H27　群馬県　公立　数学　問題

数-15-公-群馬-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$1-(-3)$

(2)　$2a+\dfrac{a}{3}$

(3)　$4(2x-y)-3(x+y)$

問２　$(3x+1)^2$　を展開しなさい。

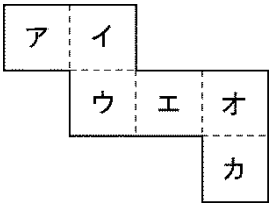
問３　$4a^2-12ab$　を因数分解しなさい。

問４　連立方程式　$\begin{cases}2x+y=4\\4x-3y=18\end{cases}$　を解きなさい。

問５　２次方程式　$x^2+x-12=0$　を解きなさい。

問６　$\sqrt{2}<x<\sqrt{19}$　を満たす整数 x を，小さい順にすべて書きなさい。

問７　右の図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立てて立方体をつくるとき，面**ア**と垂直になる面を，面**イ**～**カ**からすべて選び，記号で答えなさい。

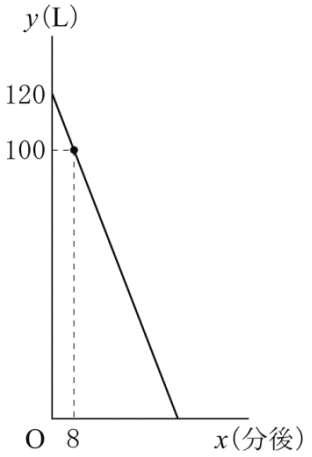


問８　1，2，3，4，5 の数字を 1 つずつ記入した 5 枚のカードがある。このカードをよくきってから 1 枚ずつ 2 回続けて引き，引いた順に左から並べて 2 けたの整数をつくる。このとき，できた 2 けたの整数が 4 の倍数である確率を求めなさい。

数-15-公-群馬-問-02

2　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　水が 120 L 入った水そうから，水がなくなるまで一定の割合で水を抜く。水を抜き始めてから 8 分後の水そうの水の量は 100 L であった。右の図は，水を抜き始めてから x 分後の水そうの水の量を y L として，x と y の関係をグラフに表したものである。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1)　毎分何 L の割合で水を抜いているか，求めなさい。

