R５　福島県　公立　数学　問題

数-23-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1) $(-21)\div 7$

(2) $-\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

(3) $(-3a)\times(-2b)^3$

(4) $\sqrt{8}-\sqrt{18}$

問２　ある球の半径を 2 倍にすると，体積はもとの球の体積の何倍になるか，求めなさい。

数-23-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

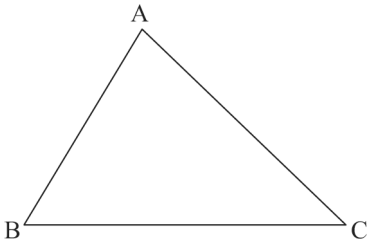
問１　桃の果汁が 31%の割合で含まれている飲み物がある。この飲み物 a mL に含まれている桃の果汁の量は何 mL か，a を使った式で表しなさい。

問２　等式 $3x+2y-4=0$ を y について解きなさい。

問３　右の図のような，△ABC がある。

辺 AC 上にあって，辺 AB，BC までの距離が等しい点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



問４　関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問５　**図１**は，ある学級の生徒 30 人について，先月の図書館の利用回数を調べ，その分布のようすをヒストグラムに表したものである。例えば，利用回数が 2 回以上 4 回未満の生徒は 3 人であることがわかる。また，**図２**の**ア**～**エ**のいずれかは，この利用回数の分布のようすを箱ひげ図に表したものである。その箱ひげ図を**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

図１

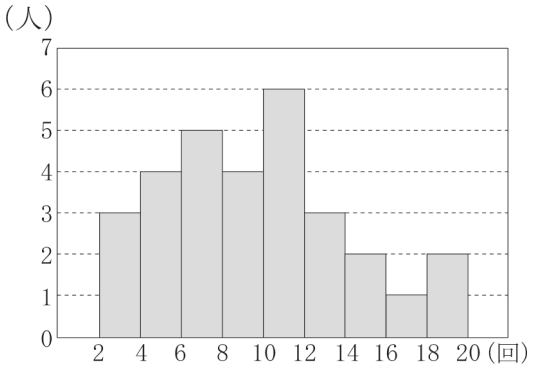
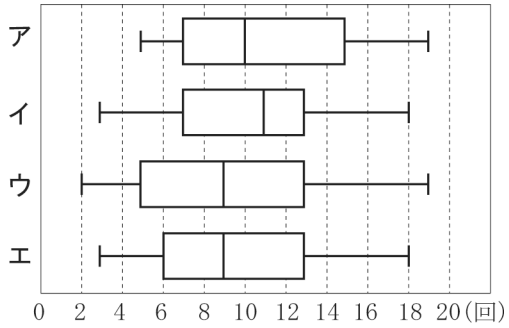


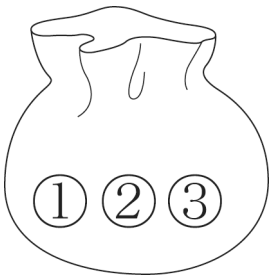
図２



数-23-公-福島-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　右の図のように，袋の中に 1，2，3 の数字が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が入っている。A，B の 2 人が，この袋の中から，**＜取り出し方のルール＞**の**(ア)**，**(イ)**のいずれかにしたがって，1 個ずつ玉を取り出し，書かれた数が大きいほうの玉を取り出した人が景品をもらえるゲームを考える。書かれた数が等しい場合には 2 人とも景品はもらえない。ただし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。



＜取り出し方のルール＞

(ア)　はじめに A が玉を取り出す。次に，その取り出した玉を袋の中にもどし，よくかき混ぜてから B が玉を取り出す。

(イ)　はじめに A が玉を取り出す。次に，その取り出した玉を袋の中にもどさず，続けて B が玉を取り出す。

(1) ルール**(ア)**にしたがったとき，A が景品を**もらえる**確率を求めなさい。

(2) A が景品を**もらえない**確率が大きいのは，ルール**(ア)**，**(イ)**のどちらのルールにしたがったときか。**ア**，**イ**の記号で答え，その確率も書きなさい。

