Ｒ６　北海道　公立　数学　問題

数-24-公-北海道-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$(-1)+(-5)$

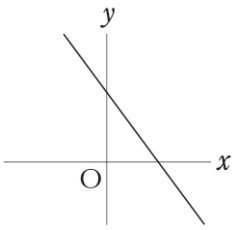
(2)　$7+18\div(-3)$

(3)　$\sqrt{6}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}$

問２　70 を素因数分解しなさい。

問３　1 m あたりの重さが 30 g の針金があります。この針金 x m の重さが y g であるとき，y を x の式で表しなさい。

問４　右の図のような関数　$y=ax+b$　のグラフがあります。点 O は原点とします。a と b の値について，次のように説明するとき，①，②の｛　　｝に当てはまるものを，それぞれ**ア**～**ウ**から選びなさい。

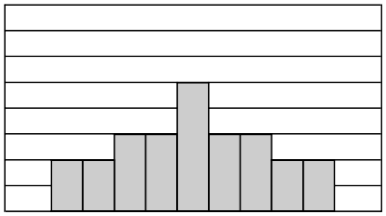


（説明）

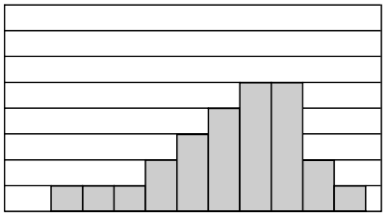
a の値は①｛**ア**　正の数　　**イ**　0　　**ウ**　負の数｝であり，
b の値は②｛**ア**　正の数　　**イ**　0　　**ウ**　負の数｝である。

問５　下の①～④のヒストグラムは，それぞれ**ア**～**エ**のいずれかの箱ひげ図と同じデータを使ってまとめたものです。①，②のヒストグラムは，どの箱ひげ図と同じデータを使ってまとめたものですか。最も適当なものを，それぞれ**ア**～**エ**から選びなさい。

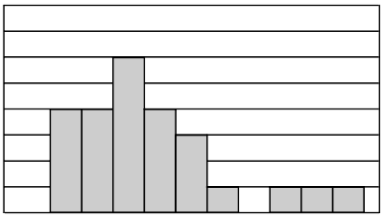
①



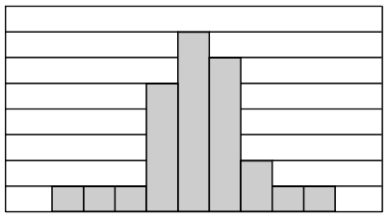
②

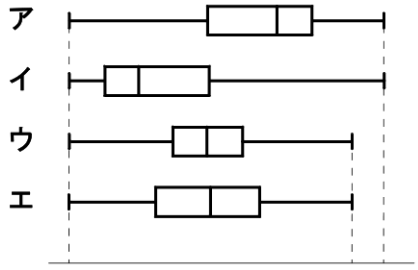


③



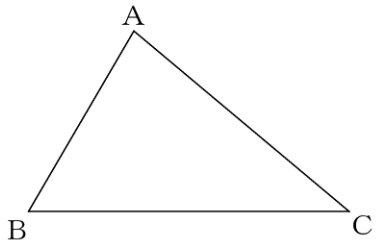
④





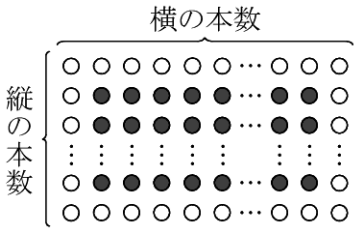
問６　下の図のような△ABC があります。辺 BC 上に点 P を，△ABP と△ACP の面積が等しくなるようにとります。点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，点を示す記号 P をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



2 勇太さんは，自宅の花だんに，赤色と白色のチューリップを植えることにしました。花だんの形が長方形であることから，勇太さんは，右の図のように，条件にしたがってチューリップを等間隔に並べたいと考えています。

