Ｒ６　群馬県　公立　数学　問題

数-24-公-群馬-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えなさい。

問１　次の(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$7+(-2)$

(2)　$(3x+7)-(x-1)$

(3)　$(3a^2b-2ab)\div ab$

問２　$x^2-5x-24$ を因数分解しなさい。

問３　平方根について述べた次の**ア**～**エ**のうち，正しく述べているものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　$\sqrt{0.001}=0.1$ である。

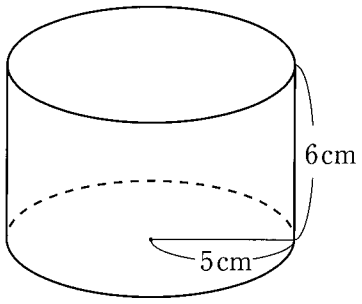
イ　$\sqrt{10}$ を２乗すると，10 になる。

ウ　3 の平方根は，9 と -9 である。

エ　$3\sqrt{11}$ は，10 よりも値が小さい。

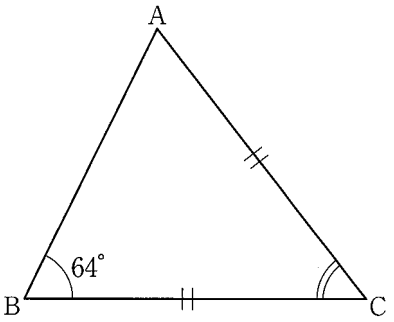
問４　右の図の立体は，底面の半径が 5 cm，高さが 6 cm の円柱である。この円柱の表面積を求めなさい。

ただし，円周率は π とする。

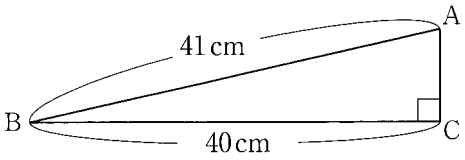


問５　２次方程式 $x^2+5x+5=0$ を解きなさい。

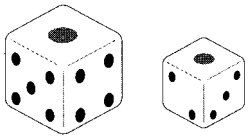
問６　右の図の三角形 ABC は，CA＝CB の二等辺三角形である。∠ABC＝64°のとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



問７　右の図の三角形 ABC は，∠ACB＝90°の直角三角形である。AB＝41 cm，BC＝40 cm のとき，AC の長さを求めなさい。

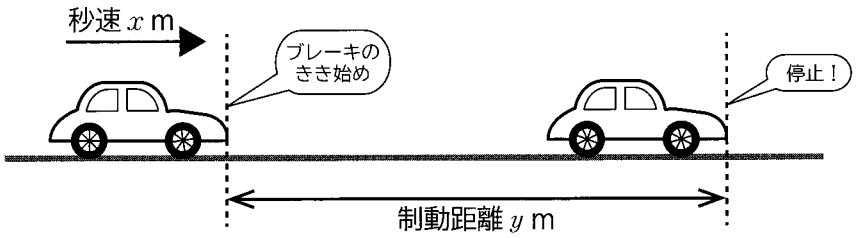


問８　大きさの異なる 2 つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの目が 3 以下のときは 2 つのさいころの目の和を X とし，大きいさいころの目が 4 以上のときは 2 つのさいころの目の積を X とする。このとき，X が 5 の倍数となる確率を求めなさい。



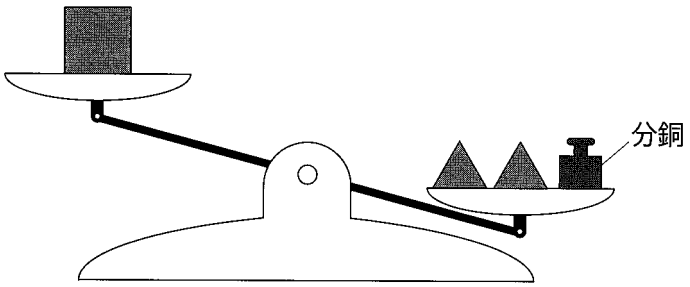
問９　走行中の自動車がブレーキをかけたとき，ブレーキがきき始めてから自動車が完全に停止するまでに進んだ距離のことを制動距離という。一般に，秒速 x m で走っている自動車の制動距離を y m とすると，y は x の 2 乗に比例することが知られている。