問２　**図１**のように，整数を 1 から順に 1 段に 7 つずつ並べたものを考え，縦，横に 2 つずつ並んでいる 4 つの整数を四角形で囲む。ただし，○は整数を省略したものであり，囲んだ位置は例である。

このとき，囲んだ 4 つの整数を

a	b
c	d

とすると，$ad-bc$ はつねに同じ値になる。

図１

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(1) $ad-bc$ の値を求めなさい。

(2) **図２**のように，1 段に並べる整数の個数を n に変えたものを考える。ただし，n は 2 以上の整数とする。

このとき，$ad-bc$ はつねに n を使って表された同じ式になる。その式を解答用紙の (　　) の中に書きなさい。また，それがつねに成り立つ理由を説明しなさい。

図２

1	○	○	○	…	n
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

数-23-公-福島-問-04

4　ある中学校で地域の清掃活動を行うために，生徒 200 人が 4 人 1 組または 5 人 1 組のグループに分かれた。ごみ袋を配るとき，1 人 1 枚ずつに加え，グループごとの予備として 4 人のグループには 2 枚ずつ，5 人のグループには 3 枚ずつ配ったところ，配ったごみ袋は全部で 314 枚であった。

このとき，4 人のグループの数と 5 人のグループの数をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

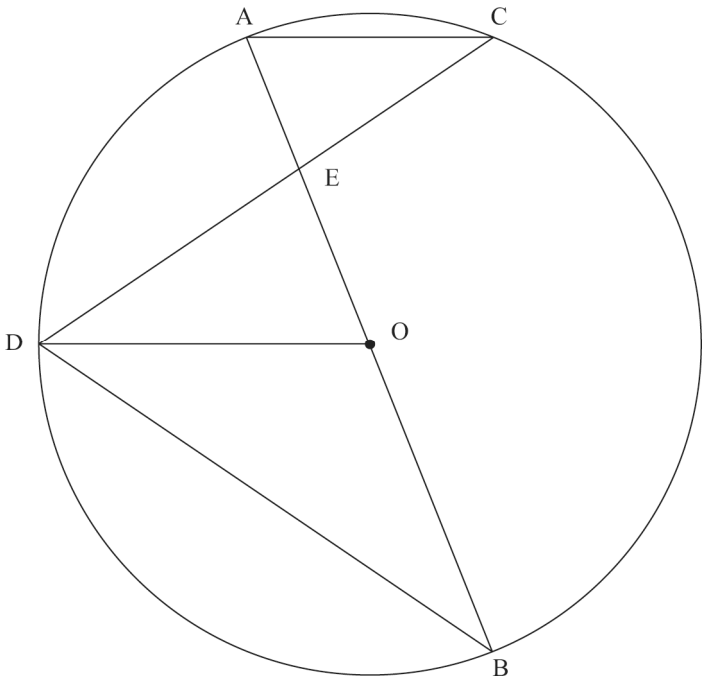
数-23-公-福島-問-05

5 下の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，直線 AB に対して反対側にある 2 点 C，D を AC // DO となるようにとる。また，線分 AB と線分 CD との交点を E とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ △EDO∽△EBD となることを証明しなさい。

問２ AC：DO＝7：9 であるとき，△EDO と△EBD の相似比を求めなさい。

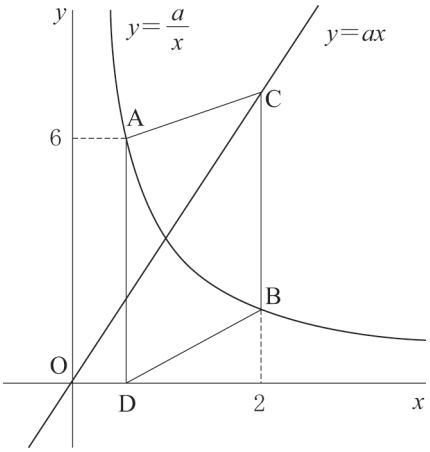


数-23-公-福島-問-06

6 **図1**のように，反比例 $y=\frac{a}{x}$ $(x>0)$ のグラフ上に2点A，Bがあり，Aのy座標は6，Bのx座標は2である。また，比例$y=ax$のグラフ上に点C，x軸上に点Dがあり，AとDのx座標，BとCのx座標はそれぞれ等しい。ただし，$0<a<12$とする。