(2)　y を x の式で表しなさい。

(3)　水そうの水がなくなるのは，水を抜き始めてから何分後か，求めなさい。

問２　七角形について，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　七角形の内角の和を求めなさい。

(2)　七角形の外角の和が 360° であることを説明したい。
次の［　　］に説明の続きを書き，七角形の外角の和が 360° であることを説明しなさい。

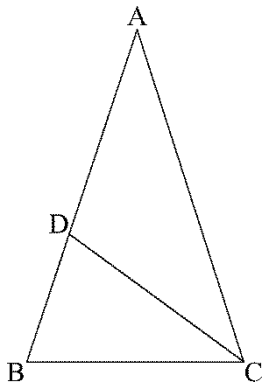
説　明

どの頂点においても，内角とその外角の和は 180° であるから，

［　　］

数-15-公-群馬-問-03

3 右の図の三角形 ABC において，点 D は辺 AB 上の点であり，AB＝AC，AD＝CD＝CB である。次の**問１**，**問２**に答えなさい。



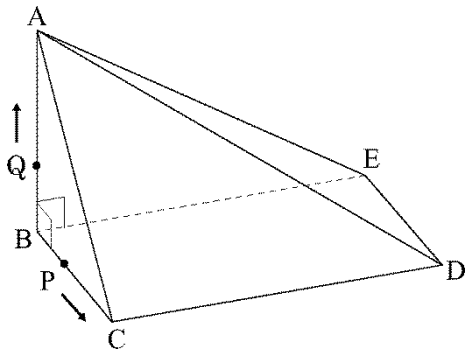
問１　三角形 ABC と三角形 CBD が相似であることを証明しなさい。

問２　AD＝2 cm とするとき，辺 AB の長さを求めなさい。

数-15-公-群馬-問-04

4 右の図の四角すい ABCDE は，底面 BCDE が長方形で，AB＝4 cm，BC＝3 cm，CD＝6 cm，∠ABC＝∠ABE＝90°である。

2 点 P，Q は同時に B を出発し，P は毎秒 1 cm の速さで辺上を B→C→D の順に動き，D で停止する。Q は毎秒 1 cm の速さで辺上を B→A→C の順に動き，C で停止する。次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　P，Q は同時に停止する。なぜそう言えるのか，理由を書きなさい。

問２　P，Q が出発してから x 秒後の四面体 BEPQ の体積を y cm^3 とし，P，Q が出発してから停止するまでの，y の変化の様子について調べたい。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) P，Q の位置に着目して，次のⅠ～Ⅲの 3 つの場合に分けて考えた。 ア ， イ に適する記号をそれぞれ入れなさい。

Ⅰ　P が辺 BC 上にあり，Q が辺 BA 上にあるとき

Ⅱ　P が辺 ア 上にあり，Q が辺 イ 上にあるとき

Ⅲ　P が辺 CD 上にあり，Q が辺 AC 上にあるとき

(2) (1)のⅠのとき，y を x の式で表しなさい。

(3) P，Q が出発してから停止するまでの，x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

5　**図１**において，円 O は半径 2 cm の円であり，点 A は円 O の周上の点，点 P は円の内部の点で，AP＝2 cm である。

図１を用いて，**図２**のように，点 A を一端とする線分で弧が点 P に重なるように円の一部を折り返す。この折り目を線分 AB とするとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　点 A を一端とする線分で円の一部を折り返すとき，弧が点 P に重なるような折り目は，線分 AB のほかにもう 1 つある。その折り目を線分 AC とするとき，線分 AC をコンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないこと。

問２　**図２**のように，線分 AB で円の一部を折り返した後，**問１**で作図した線分 AC で円の一部を折り返す。このとき，折り返された弧 AB と弧 AC で囲まれた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率は π とする。

図１

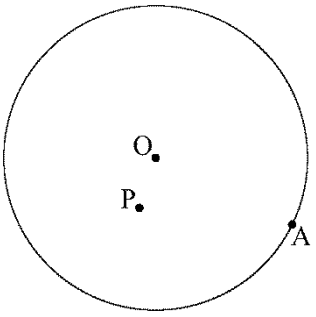
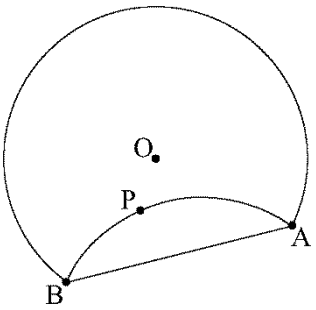


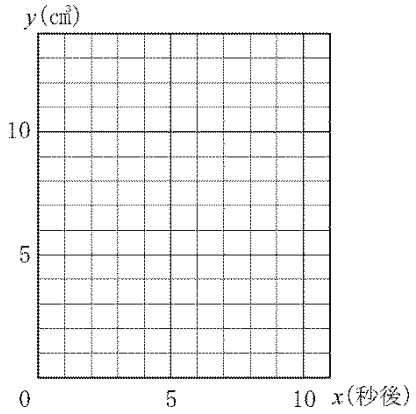
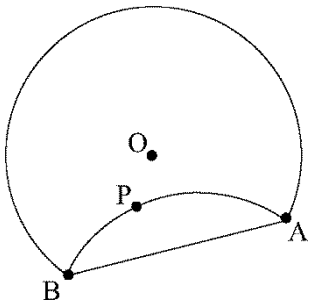
図２



数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数－15－公－群馬－KY－01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３				
		問４	〔解〕 答 $\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$			
		問５	〔解〕 答			
		問６				
		問７				
		問８				