次の問いに答えなさい。



（条件）

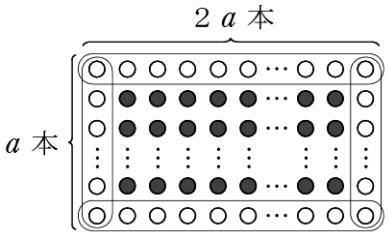
- 赤色のチューリップの周囲に 1 列で白色のチューリップを並べる。
- 白色のチューリップの横の本数が，縦の本数の 2 倍となるように並べる。

問 1 勇太さんは，白色のチューリップの本数の求め方について，ノートにまとめました。

次の(1)，(2)に答えなさい。

（勇太さんのノート）

図



白色のチューリップの本数の求め方を表す式

$\underline{a\times2+2a\times2-4}$

説明

白色のチューリップの縦の本数を a 本とする。図のように，白色のチューリップを線で囲むと，1 つの縦の囲みに a 本，1 つの横の囲みに $2a$ 本ある。縦，横の囲みは 2 つずつあるから，この 4 つの囲みの中の本数の合計は，$a\times2+2a\times2$ で表される。

このとき，2 回数えている白色のチューリップが 4 本あるので，$a\times2+2a\times2$ から 4 をひく。

(1) 白色のチューリップの縦の本数が 6 本のとき，白色のチューリップの本数を求めなさい。

(2) 白色のチューリップの縦の本数を a 本として，勇太さんとは異なる求め方で白色のチューリップの本数を求めるとき，解答用紙の図に囲みをかき入れ，その囲みをもとにして，白色のチューリップの本数の求め方を表す式を，下線部＿＿＿のように，a を用いて書きなさい。

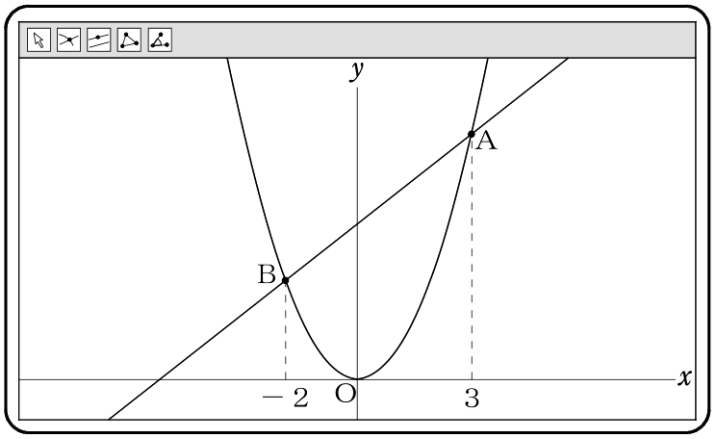
問 2 勇太さんが，条件にしたがってチューリップを植えたところ，チューリップは全部で 242 本になりました。このときの赤色のチューリップの本数を求めなさい。

3 ユキさんたちのクラスでは，数学の授業で，関数のグラフについてコンピュータを使って学習をしています。

次の問いに答えなさい。

問１ 先生が提示した**画面１**には，関数 $y=x^2$ のグラフと，このグラフ上の２点 A，B を通る直線が表示されています。点 A の x 座標は 3，点 B の x 座標は-2 です。点 O は原点とします。

