R７　福島県　公立　数学　問題

数-25-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1) $(-4)\times(-7)$

(2) $-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

(3) $(-2a)^3\times 2b$

(4) $\sqrt{12}+\sqrt{3}$

問２　正五角形の 1 つの外角の大きさを求めなさい。

数-25-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　1 本 80 円のえんぴつを a 本買うのに，500 円玉 1 枚を出した。このときのおつりを，a を使った式で表しなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

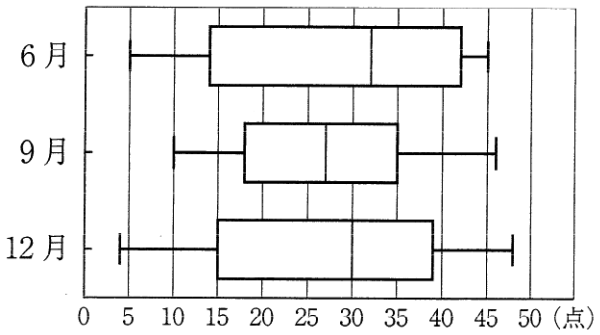
問２　y が x の 1 次関数で，変化の割合が 2 で，$x=-3$ のとき $y=7$ となる 1 次関数の式を求めなさい。

問３　$x^2-3x-10$ を因数分解しなさい。

問４　半径 3 cm の球と底面の半径が 6 cm の円錐(すい)がある。球と円錐の体積が等しいとき，この円錐の高さを求めなさい。

問５　ある学級の生徒 33 人が，6 月，9 月，12 月にそれぞれ 1 回ずつ 50 点満点の数学のテストを受けた。

右の図は，6 月，9 月，12 月に受けた数学のテストの得点の分布のようすを箱ひげ図に表したものである。



このとき，箱ひげ図から読みとれることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　範囲が最も大きいのは，9 月である。

イ　四分位範囲は，6 月より 12 月のほうが大きい。

ウ　6 月，9 月，12 月のテストの得点の合計が 135 点以上の生徒がかならずいる。

エ　6 月のテストの得点が 40 点以上の生徒は 8 人以上いる。

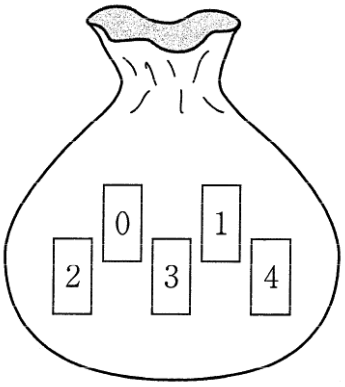
数-25-公-福島-問-03

3　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　右の図のように，袋の中に 0，1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードが入っている。

この袋の中からカードを 1 枚取り出し，そのカードに書かれた数を a とする。次に，その取り出したカードを袋の中にもどさず，残り 4 枚のカードから 1 枚取り出し，そのカードに書かれた数を b とする。

ただし，どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。



(1)　$ab+a=3$ となる場合は何通りあるか求めなさい。

(2)　$ab+a$ の値が偶数となる確率を求めなさい。

問2　下の**図1**，**図2**のように，1辺が1 cmの正方形を用いて，1番目，2番目，3番目，4番目，…と，規則正しく並べて図形をつくっていく。

図1は，正方形を縦に2個並べた長方形を，1番目は1個，2番目は2個，3番目は3個，4番目は4個のように，長方形の縦の辺が1 cmずつ上下を交互に重なるように並べていったものである。

図2は，正方形を，1番目は1個，2番目は3個，3番目は6個，4番目は10個のように，2番目の図形以降では，1段増やすごとに，その段の数と同じ個数の正方形を加え，三角形の形になるようにすきまなく並べていったものである。

なお，**図1**，**図2**それぞれの太い線（ ── ）の長さを図形の周の長さとする。

図1

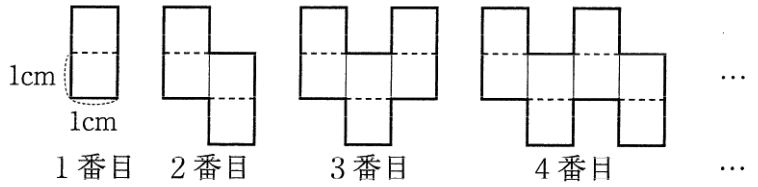
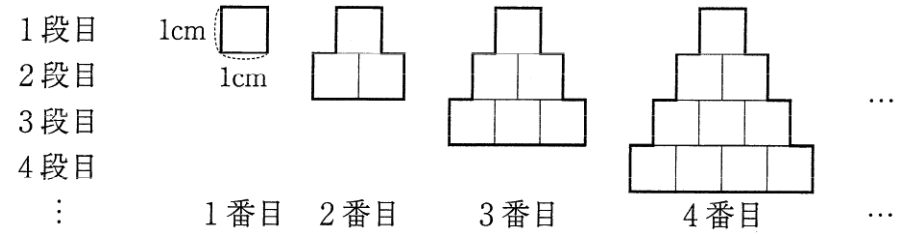