この関係が成り立つ自動車 A について調べたところ，秒速 10 m で走っているときの制動距離が 10 m であった。この自動車 A が，秒速 30 m で走っているときの制動距離を求めなさい。



2 四角型，三角型，丸型，星型の 4 種類の積み木があり，積み木 1 個当たりの重さは，種類ごとにそれぞれ同じ重さであるとする。これらの積み木と分銅をてんびんに乗せて，積み木の重さを調べた。次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1　てんびんの左の皿に四角型の積み木 1 個を乗せ，右の皿に三角型の積み木 2 個と 50 g の分銅 1 個を乗せたところ，次の図のようにてんびんが傾いた。四角型の積み木 1 個の重さを a g，三角型の積み木 1 個の重さを b g とするとき，このてんびんの様子から分かる，重さについての大小関係を不等式で表しなさい。



問 2　てんびんの左の皿に丸型の積み木 3 個を乗せ，右の皿に星型の積み木 2 個を乗せたところ，てんびんがつり合った。また，左の皿に丸型の積み木 2 個と 20 g の分銅 4 個を乗せ，右の皿に星型の積み木 3 個を乗せたときも，てんびんがつり合った。このとき，丸型の積み木 1 個の重さと，星型の積み木 1 個の重さを，それぞれ求めなさい。

ただし，解答用紙の (解) には，答えを求める過程を書くこと。

3 隆和さんと亜衣さんは，数学の授業で，コンピュータを使いながら図形の性質について考えている。会話文を読んで，後の**問１**，**問２**に答えなさい。

先生：コンピュータを使うと，自分で描いた図形の面積を調べることができますよ。いろいろ試してみましょう。

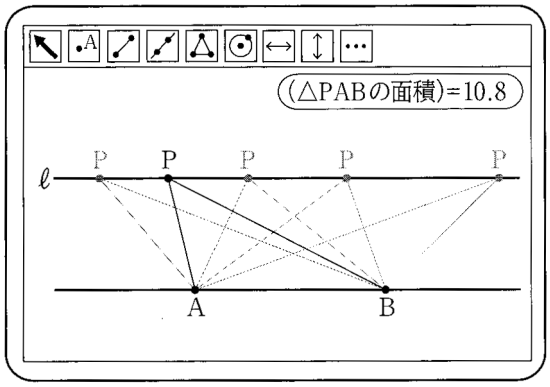
隆和さん：2 点 A，B と，直線 AB に平行な直線 ℓ 上の点Pの3点で作る三角形を調べたら，**【画面Ⅰ】**のように，ℓ 上で点 P を動かしても，三角形の面積が変わりませんでした。

先生：いいところに目を付けましたね。他にも気付くことはないですか。

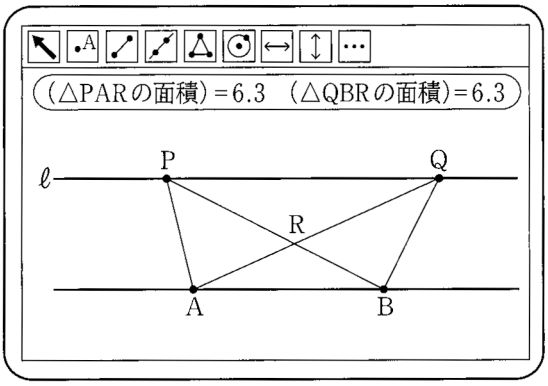
亜衣さん：私は ℓ 上に点 P と点 Q の 2 点をとってみました。そして，PB と QA の交点を R とすると，**【画面Ⅱ】**のように，三角形 PAR と三角形 QBR の面積が同じになりました。

先生：では，コンピュータを使って見つけたことがらを，実際に証明して確かめてみましょう。

【画面Ⅰ】



【画面Ⅱ】



問１　**【画面Ⅱ】**に示された三角形 PAR と三角形 QBR の面積が等しいことを，次のように証明した。

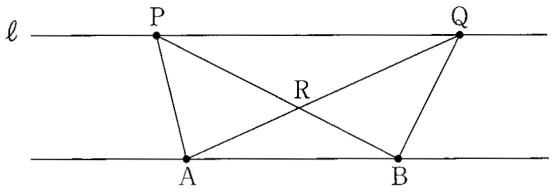
X　には当てはまる記号を，Y　には当てはまることばを入れなさい。また，［　　］に証明の続きを書き，この証明を完成させなさい。