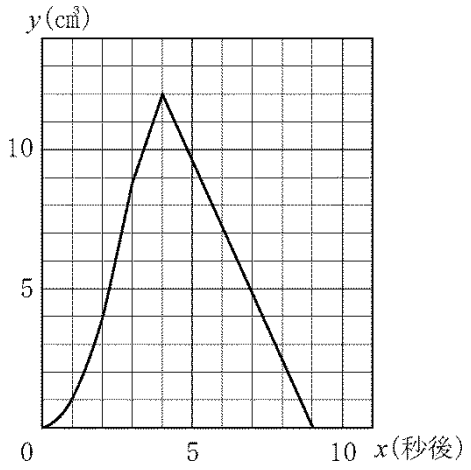
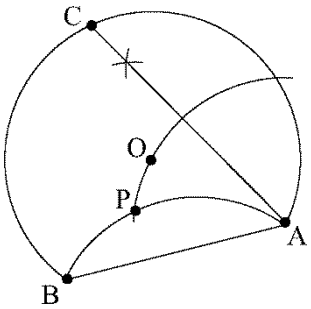
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−群馬−KY−02	2	問１	(1)	毎分　　L		
			(2)			
			(3)	分後		
		問２	(1)	。		
			(2)	〔説明の続き〕		
数−15−公−群馬−KY−03	3	問１	〔証明〕			
		問２	〔解〕 答　　cm			

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="5">数−15−公−群馬−KY−04</td><td rowspan="5">4</td><td>問１</td><td colspan="3">〔理由〕</td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td rowspan="4">問２</td><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">数−15−公−群馬−KY−05</td><td rowspan="2">5</td><td>問１</td><td colspan="3">
</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="3">cm^2</td></tr>
</table>

数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−群馬−大−01	1	問１	(1)	4	40	
			(2)	$\frac{7}{3}a$		
			(3)	$5x-7y$		
		問２	$9x^2+6x+1$			
		問３	$4a(a-3b)$			
		問４	〔解〕 (例) $\begin{cases}2x+y=4\cdots①\\4x-3y=18\cdots②\end{cases}$ ①×3＋②より $6x+3y=12$ $+)\ 4x-3y=18$ $10x=30$ よって，$x=3$ ①に代入して，$y=-2$ $\begin{cases}(x=)\ 3\\(y=)\ -2\end{cases}$		
		問５	〔解〕 (例) $x^2+x-12=0$ $(x+4)(x-3)=0$ よって，$x=-4$，$x=3$			
		問６	2，3，4			
		問７	イ，ウ，オ，カ			
		問８	$\frac{1}{5}$			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−I5−公−群馬−K-02	2	問１	(1)	(毎分) $\frac{5}{2}$ (L)	20	
			(2)	$y=-\frac{5}{2}x+120$		
			(3)	48 (分後)		
		問２	(1)	900 (°)		
			(2)	〔説明の続き〕 (例) 7 つの頂点の内角とその外角の和をすべて加えると 180°×7＝1260°である。①より七角形の内角の和は 900°なので，七角形の外角の和は， 1260°−900°＝360°である。		
数−I5−公−群馬−K-03	3	問１		〔証明〕 (例) △ABC と△CBD において ∠B は共通…① △ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，その底角は等しいから ∠ABC＝∠ACB…② △CBD は CB＝CD の二等辺三角形であり，その底角は等しいから ∠CBD＝∠CDB…③ ②，③より，∠ACB＝∠CDB…④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △ABC∽△CBD	12	
		問２		〔解〕 (例) AB＝x cm とおく。 △ABC∽△CBD であり，相似な三角形の対応する辺の比は等しいから AB：CB＝BC：BD よって，$x:2=2:(x-2)$ $x(x-2)=2\times2$ $x^2-2x-4=0$ $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-4)}}{2}=1\pm\sqrt{5}$ $x>2$ であるから，$x=1+\sqrt{5}$ (cm)		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">数−15−公−群馬−K−04</td><td rowspan="4">4</td><td>問１</td><td colspan="3">〔理由〕
(例)
P の動く距離は，3＋6＝9 cm である。
また，△ABC において三平方の定理より
$AC^2=AB^2+BC^2=4^2+3^2=25$
AC＞0 より，AC＝5 cm である。
よって，Q の動く距離は，4＋5＝9 cm となる。したがって，P，Q は同時に出発し，ともに毎秒 1 cm の速さで同じ距離を動くから。</td><td rowspan="4">17</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問２</td><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td>CD</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>BA</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">$y=x^2$</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">数−15−公−群馬−K−05</td><td rowspan="2">5</td><td>問１</td><td colspan="3">(例)