図2



(1) **図1**の4番目の図形の周の長さから**図2**の4番目の図形の周の長さをひいたときの差を求めなさい。

(2) **図1**のn番目の図形の周の長さをK，**図2**のn番目の図形の周の長さをLとする。KからLをひいたときの差について，どのようなことがいえるか。次の**ア**～**ウ**の中から正しいものを1つ選び，解答用紙の（　）の中に記号で答えなさい。また，K，Lを，それぞれnを使った式で表し，選んだものが正しい理由を説明しなさい。ただし，nは自然数とする。

ア　正の数になることも，負の数になることもある。

イ　一定である。

ウ　10より大きくなることもある。

数-25-公-福島-問-04

4 ひろとさんは，家族旅行の計画を立てるために，自家用車で自宅から目的地に着くまでの時間と道のりについて調べ，下の**＜メモ＞**にまとめた。

ただし，**＜メモ＞**は高速道路を時速 90 km，ふつうの道路を時速 40 km で走ると仮定したときのものである。

＜メモ＞

- 自宅から目的地に着くまでの時間は，全体で 3.5 時間である。
- 自宅から目的地に着くまでの道のりは，全部で 280 km である。

このとき，高速道路を走る時間とふつうの道路を走る時間は，それぞれ何時間か，求めなさい。

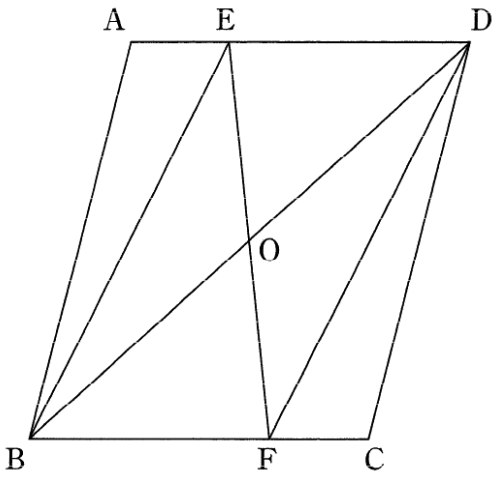
また，求める過程も書きなさい。

数-25-公-福島-問-05

5 下の図において，四角形 ABCD は平行四辺形であり，点 O は対角線 BD の中点である。辺 AD 上に点 E をとり，直線 EO と辺 BC との交点を F とする。

下の **[証明]** は，△ABE≡△CDF となることを証明したものである。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



[証明]

△OBF と△ODE において

仮定から　OB＝OD　……①

対頂角は等しいから　∠BOF＝∠DOE　……②

AD // BC より，平行線の［ I ］は等しいから

∠OBF＝∠ODE　……③

①，②，③より，［ II ］がそれぞれ等しいから

△OBF≡△ODE

合同な図形の対応する辺は等しいから

BF＝DE　……④

［ III ］

問１　［ I ］，［ II ］にあてはまることばの組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選び，記号で答えなさい。

ア	**I**	同位角	**II**	1 組の辺とその両端の角
イ	**I**	同位角	**II**	2 組の辺とその間の角
ウ	**I**	錯角	**II**	1 組の辺とその両端の角
エ	**I**	錯角	**II**	2 組の辺とその間の角

問２　［　III　］に証明の続きを書き，**［証明］**を完成させなさい。

ただし，**［証明］**の中の①～④に示されている関係を使う場合は，番号の①～④を用いてもよい。また，新たな関係に番号をつける場合は，⑤以降の番号を用いなさい。

数-25-公-福島-問-06

6　下の図のように，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。A の x 座標は -2 であり，線分 AB は x 軸に平行である。また，2 点 O，B を通る直線を ℓ とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