なお，三角形の面積を表す際に，例えば，三角形 ABC の面積の大きさを△ABC と表したり，三角形 ABC と三角形 DEF の面積が等しいことを△ABC＝△DEF と表したりしてよいものとする。

証　明

三角形 PAB と三角形 QAB について，共通する辺 X を底辺と考えると，ℓ // AB より Y といえるので，2 つの三角形の面積は等しい。

よって，△PAB＝△QAB　……①



［　　］

先生：今度は，角度について調べてみましょう。

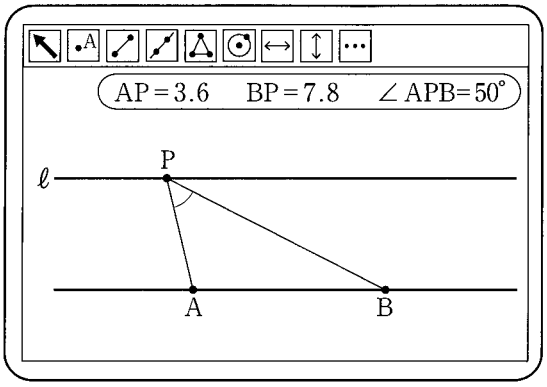
亜衣さん：**【画面Ⅲ】**や**【画面Ⅳ】**のように，点Pをℓ上で動かしてみると，点Pの位置によって，∠APBの大きさが変わることが分かりました。

隆和さん：点Pをいろいろ動かしてみましたが，∠APBの大きさが最も大きいのは，PA＝PBのときのようです。この点Pは，コンパスと定規で実際に作図できそうですね。

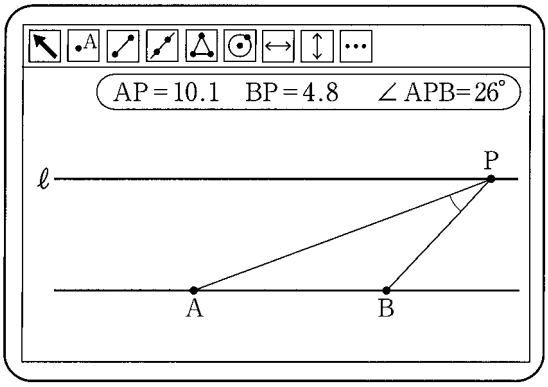
亜衣さん：そうですね。直線ℓ上には，この点P以外にも，コンパスと定規で作図できる点がありそうですね。

先生：PA＝PBとなる点Pをもとにして考えると，$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle APB$となるような直線$\ell$上の点Cも実際に作図できますよ。点Pや点Cをどうやって作図すればよいか，みんなで考えてみましょう。