画面１



ユキさんは，**画面１**を見て，２点 A，B を通る直線の式を求めたいと考え，求め方について，次のような見通しを立てています。

（ユキさんの見通し）

> ２点 A，B を通る直線の式を求めるには，２点 A，B の座標がわかればよい。

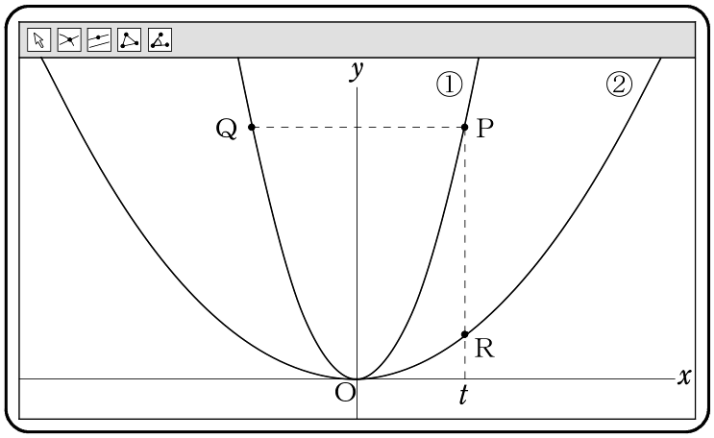
次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) ユキさんの見通しを用いて，２点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問２　先生が提示した**画面２**には，２つの関数　$y=2x^2$……①，$y=\frac{1}{2}x^2$……②　のグラフが表示されています。①のグラフ上に点Ｐがあり，点Ｐの x 座標は t です。点Ｑは，点Ｐと y 軸について対称な点です。また，点Ｒは，点Ｐを通り，y 軸に平行な直線と②のグラフとの交点です。点Ｏは原点とし，$t>0$ とします。

画面２



ユキさんたちは，点Ｐを①のグラフ上で動かすことで，△PQR がどのように変化するかについて，話し合っています。

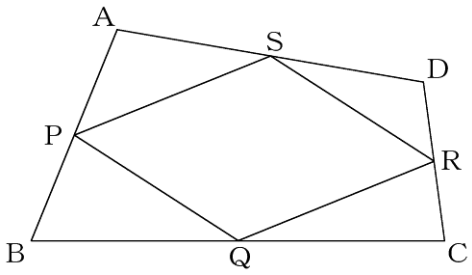
ユキさん　「点Ｐを動かすと，点Ｑと点Ｒも同時に動くね。」
ルイさん　「このとき，△PQR はいつでも直角三角形になるね。」
ユキさん　「…あれ？△PQR が直角二等辺三角形に見えるときがあるよ。」
ルイさん　「本当に直角二等辺三角形になるときがあるのかな。」
ユキさん　「じゃあ，△PQR が直角二等辺三角形になるときの点Ｐの座標を求めてみようか。」
ルイさん　「点Ｐの座標を求めるには，t の値がわかればいいね。」

△PQR が直角二等辺三角形になるときの t の値を求めなさい。

4 図１のように，四角形 ABCD があり，辺 AB，BC，CD，DA 上の点をそれぞれ P，Q，R，S とします。亜季さんたちは，「4 点 P，Q，R，S が各辺の中点であるとき，四角形 PQRS は，いつでも平行四辺形になる」ということを授業で学習しました。

次の問いに答えなさい。

図１



問１　亜季さんは，4 点 P，Q，R，S を各辺の中点としたまま，四角形 ABCD がいろいろなひし形となるように，コンピュータを使って四角形 ABCD の形を変え，四角形 PQRS の形を調べたところ，次のことがらに気づき，ノートにまとめました。

（亜季さんのノート）

四角形 ABCD がひし形ならば，四角形 PQRS は，いつでも ［　　］ である。

［　　］ に言葉を当てはめるとき，このことがらが成り立たないものを，**ア**～**ウ**からすべて選びなさい。

ア　正方形

イ　長方形

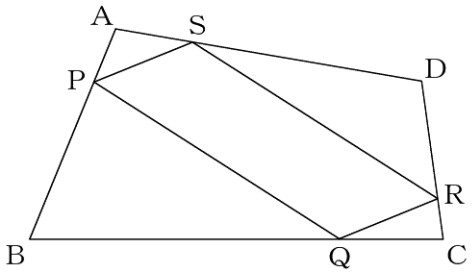
ウ　ひし形

問２　大地さんは，四角形 ABCD の各辺における 4 点 P，Q，R，S のとり方に着目し，コンピュータを使って，**図２**のように，この 4 点を各辺の辺上で動かしました。