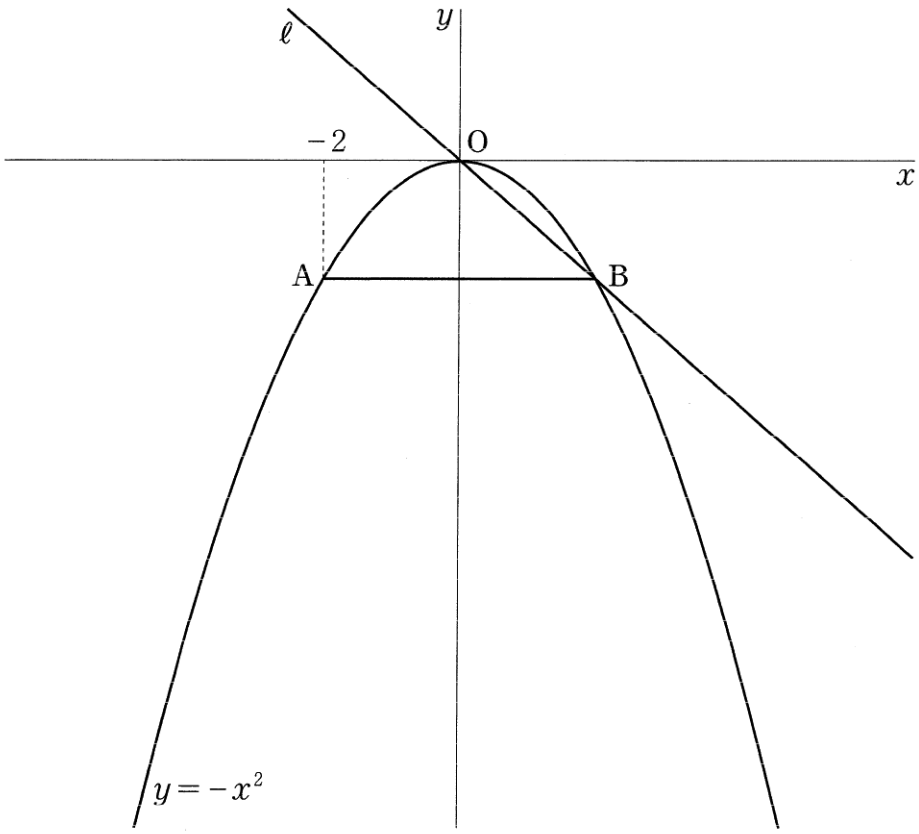
問１　点 A の y 座標を求めなさい。

問２　関数 $y=-x^2$ のグラフ上に点 C をとり，C の x 座標を t とする。ただし，$t<-2$ とする。

また，C を通り x 軸に平行な直線と ℓ との交点を D とする。

(1) $t=-3$ のとき，点 D の x 座標を求めなさい。

(2) 線分 OD 上に $DE=\sqrt{5}$ となる点 E をとる。△CDE の面積が△OAB の面積と等しくなるときの t の値を求めなさい。



数-25-公-福島-問-07

7 下の図のような，底面が AB＝DE＝$2\sqrt{7}$ cm，BC＝EF＝6 cm，AC＝DF＝4 cm の三角形で，高さが 8 cm の三角柱がある。なお，△DEF の 3 つの角はすべて鋭角である。

辺 BE 上に AD＝AP となる点 P をとる。

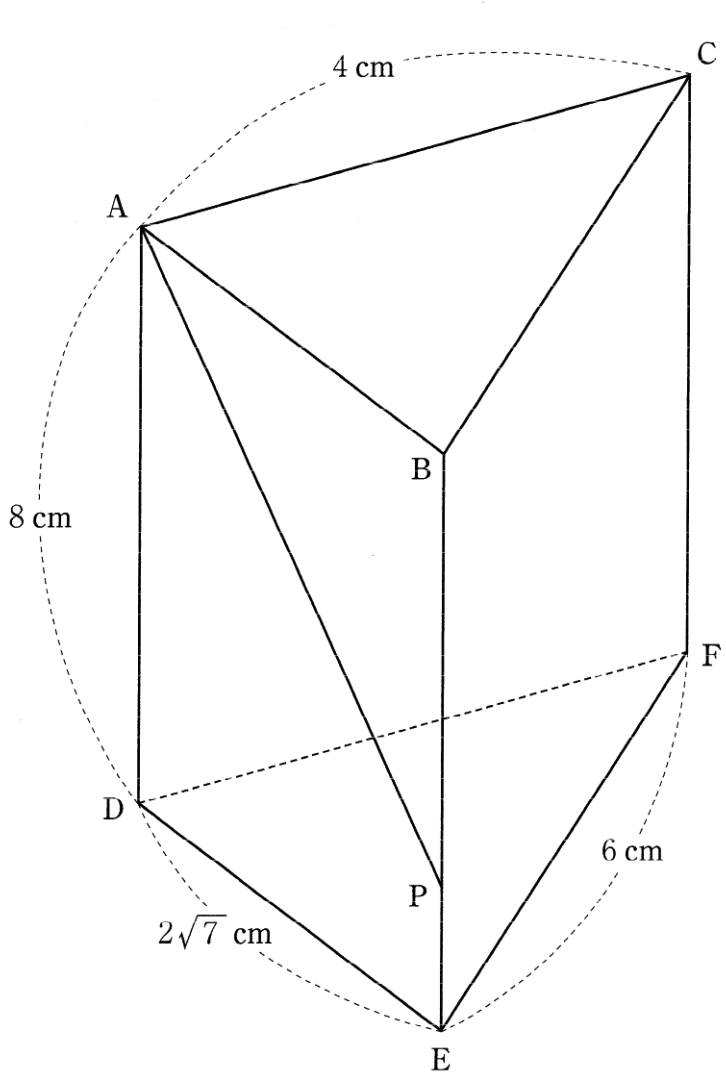
このとき，次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1 線分 BP の長さを求めなさい。