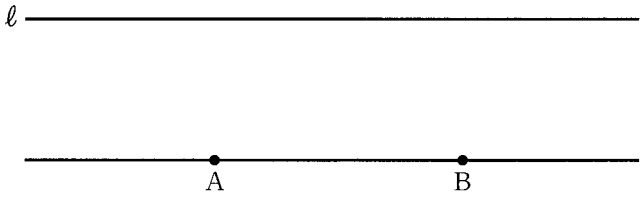
【画面Ⅲ】



【画面Ⅳ】



問２　次の図は，2点A，Bと，直線ABに平行な直線ℓを示したものである。後の(1)，(2)の問いに答えなさい。

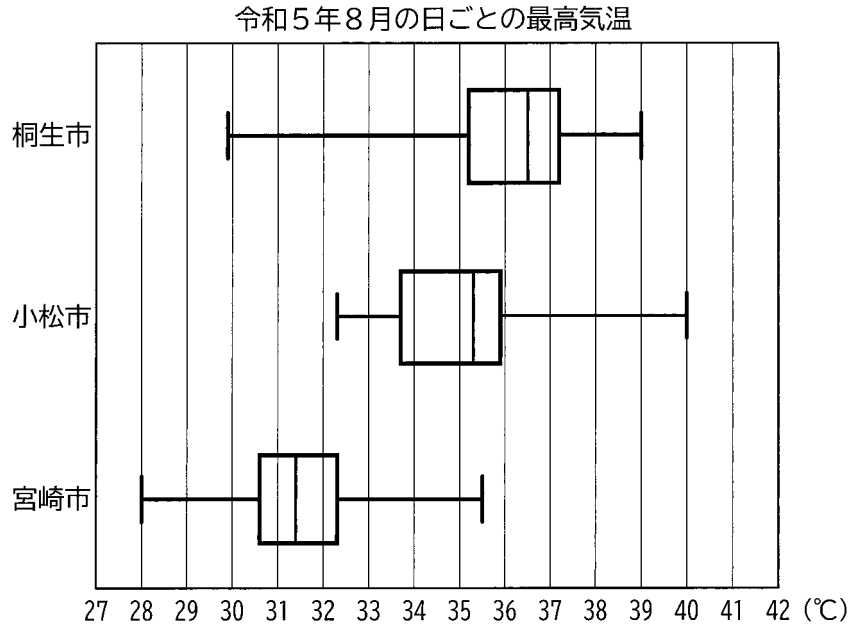


(1) 図に，PA＝PBとなる直線ℓ上の点Pと，その点Pに対して$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle APB$となるような直線$\ell$上の点Cを，コンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし，条件を満たす点Cが2つ以上ある場合はそのすべての点を作図し，作図したすべての点をCと表すこと。また，作図に用いた線は消さないこと。

(2) (1)のような作図によって点Cをとったことで，なぜ$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle APB$であるといえるのか，その理由を説明しなさい。

4 沙知さんは，昨年の夏，自分が住んでいる群馬県桐生市が記録的な暑さだったことから，桐生市のほか，昨年８月に 40.0℃を記録した石川県小松市と，１年中温暖なことで知られる宮崎県宮崎市の３つの市について，令和５年８月の日ごとの最高気温をそれぞれ 31 日分調べて比較することにした。次の図は，これらのデータを箱ひげ図にまとめたものである。後の**問１**～**問３**に答えなさい。



問１　沙知さんがまとめた箱ひげ図をもとに，次の**ア**～**ウ**を，値の小さい順に左から並べて書きなさい。

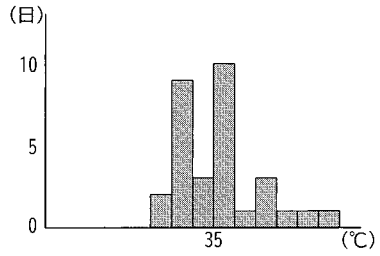
ア　桐生市のデータの第３四分位数

イ　小松市のデータの第１四分位数

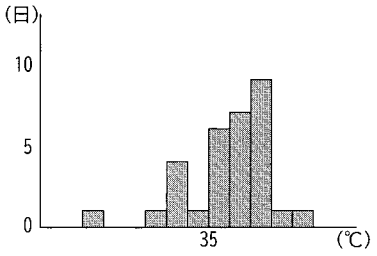
ウ　宮崎市のデータの最大値

問２　沙知さんは，３つの市のデータの分布の様子を詳しく比較するため，箱ひげ図に加えてヒストグラムも作成することにした。次の**ア**～**ウ**は，令和５年８月の桐生市，小松市，宮崎市の最高気温のデータをもとに，階級の幅を 1.0℃として作成したヒストグラムである。桐生市に当たるものを**ア**～**ウ**から選び，記号で答えなさい。

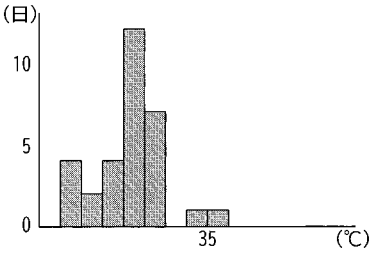
ア



イ



ウ



問３　次の**ア**～**エ**は，沙知さんが，桐生市，小松市，宮崎市のデータの箱ひげ図を比較して述べたものである。**ア**～**エ**のうち，正しく述べているものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　３つの市のうち，データの範囲が最も大きいのは，桐生市であることが分かる。

イ　３つの市のうち，箱ひげ図の箱の部分が最も右側に位置しているのは桐生市であるため，桐生市のデータの四分位範囲が最も大きいことが分かる。

ウ　桐生市と小松市について，箱ひげ図のひげの部分の長さや位置を比較することで，桐生市よりも小松市の方が，最高気温が 36.0℃以上の日が多かったことが分かる。

エ　宮崎市のデータの最大値よりも桐生市のデータの中央値の方が値が大きいため，桐生市の最高気温が宮崎市の最高気温よりも高かった日が，31 日のうち 16 日以上あったことが分かる。

