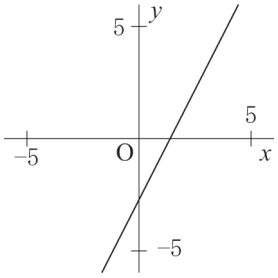
ア



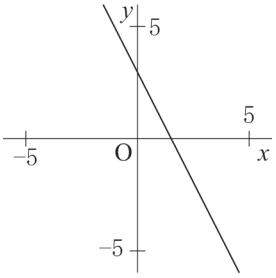
イ



ウ



エ



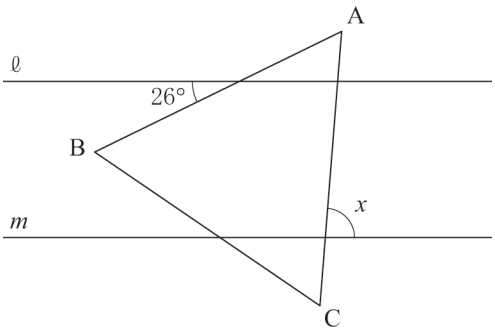
問３　2 次方程式 $(x-2)^2-6=0$ を解きなさい。

問４　下の**資料**は，ある中学校の生徒 10 人の通学時間の記録を示したものである。この**資料**の生徒 10 人の通学時間の記録の中央値を求めなさい。

資料　18，4，20，7，9，10，13，25，18，11　(単位：分)

問５　右の図で，△ABC は正三角形であり，ℓ // m である。

このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



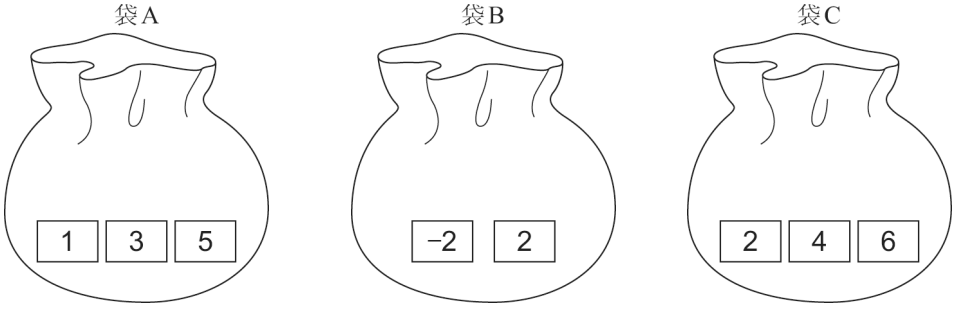
数-22-公-福島-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　下の図のように，袋 A の中には 1，3，5 の整数が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが，袋 B の中には−2，2 の整数が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが，袋 C の中には 2，4，6 の整数が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードがそれぞれ入っている。

3 つの袋 A，B，C から，それぞれ 1 枚のカードを取り出す。このとき，袋 A から取り出したカードに書かれた整数を a，袋 B から取り出したカードに書かれた整数を b，袋 C から取り出したカードに書かれた整数を c とする。

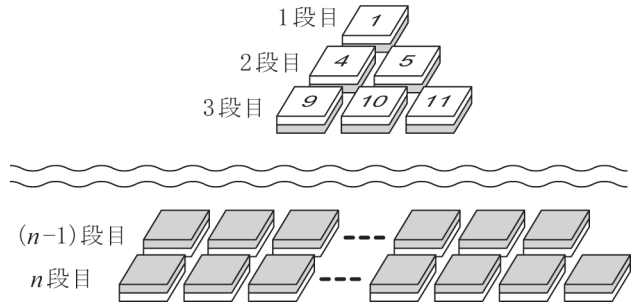
ただし，3 つの袋それぞれにおいて，どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。



(1)　$ab+c=-4$ となる場合は何通りあるか求めなさい。

(2)　$ab+c$ の値が正の数となる確率を求めなさい。

問２　右の図のように，自然数が書かれた積み木がある。



１段目の左端の積み木には $1^2=1$，２段目の左端の積み木には $2^2=4$，３段目の左端の積み木には $3^2=9$ となるように，各段の左端に，段の数の２乗の自然数が書かれた積み木を並べる。