問2 線分 CP 上に QC＝QF となる点 Q をとる。

(1) △QEF の面積を求めなさい。

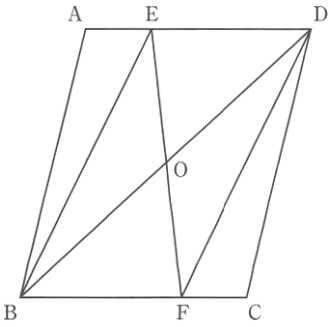
(2) D を頂点とし，四角形 EFQP を底面とする四角錐(すい)の体積を求めなさい。



Ｒ７　福島県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-福島-K-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	度			
数-25-公-福島-K-02	2	問１	(　　) 円			
		問２				
		問３				
		問４	cm			
		問５				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-25-公-福島-N-03	3	問1	(1)	通り		
			(2)			
		問2	(1)	cm		
			(2)	(　　) 〔理由〕		
数-25-公-福島-N-04	4			〔求める過程〕 答 { 高速道路を走る時間 ＿＿＿＿＿＿ 時間 ふつうの道路を走る時間 ＿＿＿＿＿＿ 時間		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-福島-IV-05	5	問１			
		問２	〔証明の続き〕  		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-福島-IV-06	6	問1				
		問2	(1)			
			(2)			
数-25-公-福島-IV-07	7	問1		cm		
		問2	(1)	cm^2		
			(2)	cm^3		

Ｒ７　福島県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-福島-K 01	1	問１	(1)	28	2	
			(2)	$\frac{1}{6}$	2	
			(3)	$-16a^3b$	2	
			(4)	$3\sqrt{3}$	2	
		問２	72　度		2	
数-25-公-福島-K 02	2	問１	(　500－80a　)　円		2	
		問２	$y=2x+13$		2	
		問３	$(x-5)(x+2)$		2	
		問４	3　cm		2	
		問５	エ		2	

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-福島-K-03	3	問1	(1)	2 通り	2	
			(2)	$\frac{7}{10}$	2	
		問2	(1)	2 cm	1	
			(2)	(イ) 〔理由〕 (例) **図1** の n 番目の図形において $K=6\times n-2\times(n-1)$ $=4n+2$ **図2** の n 番目の図形において $L=1+n+n+n+1\times(n-1)$ $=4n$ K から L をひいたときの差は $K-L=(4n+2)-4n$ $=2$ したがって，K から L をひいたときの差は，一定である。	3	
数-25-公-福島-K-04	4			〔求める過程〕 (例) 高速道路を走る時間を x 時間，ふつうの道路を走る時間を y 時間とすると，自宅から目的地に着くまでの時間は全体で 3.5 時間であることから $x+y=3.5$ …… ① 高速道路を走る道のりは $90x$ km，ふつうの道路を走る道のりは $40y$ km で，自宅から目的地に着くまでの道のりは全部で 280 km であることから $90x+40y=280$ …… ② ①，②を連立方程式として解いて $x=2.8$，$y=0.7$ これらは問題に適している。 答 { 高速道路を走る時間 2.8 時間 ふつうの道路を走る時間 0.7 時間	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-福島-K05	5	問1	ウ	1	
		問2	〔証明の続き〕 (例 1) △ABE と△CDF において 平行四辺形の対辺は等しいから AB＝CD　…… ⑤ AD＝BC　…… ⑥ また AE＝AD－DE　…… ⑦ CF＝BC－BF　…… ⑧ ④，⑥，⑦，⑧から　AE＝CF　…… ⑨ 平行四辺形の対角は等しいから ∠BAE＝∠DCF　…… ⑩ ⑤，⑨，⑩より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABE≡△CDF	4	
			〔証明の続き〕 (例 2) 四角形 EBFD において 仮定から　ED // BF　…… ⑤ ④，⑤より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EBFD は平行四辺形である。 △ABE と△CDF において 平行四辺形の対辺は等しいから BE＝DF　…… ⑥ AB＝CD　…… ⑦ AD＝BC　…… ⑧ また AE＝AD－DE　…… ⑨ CF＝BC－BF　…… ⑩ ④，⑧，⑨，⑩から　AE＝CF　…… ⑪ ⑥，⑦，⑪より，3 組の辺がそれぞれ等しいから △ABE≡△CDF		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-福島-K-06	6	問1	-4		1	
		問2	(1)	$\frac{9}{2}$	2	
			(2)	$t=1-\sqrt{17}$	3	
数-25-公-福島-K-07	7	問1	6　cm		1	
		問2	(1)	12　cm^2	2	
			(2)	$\frac{28\sqrt{3}}{3}$　cm^3	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。