数-24-公-群馬-問-05

5　**図１**のように，山の麓（ふもと）のある地点にいる人が，別の麓にある目的地まで歩いて移動する場合，山の麓に沿って歩くよりも，山頂の方に少し登ってから目的地を目指して歩いた方が，早くたどり着けることがあるという。

この話を聞いた真一さんは，このことを調べるために，**図２**のような四角すいを用いたモデルで考えることにした。この四角すいは，底面が一辺 4000 m の正方形 ABCD であり，OA＝OB＝OC＝OD＝3000 m とする。**図２**のように，山の麓に沿って目的地を目指す場合は，A→B→C という経路で歩くこととし，山頂の方に少し登ってから目的地を目指す場合は，辺 OA，辺 OB，辺 OC 上に，OP＝OQ＝OR となる点 P，点 Q，点 R をそれぞれとり，A→P→Q→R→C という経路で歩くこととする。次の**問１**，**問２**に答えなさい。

図１

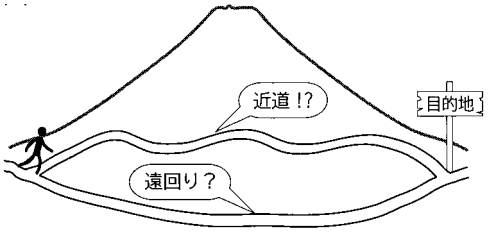
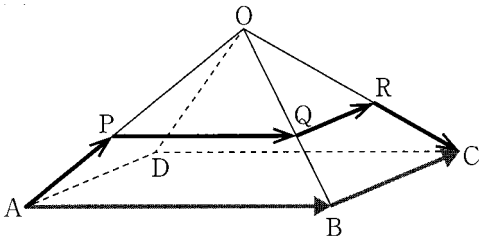


図２



問１　次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) A→P→Q→R→C という経路で目的地を目指す場合，最初に登る距離 AP を 1500 m としたときに歩く距離の合計は何 m となるか，求めなさい。

(2) 最初に登る距離 AP を x m，A→P→Q→R→C という経路で歩く距離の合計を y m とする。このとき，y を x の式で表しなさい。

ただし，$0<x<3000$ とする。

(3) A→P→Q→R→C という経路で歩く距離の合計が，A→B→C という経路で歩く距離の合計の 90% となるようにするには，最初に登る距離 AP を何 m にすればよいか，求めなさい。

問２　真一さんは，山を登るときや下るときに歩く速さが変わることを考慮して，このモデルについて考え直すことにした。

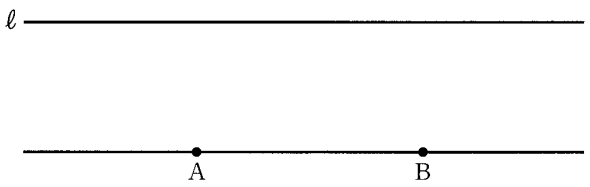
A→P→Q→R→C という経路で歩いて目的地を目指す場合，山を登る A→P の区間では，A→B→C という経路で歩くときの 0.6 倍の速さになり，P→Q→R の区間では，A→B→C という経路で歩くときと同じ速さに，また，山を下る R→C の区間では，A→B→C という経路で歩くときの 1.5 倍の速さになると仮定する。

このとき，A→P→Q→R→C という経路で歩く場合の移動時間が，A→B→C という経路で歩く場合の移動時間の 90%となるようにするには，最初に登る距離 AP を何 m にすればよいか，求めなさい。

ただし，A→B→C という経路で歩くときの速さは，一定であるとする。

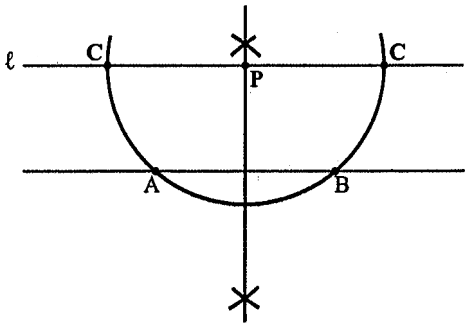
Ｒ６　群馬県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-群馬-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３				
		問４		cm^2		
		問５				
		問６	∠ACB＝	°		
		問７	AC＝	cm		
		問８				
		問９		m		
数-24-公-群馬-KY-02	2	問１				
		問２	〔解〕 答　丸型の積み木１個の重さ　　g 　　星型の積み木１個の重さ　　g			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-群馬-KY-03	3	問１	X		
			Y		
			〔証明の続き〕		
		問２	(1) 		
			(2)		
数-24-公-群馬-KY-04	4	問１			
		問２			
		問３			
数-24-公-群馬-KY-05	5	問１	(1)　　m		
			(2)		
			(3)　　m		
		問２	m		