</td><td rowspan="2">11</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="3">$\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}$　(cm²)</td></tr>
</table>

数-15-公-群馬-KS-01

1　**問1**　(1)　$1-(-3)=1+3=4$

(2)　$2a+\frac{a}{3}=\frac{6}{3}a+\frac{1}{3}a=\frac{7}{3}a$

(3)　$4(2x-y)-3(x+y)=8x-4y-3x-3y=8x-3x-4y-3y=5x-7y$

問2　$(3x+1)^2=(3x)^2+2\times3x\times1+1^2=9x^2+6x+1$

問3　$4a^2-12ab=4a\times a-4a\times3b=4a(a-3b)$

問4　$2x+y=4$…①，$4x-3y=18$…②とおく。①×2－②より，$5y=-10$　$y=-2$　①に代入して，$2x-2=4$　$2x=6$　$x=3$

問5　$x^2+x-12=0$　$(x+4)(x-3)=0$　$x=-4$，3

問6　$1<\sqrt{2}<2$，$4<\sqrt{19}<5$だから，$\sqrt{2}<x<\sqrt{19}$を満たす整数$x=2$，3，4

問7　展開図を組み立てた立方体において，面**ア**と平行な面**エ**以外はすべて面**ア**と垂直になるので，答えは面**イ**，**ウ**，**オ**，**カ**

問8　2カードの取り出し方は，(1回目，2回目)=(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(2，1)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(3，1)，(3，2)，(3，4)，(3，5)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(4，5)，(5，1)，(5，2)，(5，3)，(5，4)の20通り。そのうち，(1回目の数)×10+(2回目の数)として作った2けたの整数が4の倍数になるのは，下線の4通り。よって，求める確率は$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

数-15-公-群馬-KS-02

2　**問1**　(1)　8分間に120－100＝20(L)の水が抜かれているので，$20\div8=\frac{5}{2}$より，毎分$\frac{5}{2}$L

(2)　(水そうの水の量yL)=(もともとの水の量120L)－(1分間に抜かれる水の量$\frac{5}{2}$L)×(水を抜き始めてからの時間x分)より，　$y=120-\frac{5}{2}x$　よって，$y=-\frac{5}{2}x+120$

(3)　水そうの水がなくなるのは，$y=0$になるときだから，$0=-\frac{5}{2}x+120$より，$x=48$(分後)

問2　(1)　七角形の内角の和は，$180^\circ\times(7-2)=900^\circ$

(2)　七角形の外角と内角の和は，$180^\circ\times7=1260^\circ$　七角形の内角の和は900°より，外角の和は$1260^\circ-900^\circ=360^\circ$

数-15-公-群馬-KS-03

3　**問1**　△ABCと△CBDが二等辺三角形であるから底角が等しいことを利用する。2組の角がそれぞれ等しいことより，△ABC∽△CBDを示す。

問2　AD＝2 cmのとき，AB＝x cmとおくと，BD＝$x-2$(cm)と表せる。また，CB＝CD＝AD＝2 cm
△ABC∽△CBDより，AB：CB＝BC：BD　$x:2=2:(x-2)$　$x(x-2)=4$　$x^2-2x-4=0$
解の公式を利用して，$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\frac{2\pm2\sqrt{5}}{2}=1\pm\sqrt{5}$
$x>2$より，$x=1+\sqrt{5}$ (cm)