R７　福島県　公立　数学　解説

数-25-公-福島-KS-01

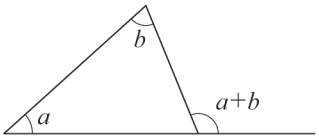
1　【計算分野，平面図形】

問１　(4) $\sqrt{12}+\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

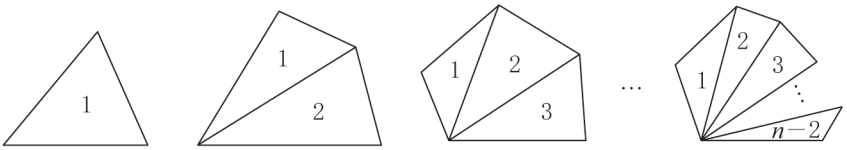
問２　正多角形の外角の和はつねに 360°だから，360°÷5＝72°

これだけは！　多角形の内角と外角

① 三角形の内角・外角
・三角形の内角の和は，180°
・三角形の外角は，それにとなり合わない2つの内角の和に等しい。



② 多角形の内角の和・外角の和



		三角形	四角形	五角形	…	n角形
		−2	−2	−2		−2
三角形の個数	:	1個	2個	3個	…	$(n-2)$個
内角の和	:	180°×1	180°×2	180°×3	…	180°×$(n-2)$
外角の和	:	360°	360°	360°	…	360°
		一定				

数-25-公-福島-KS-02

2　【小問集合】

問１　えんぴつの代金は，80a 円だから，500 円玉 1 枚を出したときのおつりは，$(500-80a)$ 円

問２　y は x の 1 次関数で，変化の割合が 2 だから，$y=2x+b$ とおける。$x=-3$，$y=7$ を代入して，$7=2\times(-3)+b$ より，$b=13$　　よって，$y=2x+13$

これだけは！　関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する
　→式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。
・y は x に反比例する
　→式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。
・y は x の１次関数である
　→式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。
・y は x の２乗に比例する
　→式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問４　円錐の高さを $h$cm とする。半径 3cm の球の体積は，$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$，底面の半径が 6cm の円錐の体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times h=12\pi h(\text{cm}^3)$ だから，$12\pi h=36\pi$ より，$h=3$cm

問５　**ア**…範囲（＝ひげの左端から右端までの長さ）が最も大きいのは，12 月である。よって，正しくない。

イ…四分位範囲（＝箱の長さ）は，6 月より 12 月のほうが小さい。よって，正しくない。

ウ…1 人の生徒が 6 月，9 月，12 月のそれぞれで何点をとったかは，箱ひげ図からは読み取れない。よって，正しいとはいえない。

エ…33 人のデータにおける第 3 四分位数は，得点の大きい方から 8 番目と 9 番目の平均だから，第 3 四分位数以上の点数をとった生徒は少なくとも 8 人いる。6 月の第 3 四分位数は 40 点より大きいので，6 月のテストの得点が 40 点以上の生徒は 8 人以上いる。よって，正しい。

これだけは！ 四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。

①**四分位数**…(1)第2四分位数(中央値)，(2)第1四分位数，(3)第3四分位数の3つの値

(1)**第2四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

※データの総数が偶数のときは，中央にある2つのデータの値の平均を中央値とする。

(2)**第1四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

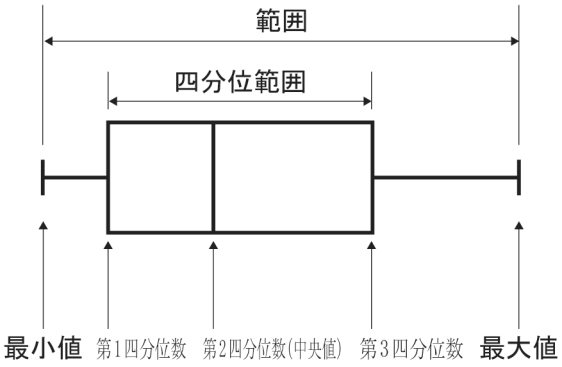
(3)**第3四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある2つのデータの値の平均を，それぞれ第1四分位数，第3四分位数とする。