次に，１段目には１個，２段目には２個，３段目には３個のように，段の数と同じ個数の積み木を並べる。２段目以降は，左端の積み木から右へ順に，積み木に書かれた自然数が１ずつ大きくなるように，積み木を並べる。

n 段目の右端の積み木に書かれた自然数を a，$(n-1)$ 段目の右端の積み木に書かれた自然数を b とする。ただし，n は８以上の自然数とする。また，図の n 段目と $(n-1)$ 段目の積み木は，裏返した状態である。

(1) ８段目の右端の積み木に書かれた自然数を求めなさい。

(2) ２つの自然数 a，b について，$a-b$ を計算すると，どのようなことがいえるか。次の**ア**～**ウ**の中から正しいものを１つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。

また，a，b を，それぞれ n を使った式で表し，選んだものが正しい理由を説明しなさい。

ア　$a-b$ は，いつでも偶数である。

イ　$a-b$ は，いつでも奇数である。

ウ　$a-b$ は，いつでも３の倍数である。

数-22-公-福島-問-04

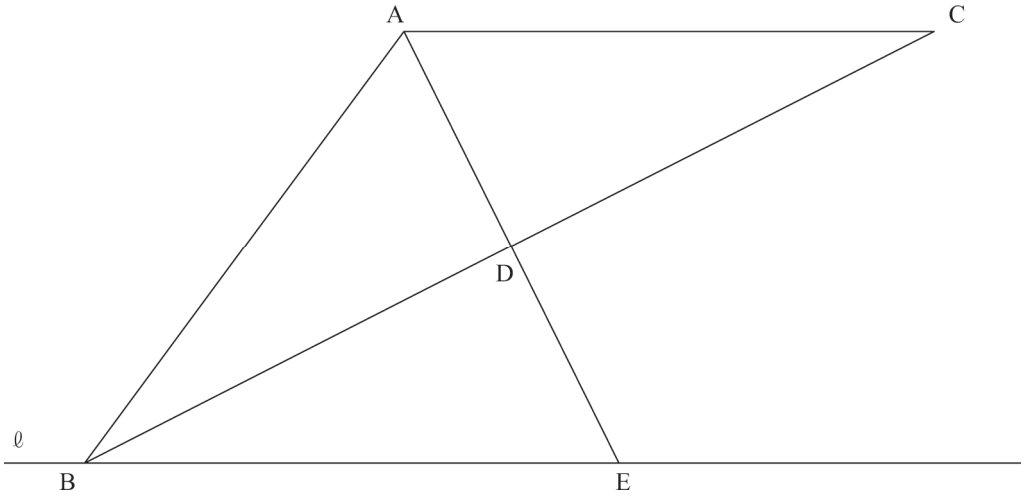
4　そうたさんとゆうなさんが，下の**＜ルール＞**にしたがい，１枚の重さ５gのメダルA，１枚の重さ４gのメダルBをもらえるじゃんけんゲームを行った。

＜ルール＞
（1）　じゃんけんの回数
　○　30回とする。
　○　あいこになった場合は，勝ち負けを決めず，１回と数える。
（2）　１回のじゃんけんでもらえるメダルの枚数
　○　勝った場合は，メダルAを２枚，負けた場合は，メダルBを１枚もらえる。
　○　あいこになった場合は，２人ともメダルAを１枚，メダルBを１枚もらえる。

ゲームの結果，あいこになった回数は８回であった。
また，そうたさんが，自分のもらったすべてのメダルの重さをはかったところ，232 gであった。
このとき，そうたさんとゆうなさんがじゃんけんで勝った回数をそれぞれ求めなさい。
求める過程も書きなさい。

数-22-公-福島-問-05

5 下の図のように，△ABC があり，直線ℓは点 B を通り辺 AC に平行な直線である。
また，∠BAC の二等分線と辺 BC，ℓとの交点をそれぞれ D，E とする。
AC＝BE であるとき，△ABD≡△ACD となることを証明しなさい。



6 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線ℓがあり，2 点 A，B で交わっている。ℓの式は $y=x+4$ であり，A，B の x 座標はそれぞれ -2，4 である。