大地さんは，「AP：PB＝CQ：QB＝CR：RD＝AS：SD＝1：3 のとき，四角形 PQRS は平行四辺形である」と予想しました。

次の(1)，(2)に答えなさい。

図２



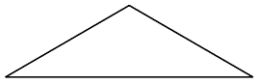
(1) 大地さんの予想が成り立つことを証明しなさい。

(2) 四角形 ABCD の対角線 BD と，線分 PQ，RS との交点をそれぞれ M，N とします。△APS の面積が 3 cm^2 であるとき，四角形 PMNS の面積を求めなさい。

ただし，四角形 PQRS は平行四辺形であることがわかっています。

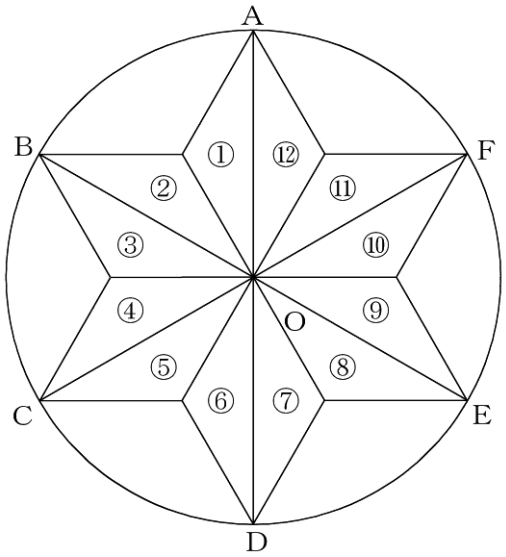
5 **図１**のような頂角が 120° の二等辺三角形があります。
次の問いに答えなさい。

図１



問１　**図２**のように，円 O の円周を 6 等分する点 A，B，C，D，E，F があり，**図１**と合同な二等辺三角形①～⑫を，それぞれの三角形の最も長い辺が円 O の半径となるように並べます。
次の(1)，(2)に答えなさい。

図２



(1) ①を，点 O を中心として時計回りに回転移動して，⑨に初めてぴったり重なったのは，何度回転移動したときですか。その角度を求めなさい。

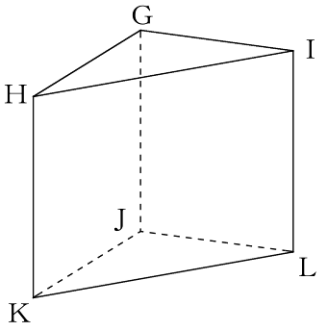
(2) 種類の異なる 3 枚の硬貨X，Y，Z があります。硬貨X，Y，Z を同時に投げ，表と裏の出かたに応じて，①に，次の **1** ～ **3** の操作を順に行い，最後に①～⑫のどの三角形に重なるかを調べます。

> **1**　硬貨Xが表のときは線分 AD を対称の軸として対称移動させ，裏のときは移動させない。
> **2**　硬貨Yが表のときは点 O を回転の中心として 180° 回転移動させ，裏のときは移動させない。
> **3**　硬貨Z が表のときは平行移動してぴったりと重なる三角形に移動させ，裏のときは移動させない。

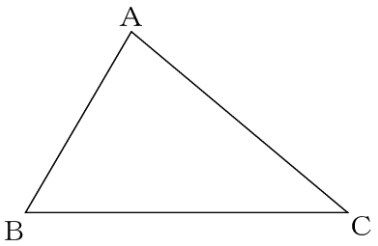
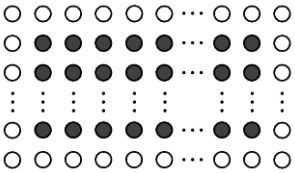
3 枚の硬貨X，Y，Z を同時に投げるとき，①が最後に重なる三角形が⑦となる確率を求めなさい。

問２　**図３**は，**図１**の二等辺三角形を底面とする三角柱で，GH＝GI＝4 cm としたものです。△GKL が正三角形であるとき，この三角柱の体積を求めなさい。