②**範囲**…最大値と最小値の差

③**四分位範囲**…第3四分位数と第1四分位数の差

④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第1四分位数，第2四分位数(中央値)，第3四分位数，最大値を1つの図にまとめたもの

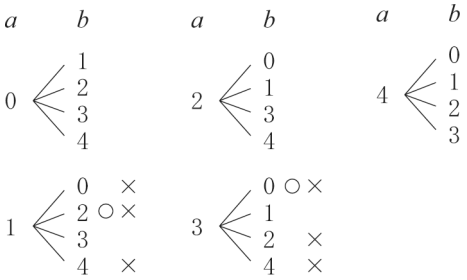


数-25-公-福島-KS-03

3 【確率，規則性に関する問題】

問1 **(1)** 2 枚のカードの取り出し方，すなわち，a，b の値の組を**図3**のように数え上げると，全部で 20 通りあることがわかる。このうち，$ab+a=a(b+1)=3$ となるのは，○印の 2 通りである。

図3



(2) $ab+a=a(b+1)$ の値が奇数となるのは，a と $b+1$ の値がともに奇数となるとき，すなわち，a の値が奇数，b の値が偶数となるときである。そのようになるのは，**図3**の×印の 6 通りだから，$ab+a$ の値が奇数となる確率は，$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

よって，$ab+a$ の値が奇数とならない，すなわち，$ab+a$ の値が偶数となる確率は，$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

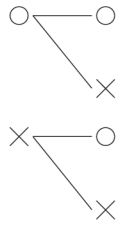
これだけは！ 確率の求め方

・あることがらの起こりやすさの程度を表す数を**確率**といい，$\frac{\text{あることがらが起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$ で求められる。

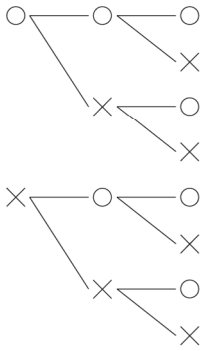
・絶対に起こらないことがらの確率は0で，絶対に起こることがらの確率は1だから，確率の値の範囲は，0以上1以下である。

【よく出るパターン】

① 2枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



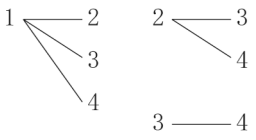
② 3枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



③ 2個のさいころを投げる
・2個のさいころの出る目の組み合わせを，下のような表に表す。

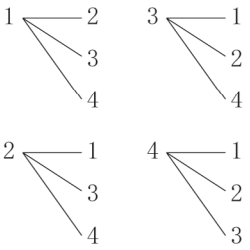
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

④ 4枚のカードから，2枚のカードを同時に取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



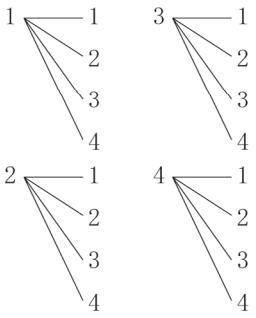
※「同時に取り出す」ので，2枚のカードの順番は考えない。
※「同時に取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑤ 4枚のカードから2枚のカードを1枚ずつ続けて取り出す（取り出したカードはもとにもどさない）
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「続けて取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑥ 4枚のカードから1枚のカードを取り出し，もとにもどしてから，もう1枚のカードを取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「もとにもどしてから」とあるので，同じカードが2枚取り出されることもありうる。

問2　(1) 問題文中の**図1**の4番目の図形の周の長さについて考える。1番目の図形を4つ並べたときに，**図4**の×をつけた3つの線分が2つずつ重なり，それは図形の周に含めないから，周の長さは，
$6\times4-3\times2=18$(cm)
次に，問題文中の**図2**の4番目の図形の周の長さについて考える。**図5**のように，破線（-------）部分を移動させると，図形の周の長さは1辺が4cmの正方形の周の長さと等しいことがわかる。よって，周の長さは，$4\times4=16$(cm)
よって，$18-16=2$(cm)

図4

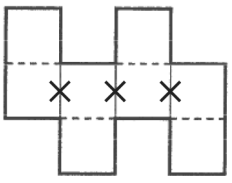
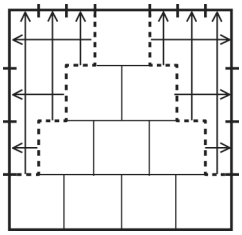


図5



数-25-公-福島-KS-04

4 【連立方程式の利用】

道のり，速さ，時間に関する文章題では，原則として，道のりや時間についての方程式をつくる。

数-25-公-福島-KS-05

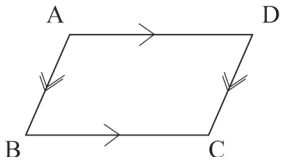
5 【平面図形】

問2 平行四辺形の対辺や対角がそれぞれ等しいことを利用し，3組の辺がそれぞれ等しい，または，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいという合同条件で証明すればよい。

