Ｒ３　兵庫県　公立　数学　問題

数-21-公-兵庫-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$-7-(-2)$　を計算しなさい。

問２　$-6x^2y \div 2xy$　を計算しなさい。

問３　$4\sqrt{5}-\sqrt{20}$　を計算しなさい。

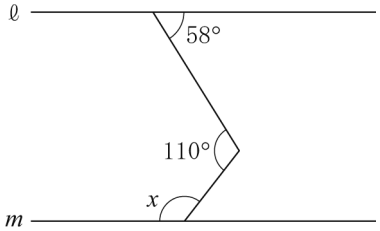
問４　x^2-4y^2　を因数分解しなさい。

問５　２次方程式　$x^2-3x-5=0$　を解きなさい。

問６　半径 2 cm の球の表面積は何 cm^2 か，求めなさい。ただし，円周率は π とする。

問７　**図**で，ℓ // m のとき，$\angle x$ の大きさは何度か，求めなさい。

図



問８　**表**は，ある中学校の生徒25人がそれぞれの家庭から出るごみの量について調べ，その結果を度数分布表にまとめたものである。中央値（メジアン）が含まれる階級の相対度数を求めなさい。ただし，小数第2位までの小数で表すこと。

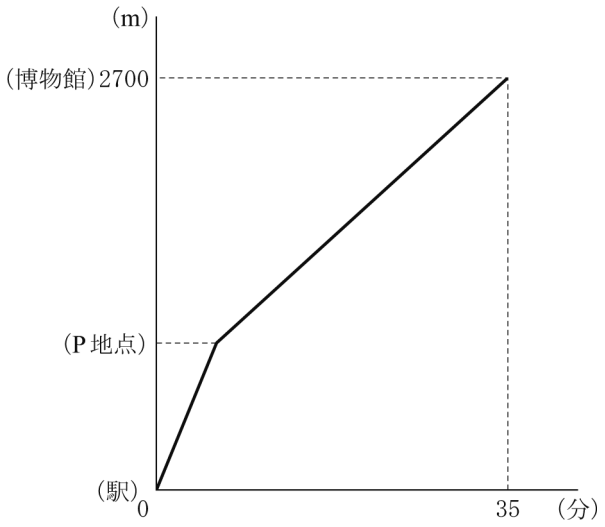
表

1人1日あたりの家庭ごみ排出量(g)	度数(人)
以上 100 ～ 未満 200	1
200 ～ 300	2
300 ～ 400	7
400 ～ 500	3
500 ～ 600	1
600 ～ 700	5
700 ～ 800	4
800 ～ 900	2
計	25

数-21-公-兵庫-問-02

2　A さんと B さんが同時に駅を出発し，同じ道を通って，2700 m 離れた博物館に向かった。A さんは自転車に乗り，はじめは分速 160 m で走っていたが，途中の P 地点で自転車が故障し，P 地点から自転車を押して，分速 60 m で歩き，駅を出発してから 35 分後に博物館に到着した。B さんは駅から走り，A さんより 5 分早く博物館に到着した。図は，A さんが駅を出発してからの時間と駅からの距離の関係を表したものである。ただし，A さんが自転車で走る速さ，A さんが歩く速さ，B さんが走る速さは，それぞれ一定とする。

次の問いに答えなさい。



問１　B さんが走る速さは分速何 m か，求めなさい。

問２　A さんが自転車で走った時間と歩いた時間を，連立方程式を使って，次のように求めた。

［　ア　］にあてはまる数式を書き，［　イ　］，［　ウ　］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

A さんが自転車で走った時間を a 分，歩いた時間を b 分とすると，

$$\begin{cases} a+b=35 \\ \boxed{\text{ア}}=2700 \end{cases}$$

これを解くと，$a=$［　イ　］，$b=$［　ウ　］

この解は問題にあっている。

A さんが自転車で走った時間は［　イ　］分，歩いた時間は［　ウ　］分である。

問３　B さんが A さんに追いつくのは，駅から何 m の地点か，求めなさい。

3 **図１**のように，ある球をその中心 O を通る平面で切ると半球が 2 つでき，その一方を半球 X とする。このとき，切り口は中心が O の円となる。この円 O の周上に，**図２**のように，3 点 A，B，C を∠BAC＝120° となるようにとり，∠BAC の二等分線と線分 BC，円周との交点をそれぞれ D，E とすると，AE＝8 cm，BE＝7 cm となった。