次の［会話］は，花子さんと太郎さんが四角形ADBCについて考察し，話し合った内容である。

図1



［会話］

花子さん：aの値を1つとると，2つのグラフが定まり，4つの辺と面積も定まるね。点Aの座標は，反比例の関係$xy=a$から求めることができそうだよ。

太郎さん：例えば，$a=1$のときの四角形について調べてみようか。

・・・・・・・・・・・・・

太郎さん：形を見ると，いつでも台形だね。平行四辺形になるときはあるのかな？

花子さん：私は，面積についても調べてみたよ。そうしたら，<u>$a=1$のときと面積が等しくなる四角形が他にもう1つある</u>ことがわかったよ。

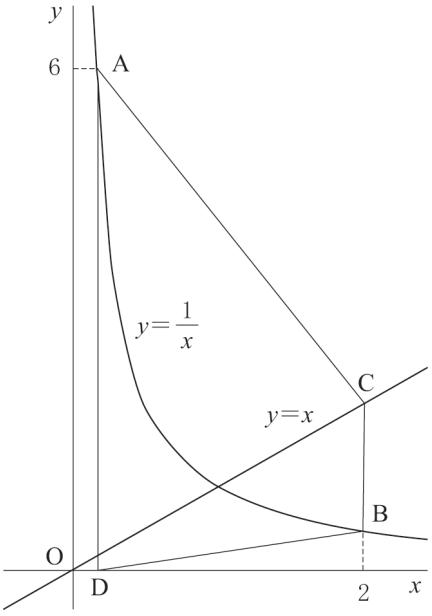
このとき，次の**問1**～**問3**に答えなさい。

問1　**図2**は，**図1**において，$a=1$とした場合を表している。このとき，線分BCの長さを求めなさい。

問2　四角形ADBCが平行四辺形になるときのaの値を求めなさい。

問3　［会話］の下線部について，四角形ADBCの面積が$a=1$のときの面積と等しくなるようなaの値を，$a=1$の他に求めなさい。

図2



数-23-公-福島-問-07

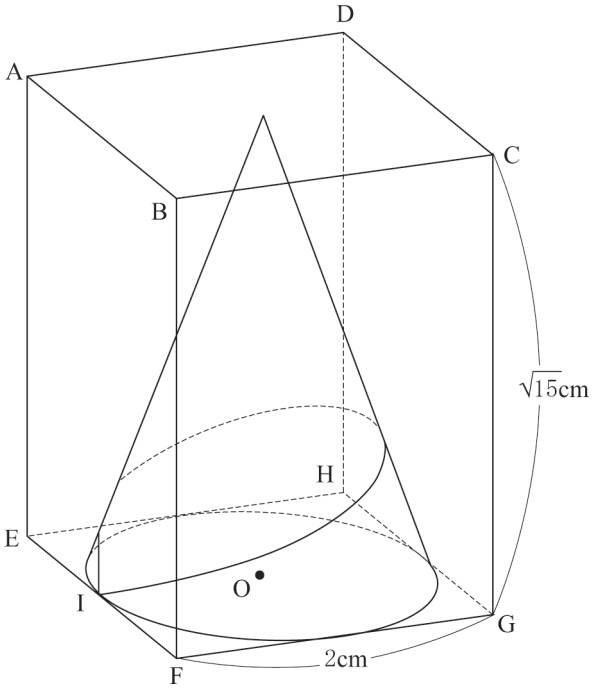
7 下の図のように，底面が 1 辺 2 cm の正方形で，高さが$\sqrt{15}$ cm の正四角柱と，正方形 EFGH のすべての辺に接する円 O を底面とする円錐(すい)があり，それらの高さは等しい。また，線分 EF と円 O との接点 I から円錐の側面にそって 1 周して I にもどるひもが，最も短くなるようにかけられている。ただし，円錐において，頂点と点 O を結ぶ線分は底面に垂直である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