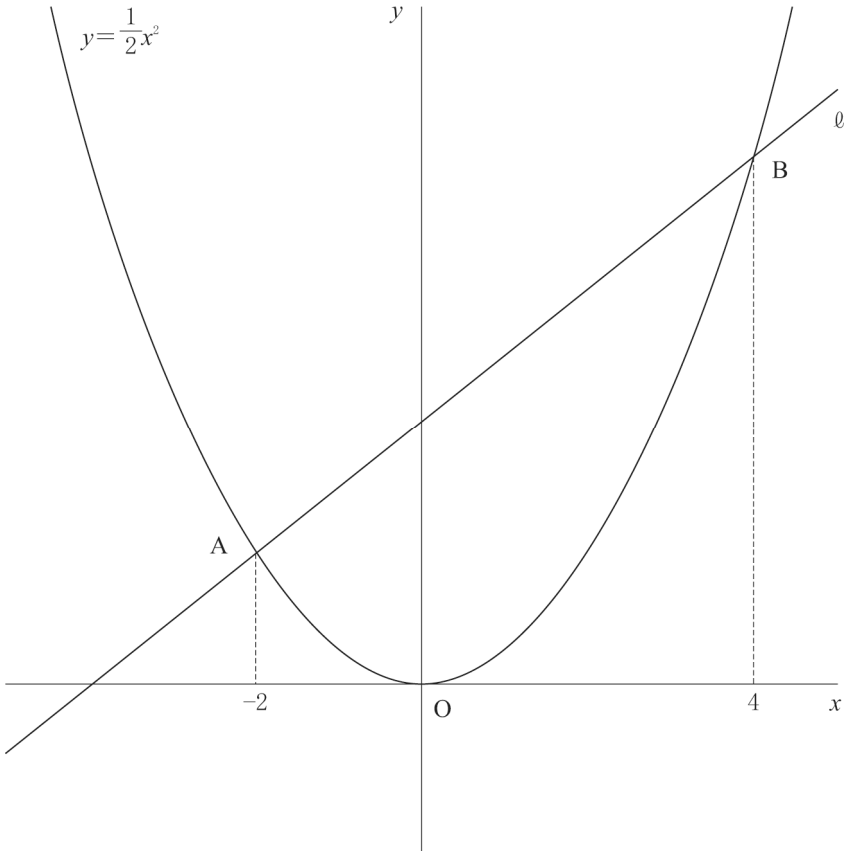
A と x 軸について対称な点を C とするとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　点 C の座標を求めなさい。

問２　2 点 B，C を通る直線の式を求めなさい。

問３　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<4$ とする。

△PBC の面積が△ACB の面積の $\frac{1}{4}$ となる t の値を求めなさい。



7 下の図のような，底面が DE＝EF＝6 cm の直角二等辺三角形で，高さが 9 cm の三角柱がある。辺 AC の中点を M とする。

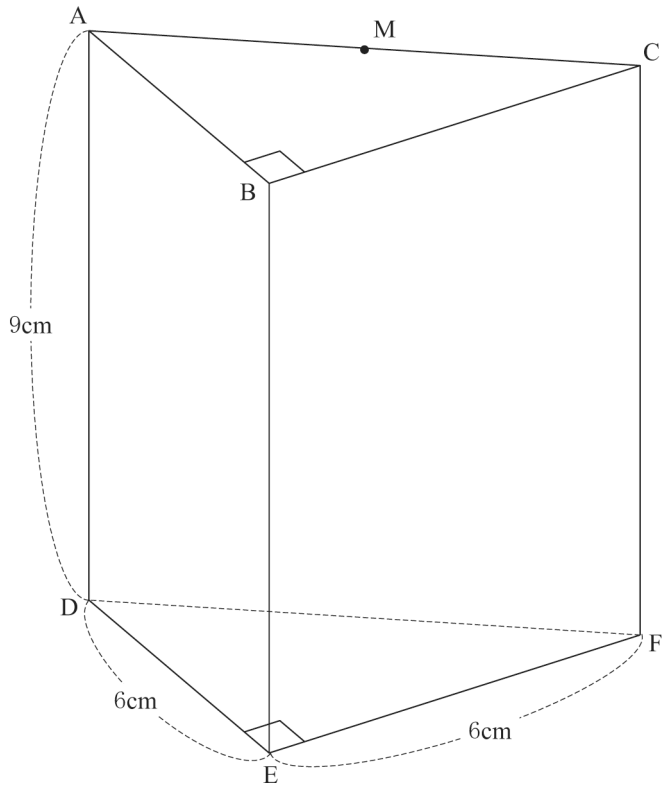
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　線分 BM の長さを求めなさい。