次の問いに答えなさい。

図１

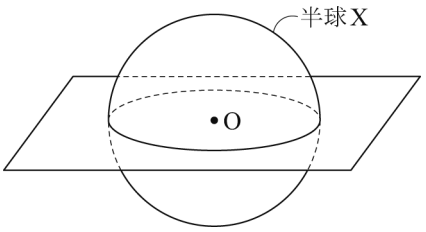
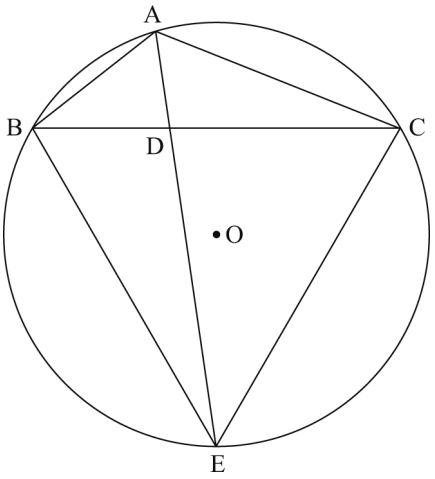


図２



問１　△ABE∽△BDE を次のように証明した。

[i] と [ii] にあてはまるものを，あとの**ア**～**カ**からそれぞれ 1 つ選んでその符号を書き，この証明を完成させなさい。

＜証明＞

△ABE と△BDE において，

共通な角だから，

∠AEB＝∠BED　……①

直線 AE は∠BAC の二等分線だから，

∠BAE＝∠ [i]　……②

弧 CE に対する円周角は等しいから，

∠DBE＝∠ [i]　……③

②，③より，∠BAE＝∠DBE　……④

①，④より，[ii] から，

△ABE∽△BDE

ア　ABC　　**イ**　CDE　　**ウ**　CAE

エ　3 組の辺の比がすべて等しい　　**オ**　2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

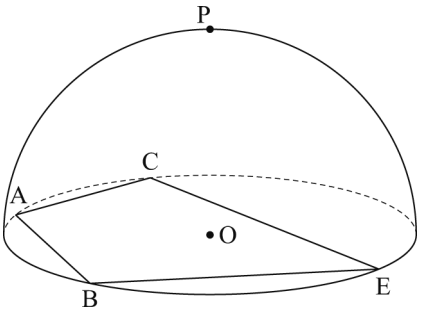
カ　2 組の角がそれぞれ等しい

問２　線分 DE の長さは何 cm か，求めなさい。

問３　△BCE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

問４　**図３**のように，半球 X の球面上に，点 P を直線 PO が平面 ABEC に垂直となるようにとる。このとき，頂点が P，底面が四角形 ABEC である四角すいの体積は何 cm^3 か，求めなさい。

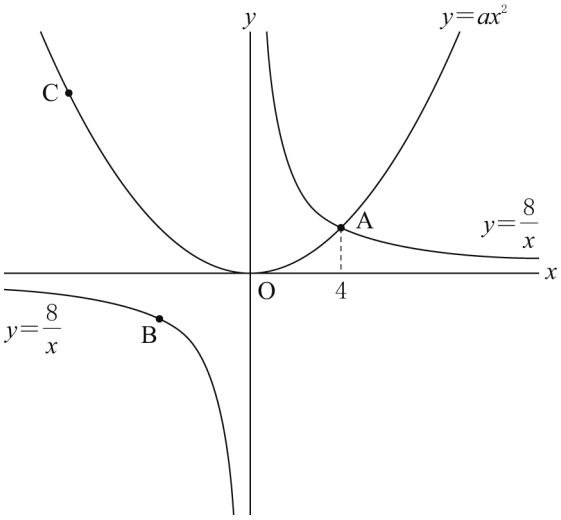
図３



数-21-公-兵庫-問-04

4　図のように，関数 $y=\frac{8}{x}$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標は 4，線分 AB の中点は原点 O である。また，点 A を通る関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 C があり，直線 CA の傾きは負の数である。

次の問いに答えなさい。



問１　点 B の座標を求めなさい。

問２　a の値を求めなさい。

問３　点 B を通り，直線 CA に平行な直線と，y 軸との交点を D とすると，△OAC と△OBD の面積比は 3 : 1 である。

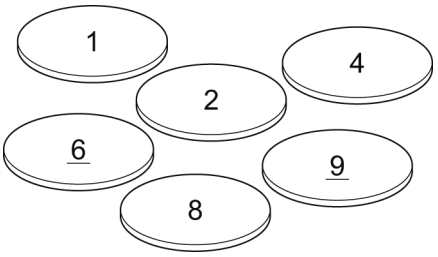
(1) 次の［ア］～［ウ］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