図３



Ｒ６　北海道　公立　数学　解答用紙

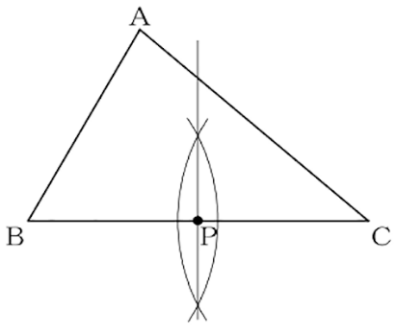
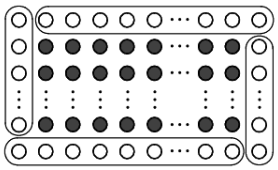
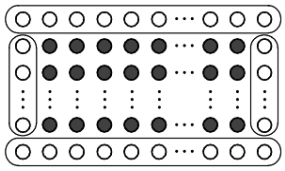
	問題番号		解答				配点	備考
数-24-公-北海道-KY-01	1	問１	(1)					
			(2)					
			(3)					
		問２						
		問３						
		問４	①		②			
		問５	①		②			
		問６						
数-24-公-北海道-KY-02	2	問１	(1)	本				
			(2)	〔図〕  〔求め方を表す式〕				
		問２	本					

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-KY-03	3	問１	(1)			
			(2)	〔計算〕 (答)		
		問２	〔計算〕 (答)　$t=$			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-KY-04	4	問１				
		問２	(1)	〔証明〕		
			(2)	cm^2		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-KY-05	5	問１	(1)	度		
			(2)			
		問２	〔計算〕 (答)　　cm^3			