数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-群馬-K-01	1	問１	(1)	5	41	
			(2)	$2x+8$		
			(3)	$3a-2$		
		問２	$(x-8)(x+3)$			
		問３	イ，エ			
		問４	110π　(cm^2)			
		問５	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$			
		問６	(∠ACB＝)　52　(°)			
		問７	(AC＝)　9　(cm)			
		問８	$\dfrac{11}{36}$			
		問９	90　(m)			
数-24-公-群馬-K-02	2	問１	$a<2b+50$		9	
		問２	〔解〕 (例) 丸型の積み木１個の重さを x g, 星型の積み木１個の重さを y g とすると $\begin{cases}3x=2y & \cdots\cdots① \\ 2x+20\times4=3y & \cdots\cdots②\end{cases}$ ①×3－②×2 より $9x = 6y$ $-)\ 4x + 160 = 6y$ $5x - 160 = 0$ $5x = 160$ よって，　$x = 32$ ①に $x=32$ を代入して，　$y=48$ $x=32$，$y=48$ は問題に適している。 (答)　(丸型の積み木１個の重さ)　32　(g) (星型の積み木１個の重さ)　48　(g)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-群馬-大-03	3	問１	X　AB Y　高さが等しい 〔証明の続き〕 (例) また △PAR ＝△PAB－ △RAB　……② △QBR＝△QAB－△RAB　……③ ①，②，③より △PAR ＝△QBR	19	
		問２	(1)　(例)  		
			(2)　(例) 点 P を中心とする同じ円の周上に点 A，点 B，点 C があるので，円周角の定理より $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle APB$ であるといえる。		
数-24-公-群馬-大-04	4	問１	イ，ウ，ア	13	
		問２	イ		
		問３	ア，エ		
数-24-公-群馬-大-05	5	問１	(1)　7000 (m)	18	
			(2)　$y=-\frac{2}{3}x+8000$		
			(3)　1200 (m)		
		問２	2400 (m)		

数-24-公-群馬-KS-01

1　【小問集合】

問１　(3)　$(3a^2b-2ab)\div ab=(3a^2b-2ab)\times\frac{1}{ab}=\frac{3a^2b}{ab}-\frac{2ab}{ab}=3a-2$

問３　**ア**　$0.1=\sqrt{(0.1)^2}=\sqrt{0.01}$ だから，誤り。

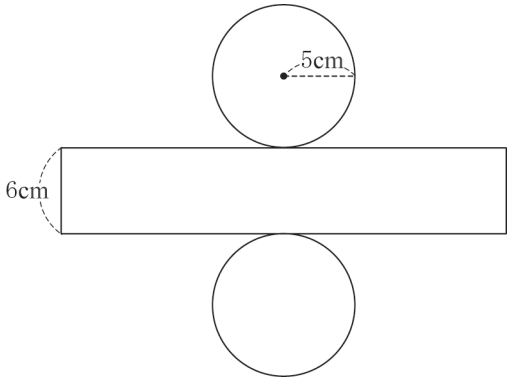
イ　2 乗すると 10 になる数は，$\sqrt{10}$ と $-\sqrt{10}$ だから，$(\sqrt{10})^2=10$　　よって，正しい。

ウ　3 の平方根は，$\sqrt{3}$ と $-\sqrt{3}$ だから，誤り。

エ　$3\sqrt{11}=\sqrt{3^2\times 11}=\sqrt{99}$，$10=\sqrt{10^2}=\sqrt{100}$ だから，$3\sqrt{11}<10$　　よって，正しい。

問４　円柱の展開図は**図１**のようになる。側面の長方形の横の長さは，底面の円の周に等しいことに注意して，$\pi\times 5^2\times 2+6\times 2\pi\times 5=50\pi+60\pi$
$=110\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

図１



問５　2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times 5}}{2\times 1}=\frac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$

問６　二等辺三角形の底角は等しいから，$\angle BAC=\angle ABC=64°$　　よって，三角形の内角の和より，$\angle ACB=180°-64°\times 2=52°$