点 C の x 座標は，［ア］である。また，関数 $y=ax^2$ について，x の変域が［ア］$\leqq x \leqq 4$ のときの y の変域は［イ］$\leqq y \leqq$［ウ］である。

(2) x 軸上に点 E をとり，△ACE をつくる。△ACE の 3 辺の長さの和が最小となるとき，点 E の x 座標を求めなさい。

数-21-公-兵庫-問-05

5 6 枚のメダルがあり，片方の面にだけ 1，2，4，6，8，9 の数がそれぞれ 1 つずつ書かれている。ただし，6 と 9 を区別するため，6 は $\underline{6}$，9 は $\underline{9}$ と書かれている。数が書かれた面を表，書かれていない面を裏とし，メダルを投げたときは必ずどちらかの面が上になり，どちらの面が上になることも同様に確からしいものとする。



この 6 枚のメダルを同時に 1 回投げるとき，次の問いに答えなさい。

問 1　2 枚が表で 4 枚が裏になる出方は何通りあるか，求めなさい。

問 2　6 枚のメダルの表裏の出方は，全部で何通りあるか，求めなさい。

問 3　表が出たメダルに書かれた数をすべてかけ合わせ，その値を a とする。ただし，表が 1 枚も出なかったときは，$a=0$ とし，表が 1 枚出たときは，そのメダルに書かれた数を a とする。

(1) 表が出たメダルが 1 枚または 2 枚で，$\sqrt{a}$ が整数になる表裏の出方は何通りあるか，求めなさい。

(2) $\sqrt{a}$ が整数になる確率を求めなさい。

6 つばささんとあおいさんは，**写真**のような折り紙を折ったときにできた星形の模様を見て，**図１**の図形に興味をもった。

次の［　　］は，2 人が**図１**の図形について調べ，話し合いをしている場面である。

写真

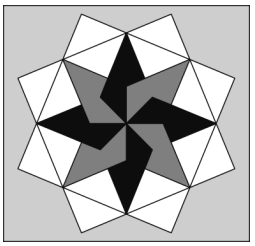
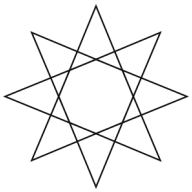


図１



つばさ：**図１**の図形は星形正八角形というみたいだね。調べていたら，星形正 n 角形のかき方を見つけたよ。

＜星形正 n 角形（$n \geqq 5$）のかき方＞

円周を n 等分する点をとり，1 つの点から出発して，すべての点を通ってもとの点に戻るように，同じ長さの線分で点と点を順に結ぶ。このかき方でかいた図形が正 n 角形になる場合があるが，正 n 角形は星形正 n 角形ではない。

あおい：最初に，星形正五角形をかいてみよう。**図２**のように，円周を 5 等分する点をとり，1 つの点から出発して隣り合う点を順に結ぶと，正五角形になるから，星形正五角形ではないね。また，**図３**のように，1 つの点から点を 2 つ目ごとに結んでみよう。すべての点を通ってもとの点に戻るから，この図形は星形正五角形だね。

図２

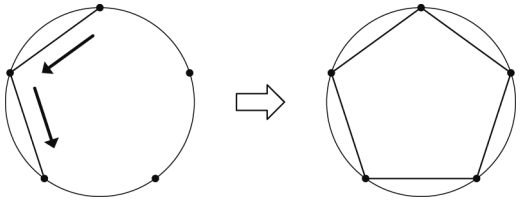
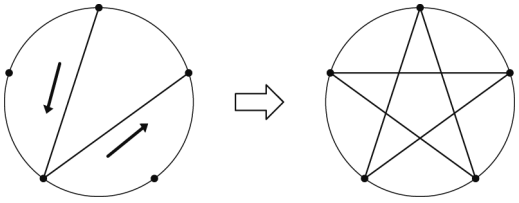