問２　辺 BE 上に，△APC の面積が 30 cm^2 となるように点 P をとる。

(1) 線分 PM の長さを求めなさい。

(2) 3 点 A，C，P を通る平面と点 B との距離を求めなさい。

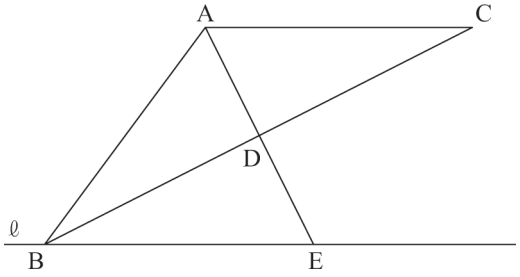


Ｒ４　福島県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-福島-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	cm^2			
数-22-公-福島-KY-02	2	問１				
		問２				
		問３				
		問４	分			
		問５	度			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-福島-KY-03	3	問１	(1)	通り		
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)	(　　) 〔理由〕		

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数−22−公−福島−KY−04	4	〔求める過程〕 答 そうたさんが勝った回数 ＿＿＿＿＿＿＿＿回 ゆうなさんが勝った回数 ＿＿＿＿＿＿＿＿回		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-福島-KY-05	5	〔証明〕  			
数-22-公-福島-KY-06	6	問１	C(　　,　　)		
		問２			
		問３			
数-22-公-福島-KY-07	7	問１	cm		
		問２ (1)	cm		
		問２ (2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-福島-K-01	1	問１	(1)	-6	2	
			(2)	-14	2	
			(3)	$a-4b$	2	
			(4)	$6\sqrt{15}$	2	
		問２	5π　cm^2		2	
数-22-公-福島-K-02	2	問１	$16a+b \geqq 250$		2	
		問２	ウ		2	
		問３	$x=2\pm\sqrt{6}$		2	
		問４	12　分		2	
		問５	86　度		2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−22−公−福島−木−03	3	問１	(1)	2　通り	2	
			(2)	$\frac{11}{18}$	2	
		問２	(1)	71	1	
			(2)	(　ア　) 〔理由〕 (例) n 段目の左端の数は n^2 で，n 段目には連続する自然数が n 個並んでいることから， $a=n^2+(n-1)$ $=n^2+n-1$ また，$(n-1)$ 段目の左端の数は $(n-1)^2$ で，$(n-1)$ 段目には連続する自然数が $(n-1)$ 個並んでいることから， $b=(n-1)^2+(n-2)$ $=n^2-n-1$ よって， $a-b=(n^2+n-1)-(n^2-n-1)$ $=n+n$ $=2n$ n は自然数であるから，$2n$ は偶数である。 以上より，$a-b$ は，いつでも偶数である。	3	