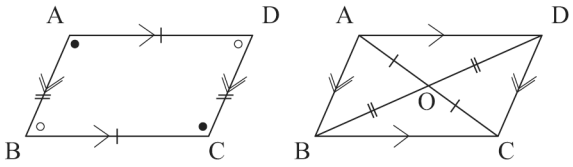
これだけは！ 平行四辺形

① 平行四辺形

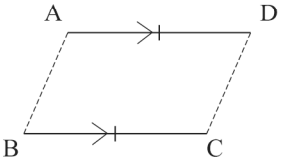
・定義：2組の対辺がそれぞれ平行な四角形。



・性質：2組の対辺はそれぞれ等しい。
2組の対角はそれぞれ等しい。
対角線はそれぞれの中点で交わる。

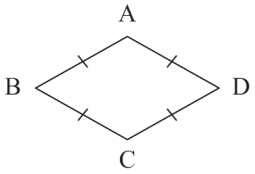


・平行四辺形になるための条件：
2組の対辺がそれぞれ平行である。(定義)
2組の対辺がそれぞれ等しい。
2組の対角がそれぞれ等しい。
対角線がそれぞれの中点で交わる。
} (性質)
1組の対辺が等しくて平行である。(下図)

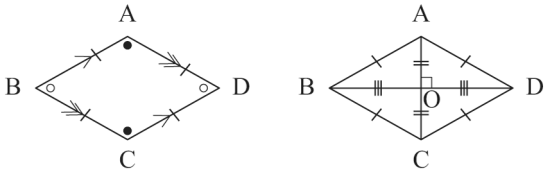


② ひし形

・定義：4つの辺がすべて等しい四角形。

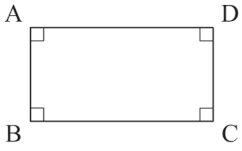


・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
対角線は垂直に交わる。

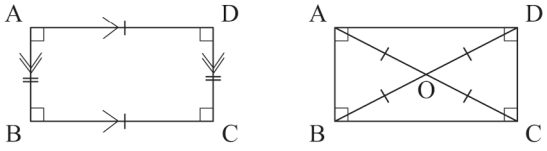


③ 長方形

・定義：4つの角がすべて等しい四角形。
(角の大きさは90°)

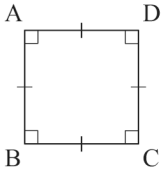


・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
対角線は等しい。

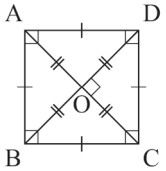


④ 正方形

・定義：4つの辺がすべて等しく，4つの角がすべて等しい四角形。(角の大きさは90°)



・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
対角線は等しく，垂直に交わる。



数-25-公-福島-KS-06

6 【関数のグラフと図形】

問1 点 A は，x 座標が -2 で，関数 $y=-x^2$ のグラフ上の点だから，y 座標は，$y=-(-2)^2=-4$

問2 **(1)** 点 C は，x 座標が $t=-3$ で，関数 $y=-x^2$ のグラフ上の点だから，$y=-(-3)^2=-9$

点 B は点 A と y 軸に関して対称だから，B$(2,\ -4)$

ℓ は，原点 O を通り，傾きが $\dfrac{-4}{2}=-2$ の直線だから，$y=-2x$

点 D は，y 座標が点 C の y 座標と等しく -9 であり，直線 ℓ 上の点だから，$-9=-2x$

$x=\dfrac{9}{2}$

(2) 点 C は x 座標が t であり，関数 $y=-x^2$ のグラフ上の点だから，C$(t,\ -t^2)$

点 D は y 座標が $-t^2$ であり，直線 ℓ 上の点だから，$-t^2=-2x$ より，$x=\dfrac{t^2}{2}$　　よって，

D$\left(\dfrac{t^2}{2},\ -t^2\right)$

図1 の影をつけた直角三角形で三平方の定理を用いることで，$OB^2=4^2+2^2=20$

$OB>0$ より，$OB=2\sqrt{5}$

△OAB と△CDE の底辺をそれぞれ OB，DE としたとき，$OB:DE=2\sqrt{5}:\sqrt{5}=2:1$ だから，2 つの三角形の面積が等しくなるのは，高さが 1 : 2 になるときである。

ここで，**図2** のように，点 A を通る直線 ℓ に平行な直線に，点 B から垂線をおろし，点 C を通る直線 ℓ に平行な直線に，点 D から垂線をおろす。点 B，D のそれぞれからおろした垂線の長さが，△OAB と△CDE の高さであり，その比は 1 : 2 となる。