図３



つばさ：1 つの点から点を 3 つ目ごとに結んでも，星形正五角形がかけるね。4 つ目ごとに結ぶと，正五角形になるから，星形正五角形ではないね。

あおい：次は，星形正六角形をかいてみよう。円周を 6 等分する点を，1 つの点から 2 つ目ごとに結ぶと，もとの点に戻ったときに**図４**のようになって，すべての点を通っていないからかけないね。3 つ目ごとに結ぶと**図５**のようになって，4 つ目ごとに結ぶと**図４**のようになるから，星形正六角形はかけないね。

図４

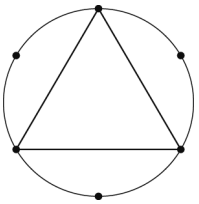
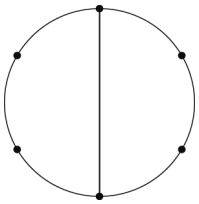


図５



つばさ：星形正七角形は円周を 7 等分する点を，1 つの点から 2 つ目ごとに結んでも，3 つ目ごとに結んでもかけるね。この 2 つは形が異なる図形だね。

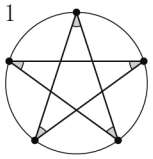
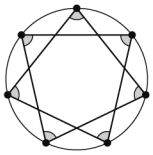
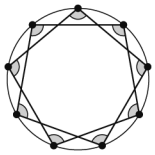
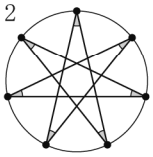
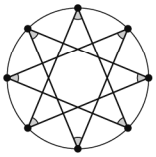
あおい：点を 4 つ目ごとに結ぶと，3 つ目ごとに結んだときと同じ形の図形がかけるね。5 つ目ごとに結ぶと　……

つばさ：点を 2 つ目ごとに結んだときと同じ形の図形がかけるはずだよ。

あおい：そうだね。同じ形の図形は 1 種類として数えると，円周を 7 等分する点をとった場合，星形正七角形は 2 種類かけるね。

2 人はその他にも星形正 n 角形をかき，その一部を**表**にまとめた。

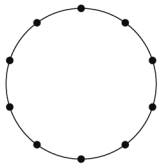
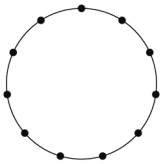
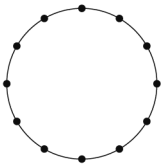
表　星形正 n 角形

点の結び方	円周を5等分	円周を6等分	円周を7等分	円周を8等分	円周を9等分
2つ目ごと	＊1 	×		×	
3つ目ごと	*1と同じ	×	＊2 		×
4つ目ごと	×	×	*2と同じ	×	

※　円周を n 等分する点を結んで星形正 n 角形がかけないとき，×としている。

次の問いに答えなさい。

問１　次の**ア**～**ウ**のうち，円周を n 等分する点をとり，その点を 2 つ目ごとに結んで星形正 n 角形をかくことができる場合はどれか，1 つ選んでその符号を書きなさい。

ア　円周を10等分する点をとる	**イ**　円周を11等分する点をとる	**ウ**　円周を12等分する点をとる
		

問２　円周を 7 等分する点を，2 つ目ごとに結んでできる星形正七角形の先端部分の 7 個の角の和の求め方を，つばささんは次のように説明した。［ ① ］と［ ② ］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

図６のように，先端部分の 1 個の角の大きさを x 度として，先端部分の 7 個の角の和 $7x$ 度を求めます。円周角の大きさが x 度の弧に対する中心角の大きさは $2x$ 度で，おうぎ形の弧の長さは中心角の大きさに比例するので，**図７**から，

［ ① ］：7＝$2x$：360

比例式の性質を用いて $7x$ を求めると，

$7\times 2x=$［ ① ］$\times 360$

$7x=$［ ② ］

したがって，先端部分の 7 個の角の和は［ ② ］度です。

図６

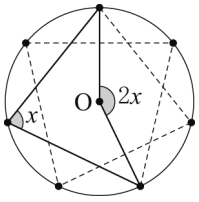


図７

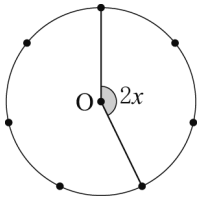


図６，**図７**の点 O は円の中心

問３　円周を n 等分する点を，2 つ目ごとに結んでできる星形正 n 角形の先端部分の n 個の角の和は何度か，n を用いて表しなさい。ただし，n は 5 以上の整数で，星形正 n 角形がかけない n は除くものとする。