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数-22-公-福島-K-04	4	〔求める過程〕 (例) そうたさんが勝った回数を x 回，ゆうなさんが勝った回数を y 回とする。 そうたさんの負けた回数は y 回と表される。 そうたさんの勝った回数は x 回，負けた回数は y 回，あいこの回数は 8 回であるから， $x+y+8=30$ これを整理して， $x+y=22$ ……① そうたさんがもらったメダル A の枚数は $(2x+8)$ 枚，メダル B の枚数は $(y+8)$ 枚と表される。 そうたさんがもらったすべてのメダルの重さが 232 g であるから， $5\times(2x+8)+4\times(y+8)=232$ これを整理して， $5x+2y=80$ ……② ①，②を連立方程式として解いて， $x=12$，$y=10$ これらは問題に適している。 答 { そうたさんが勝った回数　12　回 ゆうなさんが勝った回数　10　回	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-福島-K-05	5	〔証明〕 (例 1) △ABD と△ACD において AD は共通 ……① 仮定から　∠BAD＝∠CAD ……② また，平行線の錯角は等しいから AC // BE より ∠CAD＝∠BED ……③ ②，③より　∠BAD＝∠BED ……④ ④より　△BAE は二等辺三角形だから　BA＝BE ……⑤ 仮定から　AC＝BE ……⑥ ⑤，⑥より　BA＝CA ……⑦ ①，②，⑦より　2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABD≡△ACD (例 2) 線分 EC をひく。 四角形 ABEC において 仮定から　AC // BE ……① 仮定から　AC＝BE ……② ①，②より　1 組の対辺が平行でその長さが等しいから 四角形 ABEC は平行四辺形である。 △ABD と△ACD において 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから BD＝CD ……③ AD は共通 ……④ 仮定から　∠BAD＝∠CAD ……⑤ また，平行線の錯角は等しいから AC // BE より ∠CAD＝∠BED ……⑥ ⑤，⑥より　∠BAD＝∠BED ……⑦ ⑦より　△BAE は二等辺三角形だから　BA＝BE ……⑧ 仮定から　AC＝BE ……⑨ ⑧，⑨より　BA＝CA ……⑩ ③，④，⑩より　3 組の辺がそれぞれ等しいから △ABD≡△ACD		5	
数-22-公-福島-K-06	6	問 1		C (−2, −2)	1	
		問 2		$y=\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$	2	
		問 3		$t=\frac{5+\sqrt{31}}{3}$	3	
数-22-公-福島-K-07	7	問 1		$3\sqrt{2}$ cm	1	
		問 2	(1)	$5\sqrt{2}$ cm	2	
			(2)	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$ cm	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。

数-22-公-福島-KS-01

1　【小問集合】

問１　(3) (与式)$=5a-10b-4a+6b=a-4b$

(4) (与式)$=2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=6\sqrt{15}$

問２　おうぎ形の面積の公式より，$5^2\times\pi\times\dfrac{72}{360}=5\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

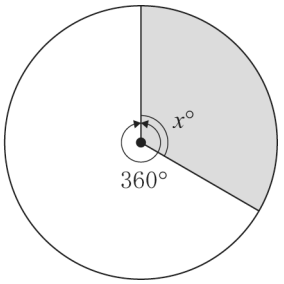
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times\ \dfrac{x}{360}$

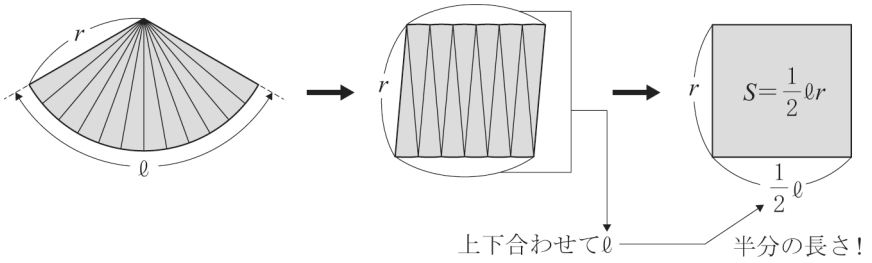
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times\ \dfrac{x}{360}$

←「一部分」……「１周360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，$S=\dfrac{1}{2}\ell r$



数-22-公-福島-KS-02

2　【小問集合】

問１　(原稿用紙16枚の重さ)＋(封筒の重さ)≧250 という関係を読み取る。

問２　１次関数 $y=2x-3$ の傾きと切片に注目する。傾きが正の数なので，グラフは右上がりである。よって答えは**ア**か**ウ**になる。加えて，切片が-3と負の数であることから，y軸の負の部分と交わるので，答えは**ウ**である。

問３　$(x-2)^2=6$，$x-2=\pm\sqrt{6}$　　$x=2\pm\sqrt{6}$

解の公式を利用して解いてもよい。与式を整理すると，$x^2-4x-2=0$　ここで２次方程式の解の公式を使うと，$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=2\pm\sqrt{6}$

問４　与えられたデータを小さい順に並べると，4，7，9，10，11，13，18，18，20，25　となる。

データが10個なので中央値は小さい方から５番目と６番目の値の平均値となり，(11＋13)÷2＝12 (分)