数学　解答

	問題番号		解答				配点	備考
数-24-公-北海道-K-01	1	問１	(1)	−6			3	
			(2)	1			3	
			(3)	$2\sqrt{2}$			3	
		問２	$2\times5\times7$				5	・かけ算の順序は問わない。
		問３	$y=30x$				5	
		問４	①	ウ	②	ア	5	・完全解答とする。
		問５	①	エ	②	ア	5	・完全解答とする。
		問６	(正答例)  				6	・論理的に正しい場合は正答とする。
数-24-公-北海道-K-02	2	問１	(1)	32　本			4	
			(2)	(正答例１) 〔図〕  〔求め方を表す式〕 $(a-1)\times2+(2a-1)\times2$		(正答例２) 〔図〕  〔求め方を表す式〕 $(a-2)\times2+2a\times2$	6	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・〔図〕と〔求め方を表す式〕が対応しているものを正答とする。
		問２	180　本				5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-木-03	3	問１	(1)	9	4	
			(2)	〔計算〕 (正答例１) $y=3^2=9$ より，点 A の座標は (3，9) $y=(-2)^2=4$ より，点 B の座標は (−2，4)……① 求める直線の式を $y=ax+b$ とすると， 連立方程式 $\begin{cases}9=3a+b\\4=-2a+b\end{cases}$ を解いて，　……② $a=1$，$b=6$　……③ したがって，求める直線の式は，$y=x+6$ (答)　$y=x+6$	6	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①が導かれている場合は 1 点とする。 ・②，③が導かれている場合はそれぞれ 2 点とする。
				(正答例２)　(①までは正答例１と同様とする。) 2 点 A，B を通る直線の傾きは， $\dfrac{9-4}{3-(-2)}$ と表すことができ，　……② 計算すると 1 になる。 よって，求める直線の式は，切片を b とすると， $y=x+b$ と表すことができる。 点 A は直線 AB 上にあるから，$9=3+b$ これを解いて，$b=6$　……③ したがって，求める直線の式は，$y=x+6$ (答)　$y=x+6$		
		問２	〔計算〕 (正答例) △PQR は∠QPR＝90° の直角二等辺三角形であるから， PQ＝PR　……① P $(t,\ 2t^2)$ であるから， Q $(-t,\ 2t^2)$，R $\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$ PQ の長さは　$2t$　……②，PR の長さは　$\dfrac{3}{2}t^2$　……③ ①，②，③より，$2t=\dfrac{3}{2}t^2$ $t(3t-4)=0$ $t>0$ より，$t=\dfrac{4}{3}$　　(答)　$t=\dfrac{4}{3}$	6	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①が導かれている場合は 2 点とする。 ・②，③が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-K-04	4	問１	ア，ウ		4	・順不同で完全解答とする。
		問２	(1)	〔証明〕 (正答例１) △APS と△ABD において， AP：PB＝AS：SD であるから，PS // BD　…㋐ △CQR と△CBD において， CQ：QB＝CR：RD であるから，QR // BD …㋑ ㋐，㋑より，PS // QR　……① ㋐より，PS：BD＝AP：AB＝1：4 であるから， $PS=\frac{1}{4}BD$　…㋒ ㋑より，QR：BD＝CQ：CB＝1：4 であるから， $QR=\frac{1}{4}BD$　…㋓ ㋒，㋓より，PS＝QR　……② ①，②より，1 組の対辺が平行で長さが等しいので， 四角形 PQRS は平行四辺形である。 (正答例２)（①までは正答例１と同様とする。） △BPQ と△BAC において， BP：PA＝BQ：QC であるから，PQ // AC　…㋒ △DSR と△DAC において， DS：SA＝DR：RC であるから，SR // AC　…㋓ ㋒，㋓より，PQ // SR　……② ①，②より，2 組の対辺がそれぞれ平行なので， 四角形 PQRS は平行四辺形である。	8	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・㋐，㋑から①が導かれている場合は3点とする。(㋐，㋑が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。) ・㋒，㋓から②が導かれている場合は3点とする。(㋒，㋓が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。)
			(2)	18　cm^2	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-北海道-K-05	5	問１	(1)	120　度	4	
			(2)	$\frac{1}{4}$	5	・既約分数でない場合は4点とする。
		問２	〔計算〕 (正答例) △JKL において，辺 KL の中点を M とすると， △JKM は，∠JKM＝30° の直角三角形であるから， 直角三角形の辺の比より，KM：JK＝$\sqrt{3}$ ：2 JK＝4 であるから，KM：4＝$\sqrt{3}$ ：2 より， KM＝$2\sqrt{3}$ よって，KL＝$2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$　…㋐ また，JM：JK＝1：2 であるから， JM：4＝1：2 より，JM＝2　…㋑ ㋐，㋑より，△JKL の面積は， $\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$　……① △GKL は正三角形なので，GK＝KL＝$4\sqrt{3}$ 直角三角形 GJK において，三平方の定理より， $GJ^2+4^2=(4\sqrt{3})^2$　…㋒ よって，$GJ^2=48-16=32$ GJ＞0 より，GJ＝$4\sqrt{2}$　……② ①，②より，求める体積は， $4\sqrt{3}\times4\sqrt{2}=16\sqrt{6}$　(答)　$16\sqrt{6}$　cm^3		9	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①が導かれている場合は 3 点とする。 (㋐，㋑が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。) ・㋒から②が導かれている場合は 4 点とする。 (㋒が導かれている場合は 2 点とする。)

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，正答表に示す正答例以外の解答に係る中間点の配点については，上記の採点基準に準じること。

数-24-公-北海道-KS-01

1　【小問集合】

問３　(針金の重さ)＝(1 m あたりの重さ)×(針金の長さ) なので，$y=30x$

問４　グラフは右下がりの直線なので，傾き a は負の数である。また，グラフは y 軸と正の部分で交わるので，切片 b は正の数である。

問５　②と③のヒストグラムの範囲は，①と④のヒストグラムの範囲より大きいので，②と③の箱ひげ図はひげがより長い**ア**と**イ**のいずれかである。さらに，②のヒストグラムは山が右寄りなので，箱ひげ図も右寄りになる。よって，②のヒストグラムは，**ア**の箱ひげ図と同じデータを使ってまとめたものである。また，①は④に比べて山の形がなだらかなので，箱ひげ図の箱の部分が大きくなる。よって，①のヒストグラムは，**エ**の箱ひげ図と同じデータを使ってまとめたものである。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