問４　円周を 24 等分する点をとった場合，星形正二十四角形は何種類かくことができるか，求めなさい。また，それらの先端部分の 1 個の角について，その大きさが最も小さいものは何度か，求めなさい。ただし，同じ形の図形は 1 種類として数えることとする。

Ｒ３　兵庫県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-兵庫-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６	cm^2		
		問７	度		
		問８			
数-21-公-兵庫-KY-02	2	問１	分速　　m		
		問２	ア		
			イ		
			ウ		
		問３	m		
数-21-公-兵庫-KY-03	3	問１	i		
			ii		
		問２	cm		
		問３	cm^2		
		問４	cm^3		

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-21-公-兵庫-KY-04	4	問１	(　　,　　)					
		問２	$a=$					
		問３	(1)	ア				
				イ		ウ		
			(2)	$x=$				
数-21-公-兵庫-KY-05	5	問１	通り					
		問２	通り					
		問３	(1)	通り				
			(2)					
数-21-公-兵庫-KY-06	6	問１						
		問２	(1)					
			(2)					
		問３	度					
		問４	種類					
			度					

Ｒ３　兵庫県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-兵庫-K-01	1	問１		-5	3	
		問２		$-3x$	3	
		問３		$2\sqrt{5}$	3	
		問４		$(x+2y)(x-2y)$	3	
		問５		$(x=)\ \dfrac{3\pm\sqrt{29}}{2}$	3	
		問６		16π　(cm^2)	3	
		問７		128　(度)	3	
		問８		0.12	3	
数-21-公-兵庫-K-02	2	問１		(分速)　90　(m)	3	
		問２	ア	$160a+60b$	3	$160a+60(35-a)$ など，同じ関係を表した式であればよい。
			イ	6	3	
			ウ	29	3	
		問３		1800　(m)	3	
数-21-公-兵庫-K-03	3	問１	i	ウ	2	
			ii	カ	2	
		問２		$\dfrac{49}{8}$　(cm)	3	
		問３		$\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$　(cm^2)	4	
		問４		$\dfrac{112}{3}$　(cm^3)	4	

	問題番号		解　　答					配点	備　　考
数-21-公-兵庫-K-04	4	問１	$(-4,\ -2)$					3	
		問２	$(a=)\ \frac{1}{8}$					3	
		問３	(1)	ア	-8			3	
				イ	0	ウ	8	3	完解。
			(2)	$(x=)\ \frac{8}{5}$				3	
数-21-公-兵庫-K-05	5	問１	15　(通り)					3	
		問２	64　(通り)					4	
		問３	(1)	7　(通り)				4	
			(2)	$\frac{1}{4}$				4	
数-21-公-兵庫-K-06	6	問１	イ					3	
		問２	(1)	3				3	
			(2)	540				3	
		問３	$180(n-4)$　(度)					3	$180n-720$ でもよい。
		問４	3　(種類) 15　(度)					4	一方だけ正解の場合は，2点を与える。

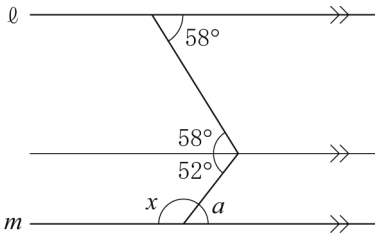
数学　解説

数-21-公-兵庫-KS-01

1　【小問集合】

問６　（球の表面積）＝4×π×(半径)^2 の公式に当てはめる。

問７　右図のようにℓ，m に平行な直線を，補助線としてかき入れる。補助線とℓで平行線の錯角は等しいので，110° の角度は，補助線により 58° と 52° に分けられる。m と補助線で，平行線の錯角に着目すると，$\angle a=52^\circ$ であり，
$\angle x=180^\circ-52^\circ=128^\circ$



問８　データの個数が 25 個なので，中央値は小さい方から数えて 13 番目のデータである。度数分布表より，これは 400g 以上 500g 未満の階級に含まれている。よって，その階級の相対度数は，3÷25＝0.12

ポイント》【相対度数の求め方】

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，
（相対度数）＝（対象となる階級の度数）÷（度数の合計）
であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