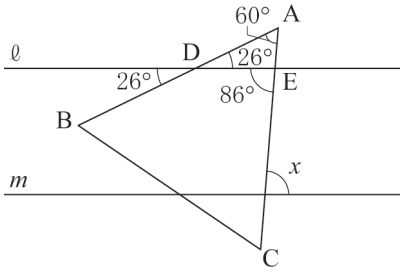
問５　点D，Eを**図１**のように定義する。対頂角の関係性に注目すると，∠ADE＝26°

△ABCは正三角形であり，∠DAE＝60°

△ADEの∠Eの外角の性質より，∠CED＝26°＋60°＝86°

$\ell\ //\ m$ で平行線の錯角は等しく，$\angle x=\angle\mathrm{CED}=86°$

図１



数-22-公-福島-KS-03

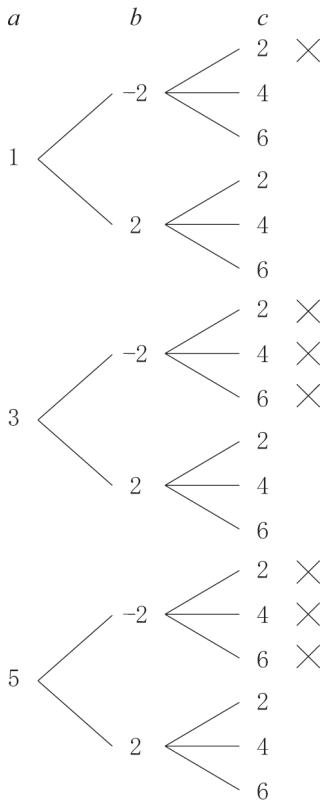
3 【確率，規則性】

問１　(1) $ab+c$ が，「$-6+2$」となるか，「$-10+6$」となれば条件を満たす。よって，$(a, b, c)=(3, -2, 2)$，$(5, -2, 6)$の 2 通り

(2) 樹形図を使って全通りを書き出すと，**図１**のようになる。このうち，条件を満たさない場合，つまり $ab+c$ の値が 0 か負の数になる場合は，右図の×を付けた 7 通り。

よって，求める確率は，$1-\frac{7}{18}=\frac{11}{18}$

図１



問２　(1) 8 段目の左端の積み木に書かれた数は $8^2=64$ であり，8 段目には合計 8 個の積み木がある。よって，64 が書かれた積み木の右に 7 個の積み木が並ぶので，右端の積み木に書かれた自然数は，

$64+7=71$

(2) (1)と同じように考える。n 段目の左端の積み木に書かれた数は n^2 であり，n 段目には合計 n 個の積み木がある。よって，n^2 が書かれた積み木の右に$(n-1)$個の積み木が並ぶので，右端の積み木に書かれた自然数 a は，$n^2+(n-1)$と表せる。$(n-1)$段目でも同じように考えて，自然数 b を，n を使って表したい。

ポイント》規則性問題を突破するには

まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

数-22-公-福島-KS-04

4 【連立方程式の利用】

問題文を読み，メダルをもらうルールを正確に把握する必要がある。

（別解）1 次方程式で解く方法。30 回のうち 8 回があいこなので，そうたさんの勝った回数を x 回とおくと，負けた回数は，$30-8-x=22-x$(回)と表せる。よって，そうたさんのもらったメダルの重さに注目して方程式をつくると，$8\times9+10x+4(22-x)=232$　これを解いて，$x=12$　よって，そうたさんの勝った回数は 12 回，ゆうなさんの勝った回数は，$22-12=10$(回)

数-22-公-福島-KS-05

5 【平面図形】

2 つの角の大きさが等しいことから，△BAE が二等辺三角形であること，すなわち BA＝BE に気付けるかどうかが，問題を解く 1 つの鍵になっただろう。

ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

数-22-公-福島-KS-06

6 【関数のグラフと図形】

問１　点 A の座標は$(-2, 2)$である。点 C は，点 A を x 軸を軸として対称移動させた点なので，x 座標は等しく，y 座標は符号を変えた数になる。

問２　点 B$(4, 8)$，点 C$(-2, -2)$であることから，2 点を通る直線の式を求める。

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times\{(\text{点 B の } x \text{ 座標})-(\text{点 A の } x \text{ 座標})\}=\frac{1}{2}\times 4\times 6=12$　よって，$\triangle PBC$ の面積が 3 となる t の値を求めればよい。点 P は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点なので，点 $P\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ と表せる。また，x 座標が t である BC 上の点を P′ とおくと，その座標は $P'\left(t,\ \frac{5}{3}t+\frac{4}{3}\right)$ と表せる。