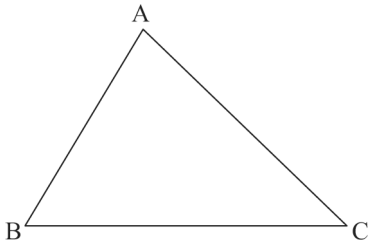
問１ 円錐の母線の長さを求めなさい。

問２ ひもの長さを求めなさい。ただし，ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。

問３ ひもの通る線上に点 P をとる。P を頂点とし，四角形 ABCD を底面とする四角錐の体積が最も小さくなるとき，その体積を求めなさい。

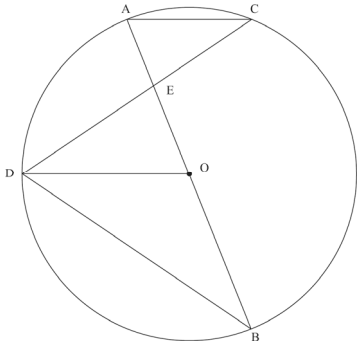


Ｒ５　福島県　公立　数学　解答用紙

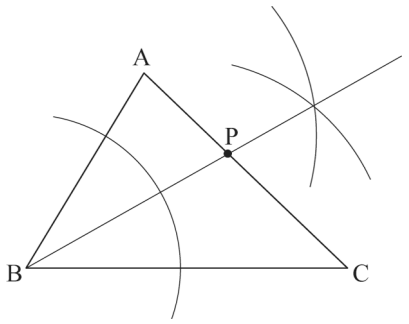
	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-福島-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	倍			
数-23-公-福島-KY-02	2	問１	mL			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-福島-KY-03	3	問１	(1)			
			(2)	ルール＿＿＿＿，確率＿＿＿＿		
		問２	(1)			
			(2)	(　　) 〔理由〕		

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福島-KY-04	4	〔求める過程〕 答 { 4 人のグループの数 ＿＿＿＿＿＿＿＿ 5 人のグループの数 ＿＿＿＿＿＿＿＿		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福島-KY-05	5	問１	〔証明〕  		
		問２	：		
数-23-公-福島-KY-06	6	問１			
		問２			
		問３			
数-23-公-福島-KY-07	7	問１	cm		
		問２	cm		
		問３	cm^3		

Ｒ５　福島県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-福島-K-01	1	問１	(1)	-3	2	
			(2)	$\frac{1}{12}$	2	
			(3)	$24ab^3$	2	
			(4)	$-\sqrt{2}$	2	
		問２	8　倍		2	
数-23-公-福島-K-02	2	問１	$\frac{31}{100}a$　mL		2	
		問２	$y=-\frac{3}{2}x+2$		2	
		問３	(作図の例)  		2	
		問４	5		2	
		問５	エ		2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-福島-K-03	3	問1	(1)	$\frac{1}{3}$	2	
			(2)	ルール　**ア**　，確率　$\frac{2}{3}$	2	
		問2	(1)	-7	1	
			(2)	($-n$) 〔理由〕 (例) b，c，d は，a と n を使ってそれぞれ $b=a+1$ $c=a+n$ $d=a+n+1$ と表される。 このとき $ad-bc$ $=a(a+n+1)-(a+1)(a+n)$ $=a^2+an+a-(a^2+an+a+n)$ $=a^2+an+a-a^2-an-a-n$ $=-n$ したがって，$ad-bc$ はつねに $-n$ になる。	3	