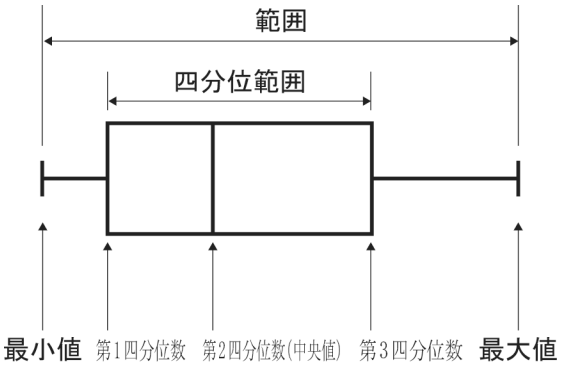
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問６　辺 BC 上に点 P をとり，△ABP の底辺を BP，△ACP の底辺を CP とすると，高さは同じである。したがって，△ABP と△ACP の面積が等しくなるためには，それぞれの底辺の長さである BP と CP の長さが等しければよい。点 P は線分 BC の中点になるから，線分 BC の垂直二等分線を作図すればよい。

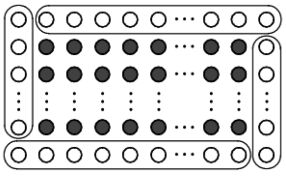
数-24-公-北海道-KS-02

2　【式の利用，方程式の利用】

問１　(1)　白色のチューリップの本数の求め方を表す式 $a\times2+2a\times2-4$ に $a=6$ を代入すると，$6\times2+2\times6\times2-4=32$(本)

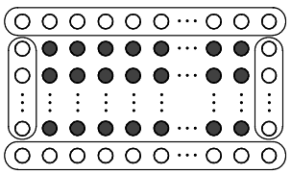
(2)　**図１**のように，白色のチューリップを線で囲むと，1 つの縦の囲みに $(a-1)$ 本，1 つの横の囲みに $(2a-1)$ 本ある。縦，横の囲みは 2 つずつあるから，この 4 つの囲みの中の本数の合計は，$(a-1)\times2+(2a-1)\times2$ で表される。

図１



あるいは，**図２**のように，白色のチューリップを線で囲むと，1 つの縦の囲みに $(a-2)$ 本，1 つの横の囲みに $2a$ 本ある。縦，横の囲みは 2 つずつあるから，この 4 つの囲みの中の本数の合計は，$(a-2)\times2+2a\times2$ で表される。

図２



問２　白色のチューリップの縦の本数を a 本とすると，横の本数は $2a$ 本であり，赤色と白色のチューリップの本数の合計は，$a\times2a=2a^2$(本) である。よって，$2a^2=242$　　$a^2=121$　　$a>0$ より，$a=11$
このとき，白色のチューリップの本数は，白色のチューリップの本数の求め方を表す式 $a\times2+2a\times2-4$ に $a=11$ を代入して，$11\times2+2\times11\times2-4=62$(本) だから，赤色のチューリップの本数は，$242-62=180$(本)

数-24-公-北海道-KS-03

3　【関数のグラフと図形】

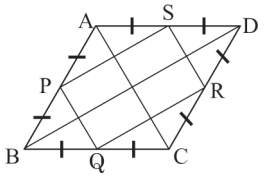
問１　(1) 点 A は曲線 $y=x^2$ 上にあるから，$x=3$ を代入すると，$y=3^2=9$

数-24-公-北海道-KS-04

4　【平面図形】

問１　四角形 ABCD はいろいろなひし形となるので，AC＝BDとは限らない。そこで，対角線 AC と対角線 BD の長さが等しくないとする。
中点連結定理より，$PQ=\frac{1}{2}AC$，$PS=\frac{1}{2}BD$ となるが，AC と BD の長さが等しくないので，PQ と PS の長さも等しくない。よって，
四角形 ABCD がひし形だからといって，四角形 PQRS は，いつでも正方形やひし形になるわけではない。