$\triangle PBC=\triangle PP'C+\triangle PP'B$

$=\frac{1}{2}\times PP'\times(t+2)+\frac{1}{2}\times PP'\times(4-t)=\frac{1}{2}\times PP'\times 6$

$=3\times\left(\frac{5}{3}t+\frac{4}{3}-\frac{1}{2}t^2\right)=-\frac{3}{2}t^2+5t+4$

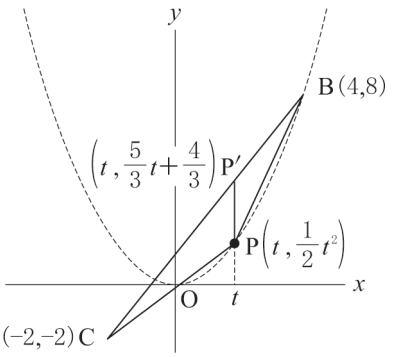
$\triangle PBC$ の面積が 3 になるときの t の値を求めたいので，

$-\frac{3}{2}t^2+5t+4=3$　整理すると，$3t^2-10t-2=0$

$t=\frac{5\pm\sqrt{31}}{3}$　ここで，$0<t<4$ から，$t=\frac{5-\sqrt{31}}{3}$ は不適。

よって，$t=\frac{5+\sqrt{31}}{3}$

図１



数-22-公-福島-KS-07

7　【空間図形】

問１　$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形なので，$BM\perp AC$ である。さらに，$\angle CAB=45^\circ$ より，$\triangle ABM$ も直角二等辺三角形となるので，$AB:BM=\sqrt{2}:1$ から，$BM=3\sqrt{2}$ (cm)

問２　(1) $\triangle ABP\equiv\triangle CBP$ から $AP=CP$ が成り立ち，$\triangle APC$ は $AP=CP$ の二等辺三角形である。よって，$PM\perp AC$ となり，$\triangle APC=\frac{1}{2}\times PM\times AC$　$30=\frac{1}{2}\times PM\times 6\sqrt{2}$　よって，$PM=5\sqrt{2}$ (cm)

(2) 3 点 A，C，P を通る平面と点 B との距離は，点 B から平面 ACP にひいた垂線の長さに等しい。

その長さを h (cm)とおく。三角錐 P−ABC の体積を V とおくと，$V=\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times PB$ …①

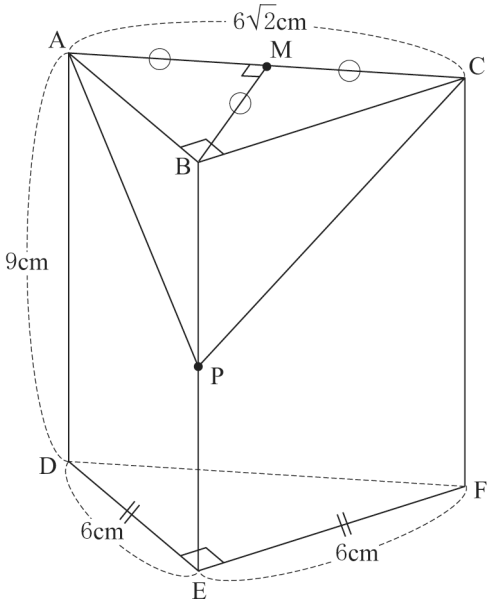
ここで，PB の長さを求める。$\triangle PBM$ は$\angle B=90°$の直角三角形なので三平方の定理より，$PM^2=BM^2+BP^2$

$PM=5\sqrt{2}$，$BM=3\sqrt{2}$ を代入して，$PB^2=32$　$PB>0$ より，$PB=4\sqrt{2}$ (cm)　これを①に代入すると，

$V=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)\times 4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$ (cm^3)　ここで，三角錐 P−ABC の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle APC\times h$ とも表せることに注目すると，$24\sqrt{2}=\frac{1}{3}\times\triangle APC\times h$

$\triangle APC=30$ (cm^2)を代入し整理して，$h=\frac{12\sqrt{2}}{5}$ (cm)

図１



ポイント》図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）