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福島-K-04	**4**	〔求める過程〕 (例) 4 人のグループの数を x，5 人のグループの数を y とすると， 生徒は 200 人であるから $4x+5y=200$ ……① ごみ袋を配るとき，1 人 1 枚ずつに加え，グループごとの予備として 4 人のグループには 2 枚ずつ，5 人のグループには 3 枚ずつ配ったところ，配ったごみ袋は全部で 314 枚であるから $200+2x+3y=314$ これを整理して $2x+3y=114$ ……② ①，②を連立方程式として解いて $x=15$，$y=28$ これらは問題に適している。 答 { 4 人のグループの数　15 5 人のグループの数　28	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福島-K-05	5	問1	〔証明〕 (例 1) △EDO と△EBD において 共通な角は等しいから　∠DEO＝∠BED　……① AC // DO より，平行線の錯角は等しいから ∠EDO＝∠ACD　……② $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角は等しいから ∠ACD＝∠EBD　……③ ②，③から　∠EDO＝∠EBD　……④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから △EDO∽△EBD (例 2) △EDO と△EBD において AC // DO より，平行線の錯角は等しいから ∠EDO＝∠ACD　……① $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角は等しいから ∠ACD＝∠EBD　……② ①，②から　∠EDO＝∠EBD　……③ △ODB で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいから ∠EOD＝∠ODB＋∠EBD　……④ また ∠EDB＝∠ODB＋∠EDO　……⑤ ③，④，⑤から　∠EOD＝∠EDB　……⑥ ③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいから △EDO∽△EBD	3	
		問2	3：5	2	
数-23-公-福島-K-06	6	問1	$\frac{3}{2}$	1	
		問2	$a=4$	2	
		問3	$a=7$	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-福島-K-07	7	問1	4 cm	1	
		問2	$4\sqrt{2}$ cm	2	
		問3	$\frac{2\sqrt{30}}{3}$ cm^3	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。

数-23-公-福島-KS-01

1　【計算分野，空間図形】

問２　もとの球と，半径を 2 倍にした球は，相似な立体であり，その相似比は 1：2 だから，体積の比は $1^3：2^3=1：8$ である。よって，半径を 2 倍にした球の体積は，もとの球の体積の 8 倍である。

数-23-公-福島-KS-02

2　【小問集合】

問２　$3x+2y-4=0$　　$3x$ と -4 を右辺に移項して，$2y=-3x+4$　　両辺を $\frac{1}{2}$ 倍して，$y=-\frac{3}{2}x+2$

問３　辺 AB，BC までの距離が等しい点 P は，∠ABC の二等分線上にある。

問４　関数 $y=x^2$ について，$x=1$ のとき，$y=1^2=1$，$x=4$ のとき，$y=4^2=16$ だから，変化の割合は，

$\frac{16-1}{4-1}=5$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[定義] 変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，[定義]を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問５　生徒 30 人のデータを小さい方から順に並べたとき，第 1 四分位数は 8 番目のデータ，第 2 四分位数は 15 番目と 16 番目のデータの平均値，第 3 四分位数は 23 番目のデータである。ヒストグラムより，第 1 四分位数は 6 回以上 8 回未満の階級に，第 2 四分位数は 8 回以上 10 回未満の階級に，第 3 四分位数は 12 回以上 14 回未満の階級に，それぞれ含まれる。これらをすべて満たす箱ひげ図は，**エ**である。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

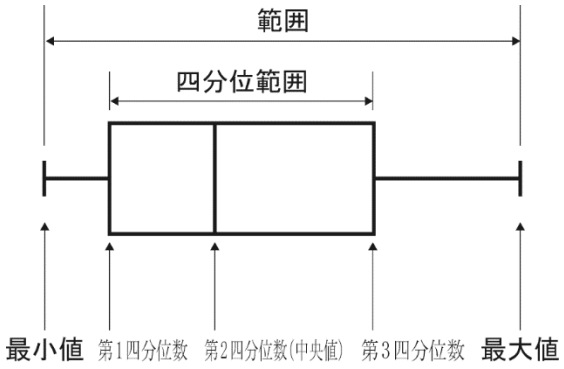
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-23-公-福島-KS-03