問７　△ABC で三平方の定理より，$AC^2=AB^2-BC^2=41^2-40^2=(41+40)\times(41-40)=81$
$AC>0$ より，$AC=9\,(\mathrm{cm})$

問８　2 つのさいころの目の出方に対応した X の値を**表１**のように表す。全 36 通りのうち，X が 5 の倍数となるマスに色をつけると 11 通り。よって，求める確率は $\frac{11}{36}$ である。

表１

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	4	5	6
2	3	4	5	8	10	12
3	4	5	6	12	15	18
4	5	6	7	16	20	24
5	6	7	8	20	25	30
6	7	8	9	24	30	36

ポイント》確率の求め方

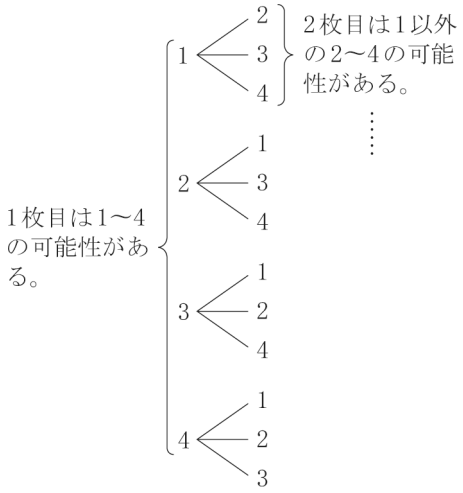
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問９　制動距離 y m は，秒速 x m の 2 乗に比例するから，$y=ax^2\ (a\neq 0)$ とおける。$x=10$，$y=10$ を代入すると，$10=a\times 10^2$ より，$a=\dfrac{1}{10}$　　すなわち，関数の式は $y=\dfrac{1}{10}x^2$

よって，$x=30$ のとき，$y=\dfrac{1}{10}\times 30^2=90$ より，90 m。

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する →　式は $y=\dfrac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

数-24-公-群馬-KS-02

2　【式の利用】

問１　左の皿の重さは，a g，右の皿の重さの合計は，$(2b+50)$ g だから，$a<2b+50$

数-24-公-群馬-KS-03

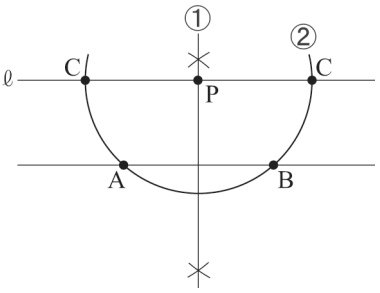
3　【平面図形】

問２　(1) 作図の手順は以下の通り。

①　線分 AB の垂直二等分線を作図すると，直線 ℓ との交点が P である。

②　中心が点 P，半径が PA(PB) である円 P を作図すると，直線 ℓ との 2 つの交点がともに C である。

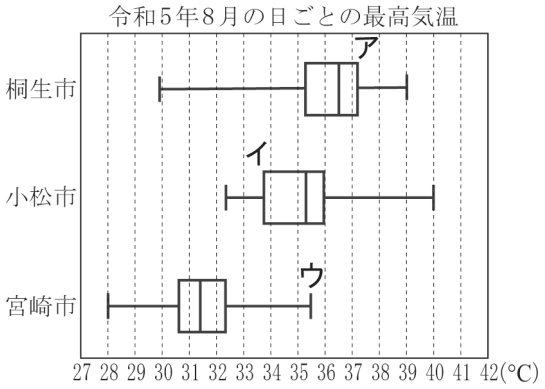
図１



4 【資料の活用】

問１　箱ひげ図における**ア**～**ウ**のそれぞれの値は，**図１**のように読みとることができる。よって，値の小さい順に並べると，**イ**，**ウ**，**ア**。

図１



問２　桐生市の最高気温の最大値は 39.0℃だから，39.0℃以上 40.0℃未満の階級が最大値となっている**イ**のヒストグラムが答えである。

問３　**ア**　データの範囲は，箱ひげ図におけるひげの両端間の長さである。よって，桐生市が最も大きいので，正しい。

イ　データの四分位範囲は，箱ひげ図における箱の長さである。よって，小松市が最も大きいので，誤り。また，箱ひげ図の箱の部分が最も右側に位置していることと，四分位範囲とは無関係である。