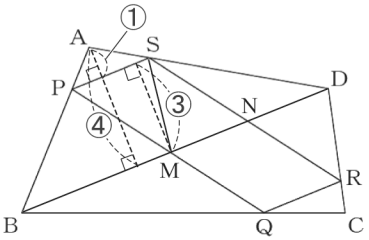
図１



一方，ひし形の対角線は垂直に交わるので，AC⊥BD である。また，中点連結定理より，PQ // AC，PS // BD だから，PQ⊥PS である。したがって，平行四辺形 PQRS の 1 つの角が90°なので，
四角形 PQRS は，いつでも長方形である。

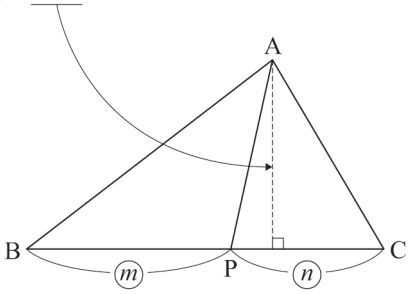
問２　(2) AP : PB＝AS : SD＝1 : 3 より，PS // BD
よって，△APS∽△ABD であり，その相似比は 1 : 4 である。
また，△APS の底辺を線分 PS，△ABD の底辺を線分 BD とすると，高さの比は1 : 4である。
したがって，△APS : △MPS＝1 : 3 となるから，
$\triangle MPS=3\times\triangle APS=3\times3=9(cm^2)$
また，四角形 PMNS は平行四辺形なので，PS＝MN
よって，$\triangle MPS=\triangle SMN=9cm^2$
四角形 PMNS＝△MPS＋△SMN＝9＋9＝18(cm^2)

図２



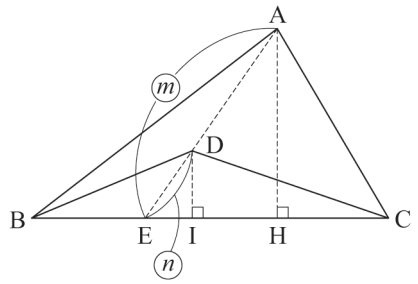
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



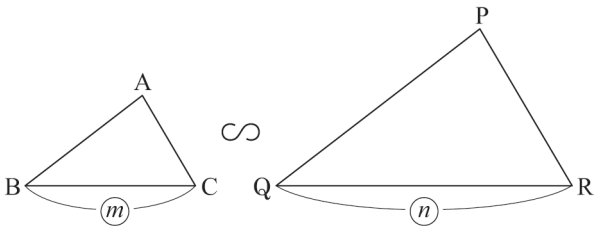
△ABP : △ACP＝BP : PC＝m : n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-24-公-北海道-KS-05

5 【平面図形，確率，空間図形】

問１ (1) 頂角が 120°の二等辺三角形の底角の大きさは，(180°－120°)÷2＝30°　二等辺三角形①を，点 O を中心として時計回りに回転移動して，⑨に初めてぴったり重なるのは，線分 AO が線分 EO に回転移動すると考えて，30°×4＝120°

(2) 3 枚の硬貨の表と裏の出かたに応じた三角形の移動の仕方を樹形図に表すと，**図１**のようになる。

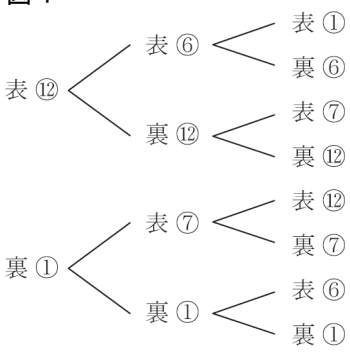
①が最後に重なる三角形が⑦となるのは，

・硬貨 X が表，硬貨 Y が裏，硬貨 Z が表の場合

・硬貨 X が裏，硬貨 Y が表，硬貨 Z が裏の場合

の 2 通りだから，求める確率は，$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

図１



ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