3　【確率，規則性】

問１　2 つのルール**（ア）**，**（イ）**のそれぞれについて，A，B の 2 人が取り出す玉の組み合わせと，そのときに景品をもらえる人（2 人ともももらえない場合は×とする）をまとめた図が**図１**である。

図１

（ア）

A	B	もらえる人
1	1	×
	2	B
	3	B
2	1	A
	2	×
	3	B
3	1	A
	2	A
	3	×

（イ）

A	B	もらえる人
1	2	B
	3	B
2	1	A
	3	B
3	1	A
	2	A

(1)　**図１**の**（ア）**より，A が景品を**もらえる**確率は，$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(2)　**(1)**より，ルール**（ア）**において，A が景品を**もらえない**確率は，$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

図１の**（イ）**より，A が景品を**もらえない**確率は，$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

よって，$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$より，ルール**（ア）**の方が，確率が大きい。

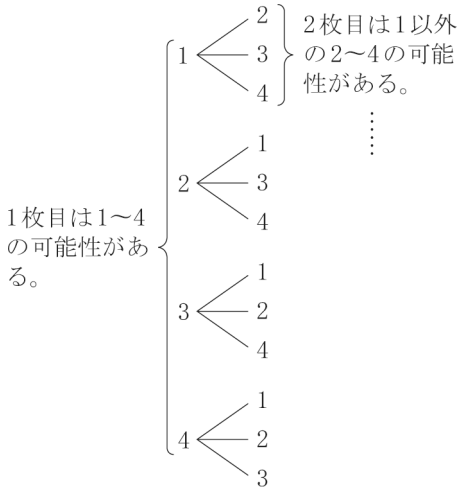
ポイント》確率の求め方

①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問2　**(1)** 3 つの整数 b, c, d は a を用いて，$b=a+1$，$c=a+7$，$d=a+8$ と表される。
よって，$ad-bc=a(a+8)-(a+1)(a+7)=a^2+8a-(a^2+8a+7)=-7$
なお，「$ad-bc$ はつねに同じ値になる」とあるので，たとえば，$a=1$，$b=2$，$c=8$，$d=9$ のとき，$ad-bc=1\times9-2\times8=-7$ と計算することもできる。

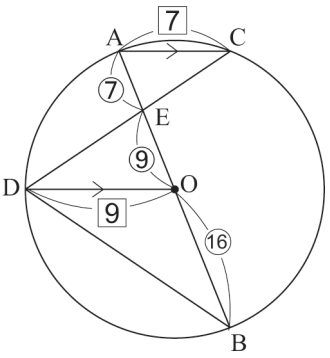
数-23-公-福島-KS-04

4　【連立方程式の利用】
4 人のグループの数と 5 人のグループの数をそれぞれ x, y とおき，生徒の人数と，ごみ袋の枚数のそれぞれについて式を立て，連立方程式を解く。最後に連立方程式の解が問題に適していることを述べること。

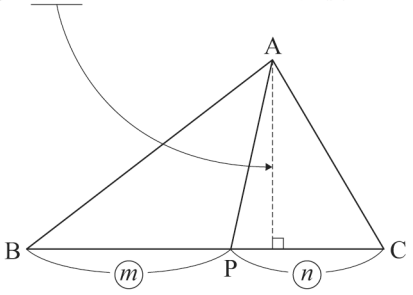
数-23-公-福島-KS-05

5　【平面図形】
問2　AC // DO より，△AEC と△OED で平行線と線分の比から，
AE：EO＝AC：DO＝7：9
AO＝OB より，EO：OB＝EO：AO＝9：(7＋9)＝9：16
よって，△EDO：△EBD＝EO：EB＝9：25
よって，相似比は，$\sqrt{9}:\sqrt{25}=3:5$