数-21-公-兵庫-KS-02

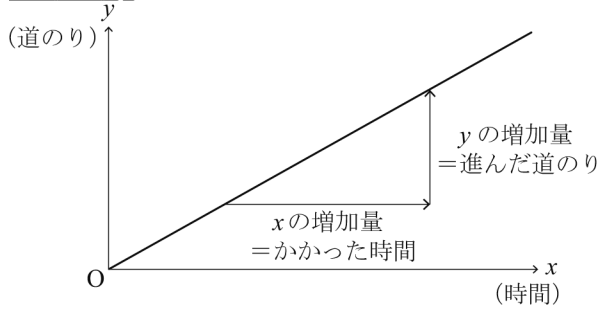
2　【1 次関数の利用】

問１　B さんは A さんが到着する 5 分前，つまり 30 分後に博物館に到着したとわかる。このとき，2700m を 30 分で進んだので，その速さは，2700÷30＝90　よって，分速 90m

問２　**ア**（進んだ距離）＝（速さ）×（時間）なので，駅から P 地点までの距離は 160×a(m)，P 地点から博物館までの距離は 60×b(m)と，それぞれ表すことができる。

問３　2 人のグラフの交点が出会った地点である。一定の速さで走った B さんのグラフは，（傾き）＝（速さ）であることに着目すると，$y=90x$（…式①）である。次に，P 地点を過ぎた後の A さんのグラフの式を求める。**問２**より P 地点は A さんが分速 160m で 6 分間進んだときに到着した地点なので，駅からの距離が 6×160＝960(m)のところである。よって，P 地点を過ぎた後の A さんのグラフは(6，960)と(35，2700)の 2 点を通ることがわかる。2 点を通る直線の求め方を使うと，このグラフの式は，$y=60x+600$（…式②）と求まる。式①と式②を連立方程式として解くと，$x=20$，$y=1800$ を得る。よって，駅から 1800m 離れた地点で B さんが追いついたことがわかる。

ポイント》【速さに関するグラフの問題では，「速さ＝傾き」と覚えておこう！】



$\Rightarrow$ 速さ＝$\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝変化の割合(傾き)

数-21-公-兵庫-KS-03

3　【空間図形】

問２　△ABE∽△BDE より，AE：BE＝BE：DE　8：7＝7：DE　DE＝$\dfrac{49}{8}$cm

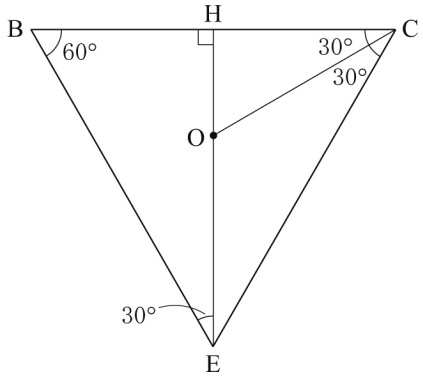
問３　AE は∠BAC（＝120°）の二等分線なので，

∠BAE＝∠CAE＝60°　同じ弧$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しく，∠BCE＝∠BAE＝60°　同じ弧$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角は等しく，∠CBE＝∠CAE＝60°　ここで△BEC の内角の和に注目すると，∠BEC＝180°－(∠BCE＋∠CBE)＝60°

よって，△BEC は 3 つの内角がすべて 60° なので正三角形であり，1 辺の長さは 7cm である。E から BC に垂線 EH をおろす（**図１**）。△EBH は内角が 30°，60°，90° で辺の比が決まった直角三角形なので，BE：EH＝2：$\sqrt{3}$

7：EH＝2：$\sqrt{3}$　EH＝$\frac{7\sqrt{3}}{2}$cm

図１



よって，△BEC＝$\frac{1}{2}$×BC×EH＝$\frac{1}{2}$×7×$\frac{7\sqrt{3}}{2}$＝$\frac{49\sqrt{3}}{4}$(cm^2)

問４　まずは底面積となる四角形 ABEC の面積を求める。(四角形 ABEC)＝△ABC＋△BEC と考えると，**問３**で△BEC の面積を求めたので，残りの△ABC の面積を求めればよい。**問２**より DE＝$\frac{49}{8}$cm なので，AD＝AE－DE＝8－$\frac{49}{8}$＝$\frac{15}{8}$(cm)　よって，AD：DE＝15：49 となる。これは BC を共通の底辺とみたときの，△ABC と△BEC の高さの比となるので，△ABC：△BEC＝15：49

問３より，△ABC：$\frac{49\sqrt{3}}{4}$＝15：49　△ABC＝$\frac{15\sqrt{3}}{4}$(cm^2)

よって，(四角形 ABEC)＝△ABC＋△BEC＝$\frac{15\sqrt{3}}{4}$＋$\frac{49\sqrt{3}}{4}$＝16$\sqrt{3}$(cm^2)