ウ　桐生市の中央値（箱の内部の線）は 36.0℃より大きく，31 個のデータにおける中央値はデータの大きい方から 16 番目であることから，最高気温が 36.0℃以上の日は少なくとも 16 日あったことがわかる。一方，小松市の第３四分位数（箱の右端）は 36.0℃より小さく，31 個のデータにおける第３四分位数はデータの大きい方から８番目であることから，最高気温が 36.0℃以上の日は多くても７日あったことがわかる。よって，小松市よりも桐生市の方が，最高気温が 36.0℃以上の日が多いので，誤り。

エ　宮崎市の最大値（ひげの右端）は 36.0℃より小さいため，31 日すべての最高気温が 36.0℃未満だったことがわかる。よって，**ウ**より，桐生市で最高気温が 36.0℃以上の日は少なくとも 16 日あり，そのすべての日で宮崎市の最高気温を上回っていることになる。よって，正しい。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数，の３つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第２四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

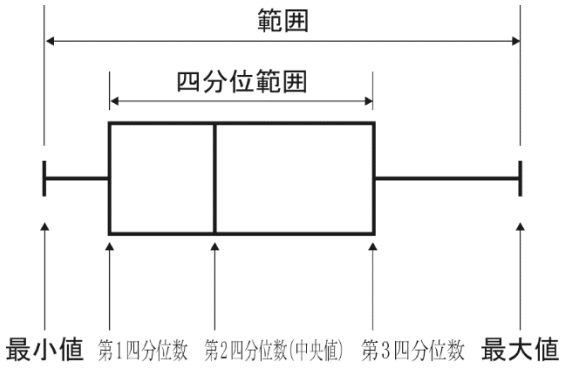
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある２つの数値の平均

(2)第１四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第３四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第３四分位数と第１四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-24-公-群馬-KS-05

5　【空間図形，一次関数の利用，方程式の利用】

問 1　△OAB≡△OBC，△OPQ≡△OQR，OA＝OB＝OC より，AP＝RC，PQ＝QR である。
これは，AP の距離にかかわらず成り立つから，A→P→Q→R→C という経路で歩く距離の合計は，AP＋PQ＋QR＋RC＝2(AP＋PQ) と表される。

(1) AP＝1500 m より，OP＝3000－1500＝1500(m) だから，OP＝AP
同様にして，OQ＝QB だから，△OAB で中点連結定理より，$PQ=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4000=2000$(m)
よって，距離の合計は，$2(AP+PQ)=2(1500+2000)=7000$(m)

(2) OP : OA＝OQ : OB より，PQ // AB だから，平行線と線分の比の性質より，PQ : AB＝OP : OA
$PQ:4000=(3000-x):3000$　　$3000PQ=4000(3000-x)$　　$PQ=-\frac{4}{3}x+4000$(m)
よって，距離の合計 y は，$y=2(AP+PQ)=2\left\{x+\left(-\frac{4}{3}x+4000\right)\right\}=-\frac{2}{3}x+8000$(m)

(3) (2)より，$-\frac{2}{3}x+8000=8000\times\frac{90}{100}$ が成り立てばよいから，これを解いて，$x=1200$

問 2　A→B→C という経路で歩くときの速さを分速 v m（$v>0$）とする。
A→P の区間の移動時間は，$AP\div0.6v=x\div\frac{3}{5}v=\frac{5x}{3v}$(分)
P→Q→R の区間の移動時間は，$2PQ\div v=2\left(-\frac{4}{3}x+4000\right)\div v=-\frac{8x}{3v}+\frac{8000}{v}$(分)
R→C の区間の移動時間は，$AP\div1.5v=x\div\frac{3}{2}v=\frac{2x}{3v}$(分)
よって，A→P→Q→R→C という経路で歩く場合の移動時間は，
$\frac{5x}{3v}-\frac{8x}{3v}+\frac{8000}{v}+\frac{2x}{3v}=-\frac{x}{3v}+\frac{8000}{v}$(分)
A→B→C という経路で歩く場合の移動時間は，$\frac{8000}{v}$(分) だから，$-\frac{x}{3v}+\frac{8000}{v}=\frac{8000}{v}\times\frac{90}{100}$
両辺に $3v$ をかけて，$-x+24000=21600$　　$x=2400$
なお，A→P の区間，R→C の区間の速さはともに，A→B→C という経路で歩く速さの割合で与えられているので，条件を満たす AP の距離は，A→B→C という経路で歩くときの速さにかかわらない。
よって，分速 1 m として計算してもよい。