図1

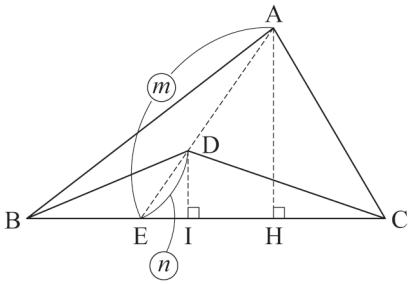


ポイント》面積比は 3 パターン！
①　高さが共通→底辺の比＝面積比



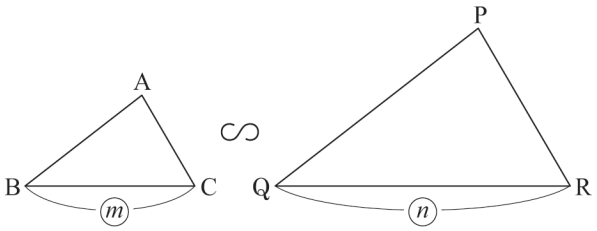
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-23-公-福島-KS-06

6 【関数のグラフと図形】

問１ 点 B は x 座標が 2 で，反比例 $y=\frac{1}{x}$ のグラフ上にあるから，y 座標は $\frac{1}{2}$ である。
点 C は x 座標が 2 で，比例 $y=x$ のグラフ上にあるから，y 座標は 2 である。
よって，$BC=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

問２ AD // CB より，AD＝CB であれば，1 組の対辺が等しくて平行なので，四角形 ADBC は平行四辺形になる。点 A の y 座標は 6 だから，AD＝CB＝6 である。2 点 B，C の x 座標はともに 2 だから，点 B は反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあるので，y 座標は $\frac{a}{2}$，点 C は比例 $y=ax$ のグラフ上にあるので，y 座標は $2a$ である。よって，$CB=2a-\frac{a}{2}=\frac{3}{2}a$ だから，$\frac{3}{2}a=6$ より，$a=4$

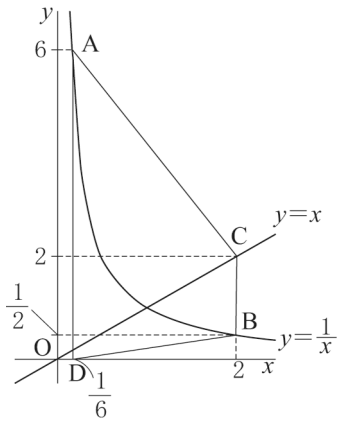
問３ $a=1$ のとき，**問１**より，$B\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$，C(2，2)

点 A は y 座標が 6 で，反比例 $y=\frac{1}{x}$ のグラフ上にあるから，

$xy=1$ より，$6x=1$　　よって，x 座標は $\frac{1}{6}$ である。すなわち，

$A\left(\frac{1}{6},\ 6\right)$，$D\left(\frac{1}{6},\ 0\right)$である。ここまでをまとめると**図１**のようになる。

図１



よって，四角形 ADBC は台形だから，その面積は，

(AD＋BC)×(2 点 D，B の x 座標の差)×$\frac{1}{2}$

$=\left(6+\frac{3}{2}\right)\times\left(2-\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{55}{8}$　…①

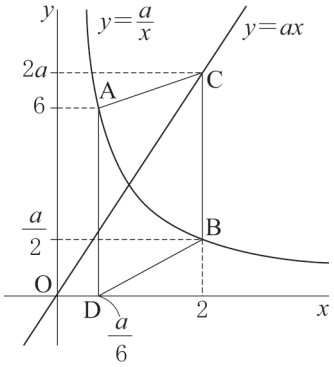
次に，a を未知数とすると，**問２**より，$B\left(2,\ \frac{a}{2}\right)$，C(2，$2a$)

点 A は y 座標が 6 で，反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあるから，

$xy=a$ より，$6x=a$　　よって，x 座標は $\frac{a}{6}$ である。すなわち，

$A\left(\frac{a}{6},\ 6\right)$，$D\left(\frac{a}{6},\ 0\right)$である。ここまでをまとめると**図２**のようになる。