数-15-公-群馬-KS-04

4　**問1**　Pが動く距離は，BC＋CD＝3＋6＝9(cm)　Pは毎秒1 cmの速さで進むので，Pが停止するのはスタートしてから$9\div1=9$(秒後)　△ABCにおいて∠ABC＝90°より，三平方の定理からAC＝$\sqrt{3^2+4^2}$＝5(cm)　よって，Qが動く距離は，BA＋AC＝4＋5＝9(cm)　Qも毎秒1 cmの速さで進むので，Qが停止するのはスタートしてから$9\div1=9$(秒後)　したがって，同時にスタートしたPとQは9秒後に同時に停止する。

問2　(1)　Ⅰで，$0\leqq x\leqq3$のとき，PはBC上，QはBA上にある。Ⅱで，$3\leqq x\leqq4$のとき，PはCD上，QはBA上にある。Ⅲで，$4\leqq x\leqq9$のとき，PはCD上，QはAC上にある。

(2) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき，四面体 BEPQ は底面を△QBP，高さを辺 BE とする三角すいになる。よって，

(四面体 BEPQ の体積 y)$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \mathrm{BP} \times \mathrm{BQ} \times \mathrm{BE} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times x \times 6 = x^2$　したがって，$y = x^2$

(3) (2)より，$0 \leqq x \leqq 3$ で，$y = x^2$ のグラフをかく。次に，$3 \leqq x \leqq 4$ のとき，四面体 BEPQ は底面を△BPE，高さを BQ とする三角すいになる。よって，$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \mathrm{BE} \times \mathrm{BC} \times \mathrm{BQ} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times x = 3x$　したがって，$3 \leqq x \leqq 4$ で，$y = 3x$ のグラフをかく。さらに，$4 \leqq x \leqq 9$ のとき，Q から BC に垂線をひき交点を H とする。四面体 BEPQ は底面を△PBE，高さを QH とする三角すいになる。

△CAB において，QH // AB だから，QH : AB = CQ : CA　QH : 4 = (9 − x) : 5　$\mathrm{QH} = \frac{4(9-x)}{5}$ (cm)

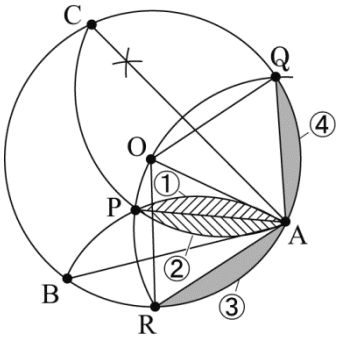
よって，$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \mathrm{BE} \times \mathrm{BC} \times \mathrm{QH} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{4(9-x)}{5} = -\frac{12}{5}x + \frac{108}{5}$

したがって，$4 \leqq x \leqq 9$ のとき $y = -\frac{12}{5}x + \frac{108}{5}$ のグラフをかく。

数-15-公-群馬-KS-05

5　**問１**　点 A を中心とする半径 2 cm の円と弧 AC の交点を Q とすると，線分 AC は∠PAQ の二等分線になる。

問２　右の図のように，Q，R を決める。求める面積を，弧 AP と線分 AP とに囲まれた部分①，②に分けると，①は弧 AR と線分 AR で囲まれた部分③と一致し，②は弧 AQ と線分 AQ で囲まれた部分④と一致する。ここで，△OAR，△OAQ は 1 辺が 2 cm の正三角形だから，③も④も半径が 2 cm，中心角 60° のおうぎ形から 1 辺が 2 cm の正三角形を除いたものになり，③と④は一致する。1 辺が 2 cm の正方形の高さは，



$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$ (cm)　よって，求める面積は，

$2 \times \left(\pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \right) = \frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$ (cm^2)