次に，四角すいの高さ PO を求める。PO は球 O の半径であり，円 O の半径の長さと等しい。よって，円 O の半径の長さを求める。円 O は△BEC の外接円でもあるので，外接円の中心が各辺の垂直二等分線の交点であることから，BC の垂直二等分線上に点 O がある（**図１**）。さらに，正三角形において，1 辺の垂直二等分線は，向かいの角の二等分線でもあるので，OC は∠BCE の二等分線である。よって，∠OCH＝∠OCE＝30° となる。ここで△OCH は，内角が 30°，60°，90° の辺の比が決まった直角三角形であり，OC：CH＝2：$\sqrt{3}$　OC：$\frac{7}{2}$＝2：$\sqrt{3}$　OC＝$\frac{7\sqrt{3}}{3}$cm　これは円 O の半径であり，球の半径 PO の長さである。これが四角すいの高さとなるので，

(四角すいの体積)＝$\frac{1}{3}$×(四角形 ABEC)×PO＝$\frac{1}{3}$×16$\sqrt{3}$×$\frac{7\sqrt{3}}{3}$＝$\frac{112}{3}$(cm^3)

ポイント》【図形問題突破のポイント】

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

数-21-公-兵庫-KS-04

4　【関数と図形】

問１　点 A の座標について，x＝4 を y＝$\frac{8}{x}$に代入して，y＝2　よって，点 A の座標は(4，2)である。点 O が線分 AB の中点になるので，点 B は O に関して点 A と点対称な位置にある。

よって点 B(－4，－2)

問２　x＝4，y＝2 を y＝ax^2 に代入して，2＝16a　a＝$\frac{1}{8}$

問３　(1) **ア**：直線 CA と y 軸の交点を P とする（**図１**）。
△OAP と△OBD について，OA＝OB，対頂角が等しく∠AOP＝∠BOD，平行線の錯角なので∠OAP＝∠OBD となり，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△OAP≡△OBD である。よって，△OAP と△OBD の面積は等しい。よって，△OAC：△OBD＝3：1 なので，△OAC：△OAP＝3：1 である。さらに，△OAC と△OAP の面積比から，高さが共通なので底辺の比は，
AC：AP＝3：1 である。
ここで，点 Q と点 R を**図２**のように定義すると，△APQ∽△ACR となり，その相似比は AP：AC＝1：3 である。点 A の x 座標から AQ＝4 なので，AR＝12 である。よって，点 C の x 座標は 4−12＝−8 である。
イ，**ウ**：$-8 \leqq x \leqq 2$ のとき，グラフの形から，$x=0$ のときに最小値 $y=0$，$x=-8$ のとき最大値 $y=8$ をとることがわかる。よって，$0 \leqq y \leqq 8$

図１

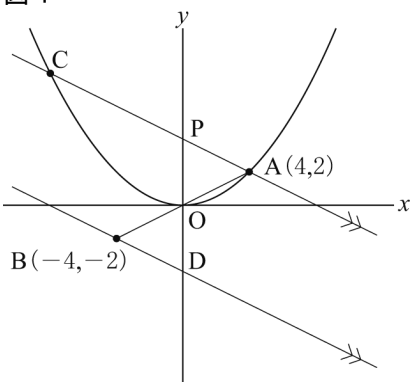
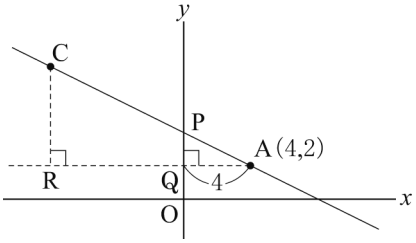
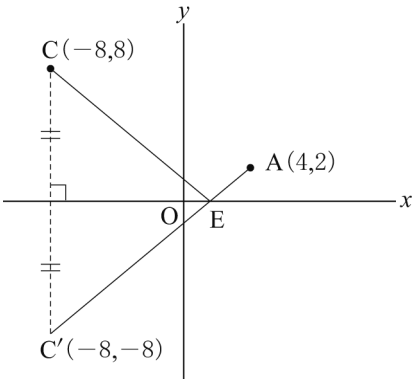