また，影をつけた 2 つの直角三角形は相似だから，AB : CD = 1 : 2 なので，

$\{2-(-2)\}:\left(\dfrac{t^2}{2}-t\right)=1:2$

これを整理すると，$t^2-2t-16=0$

これを解くと，$t=1\pm\sqrt{17}$

$t<-2$ より，$t=1-\sqrt{17}$

図1

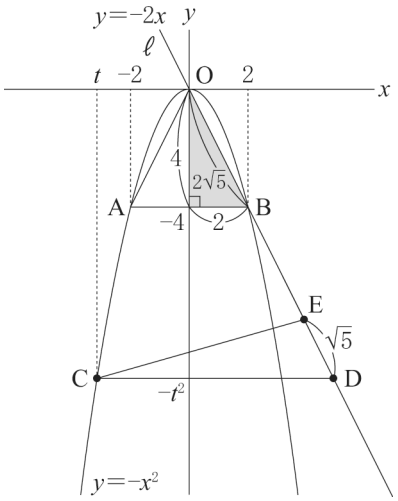
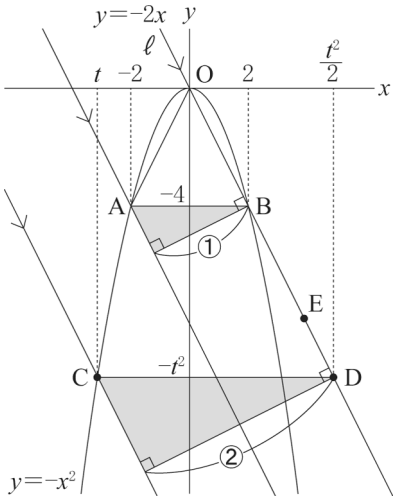


図2



数-25-公-福島-KS-07

7 【空間図形】

問1 △APB で三平方の定理より，$BP^2=AP^2-AB^2=AD^2-AB^2=8^2-(2\sqrt{7})^2=36$

$BP>0$ より，BP = 6 cm

問2　(1) **図1**のように，面 BEFC を取り出して考える。

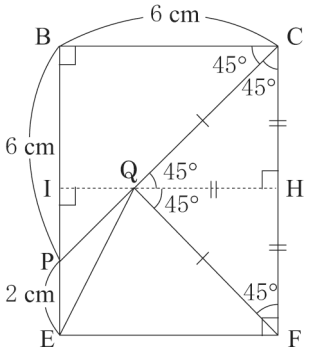
BP＝BC＝6cm，∠PBC＝90°より，△BPC は直角二等辺三角形である。

点 Q から辺 CF，BE に垂線 QH，QI をそれぞれおろすと，**図1**のように 45°の大きさをもつ角がわかる。このことから，△QCH，△QFH は合同な直角二等辺三角形になるので，

$CH＝HF＝QH＝\frac{1}{2}CF＝4(cm)$

よって，△QEF の底辺を EF としたときの高さが 4cm とわかるので，その面積は，$\frac{1}{2}×6×4＝12(cm^2)$

図1



(2) IQ＝IH－QH＝6－4＝2(cm) だから，△QPE の底辺を PE としたときの高さが 2cm とわかるので，その面積は，$\frac{1}{2}×2×2＝2(cm^2)$

よって，四角形 EFQP の面積は，

△QEF＋△QPE＝12＋2＝14(cm^2)

図2のように，四角錐の高さは，点 D から辺 EF におろした垂線 DJ の長さと等しいから，**図3**のように，面 DEF を取り出して考える。

DJ＝$x$cm，EJ＝$y$cm とおくと，△DEJ，△DFJ のそれぞれで三平方の定理より，

$x^2+y^2=(2\sqrt{7})^2=28$　…①

$x^2+(6-y)^2=4^2$　　$x^2+y^2-12y+36=16$　…②

が成り立つ。

①を②に代入すると，$28-12y+36=16$　　これを解いて，

$y=4$

①より，$x^2+4^2=28$ で $x>0$ だから，$x=2\sqrt{3}$cm

よって，四角錐の体積は，$\frac{1}{3}×14×2\sqrt{3}=\frac{28\sqrt{3}}{3}(cm^3)$

図2

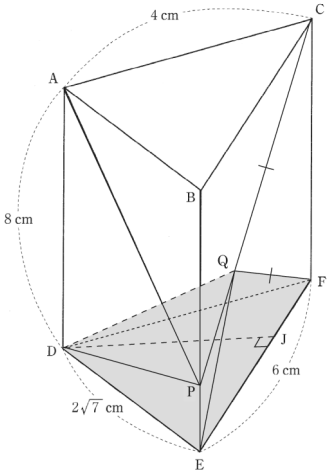


図3