図２



よって，四角形 ADBC は台形であり，$BC=2a-\frac{a}{2}=\frac{3}{2}a$ だから，

その面積は，

(AD＋BC)×(2 点 D，B の x 座標の差)×$\frac{1}{2}$

$=\left(6+\frac{3}{2}a\right)\times\left(2-\frac{a}{6}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{8}a^2+a+6$　…②

①，②より，$-\frac{1}{8}a^2+a+6=\frac{55}{8}$

これを整理すると，$a^2-8a+7=0$　　$(a-1)(a-7)=0$

a の値を $a=1$ の他に求めるので，$a=7$

数-23-公-福島-KS-07

7　【空間図形】

問１　円錐の頂点を J とすると，△JIO は直角三角形だから，三平方の定理より，

$JI^2=IO^2+JO^2=1^2+(\sqrt{15})^2=16$　　JI＞0 より，JI＝4 cm

問２　円錐の側面を展開したときのおうぎ形の中心角の大きさを $x°$ とする。おうぎ形の弧の長さは，円錐の底面の円の円周と等しく，

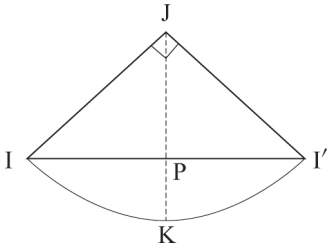
2π cm であり，おうぎ形と等しい半径をもつ円の円周は

$2\pi\times4=8\pi$ (cm)だから，$8\pi\times\frac{x}{360}=2\pi$ より，$x=90$

よって，円錐の側面の展開図は，**図１**のようなおうぎ形 IJI′になる。

ひもの長さは II′の長さに等しく，△IJI′は JI＝JI′，∠IJI′＝90°の直角二等辺三角形だから，$II'=\sqrt{2}\,JI=4\sqrt{2}$ (cm)

図１



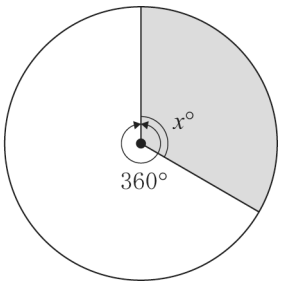
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積)　×　$\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周)　×　$\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！

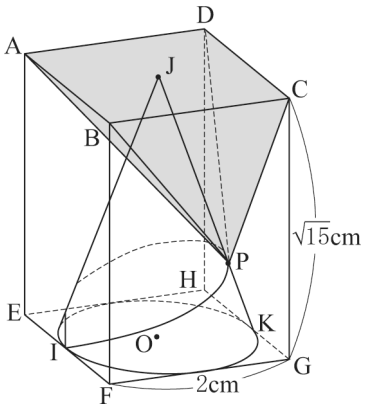


問３　四角錐 P－ABCD の体積が最も小さくなるのは，頂点 P と底面 ABCD の距離が最も短くなるときである。それは，**図２**のように，線分 GH と円 O との接点を K としたときの線分 JK と，ひもの通る線との交点を P としたときである。

図１のように，円錐の側面の展開図において，点 P は線分 JK と線分 II′との交点である。△IJI′は，線分 JK に関して線対称な図形だから，$IP=I'P=2\sqrt{2}$ cm，∠JPI＝90°，∠IJP＝45°

よって，△JIP は直角二等辺三角形なので，$JP=IP=2\sqrt{2}$ cm

図２



次に，**図３**のように，△JIK を取り出して考える。線分 JO に点 P から垂線 PQ をおろすと, JQ の長さは頂点 P と底面 ABCD の距離に等しい。∠JQP＝∠JOK＝90°より，同位角が等しいので，QP // OK　　よって，平行線と線分の比より，

JQ：JO＝JP：JK

$JQ：\sqrt{15}=2\sqrt{2}：4$　　$JQ=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$ cm

したがって，四角錐 P－ABCD の体積は,

$2^2\times\dfrac{\sqrt{30}}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2\sqrt{30}}{3}$ (cm^3)

図３