図２



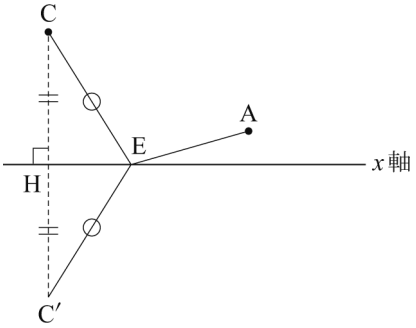
(2) 点 E が x 軸上のどこにあっても CA の長さは一定なので，△ACE の３辺の和（＝CA＋AE＋EC）が最小となるのは，AE＋EC が最小となるときである。ここで点 C と x 軸に関して対称な点を C′とすると（**図３**），AC′と x 軸の交点が点 E であれば，AE＋EC が最小である。（※１）。
点 C の座標が(−8，8)なので，点 C′の座標は(−8，−8)である。2 点 A(4，2)，C’(−8，−8)を通る直線の式は，$y=\frac{5}{6}x-\frac{4}{3}$ である。点 E の y 座標が 0 なので，$y=0$ をこの式に代入して $x=\frac{8}{5}$

図３



（※１）AE＋EC が最小となる点の決め方についての説明。
点 C と x 軸に関して対称な点 C′をとると，x 軸が線分 CC′の垂直二等分線となる（**図４**）。このとき，CC′の中点を H とすると，△EHC≡△EHC′である（CH＝C′H，EH＝EH，∠EHC＝∠EHC′で２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい）。よって，合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，EC＝EC′である。これは点 E が x 軸上のどこにあっても成立する。つまり，AE＋EC の長さは，AE＋EC′の長さと等しくなる。したがって，AE＋EC が最小となるのは，AE＋EC′が最小となるときである。ここで，AE＋EC′が最小となるのは，点 E が線分 AC′上にあるときである。したがって，AE＋EC が最小となるのは，AC′上に点 E があるときであるといえる。

図４



数-21-公-兵庫-KS-05

5　【場合の数，確率】

問１　6 枚のメダルから，表になる 2 枚を選ぶときの選び方である。樹形図を書いて考えるとよいだろう。

問２　メダル 1 枚につき，それぞれ表と裏の 2 通りが存在するので，$2^6=64$（通り）

問３　(1) 表が出たメダルが 1 枚のときに $\sqrt{a}$ が整数になるのは，（表が出たメダル）＝1，4，9 のときで，3 通り。表が出たメダルが 2 枚のときに $\sqrt{a}$ が整数になるのは，（表が出たメダル）＝(1，4)，(1，9)，(2，8)，(4，9)のときで 4 通り。よって，3＋4＝7（通り）

(2) 1，2，4，6，8，9 の 6 枚のうち，①6 は 3 を素因数に持ち，他に 3 を 1 つだけ素因数に持つ数がないので 3 を根号の外に出せず，6 が表だと$\sqrt{a}$は整数にならない。②2，8 は同時に表になればよいが，それぞれ片方だけが表だと$\sqrt{a}$が整数にならない。この 2 点を念頭に置いて，$\sqrt{a}$が整数になるメダルの組を考えていく。表が出たメダルが 0 枚のときは，$\sqrt{a}=0$ で整数になる（1 通り）。表が出たメダルが 3 枚のときは，（表が出たメダル）＝(1，2，8)，(1，4，9)，(2，4，8)，(2，8，9)の 4 通り。表が出たメダルが 4 枚のときは，（表が出たメダル）＝(1，2，4，8)，(1，2，8，9)，(2，4，8，9)の 3 通り。表が出たメダルが 5 枚のときは，（表が出たメダル）＝(1，2，4，8，9)の 1 通り。表が出たメダルが 6 枚のときは，$\sqrt{a}$は整数にならない。よって，$\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$

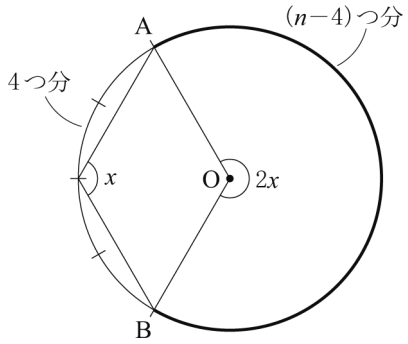
数-21-公-兵庫-KS-06

6 【平面図形】

問１　問題文の**表**より，2 つ目ごとに結んで図形が書けるのは，n が奇数のときであることが推測される。あくまでもこの時点では推測でしかないので，11 等分した図に実際に書き込んでみて確認するとよいだろう。

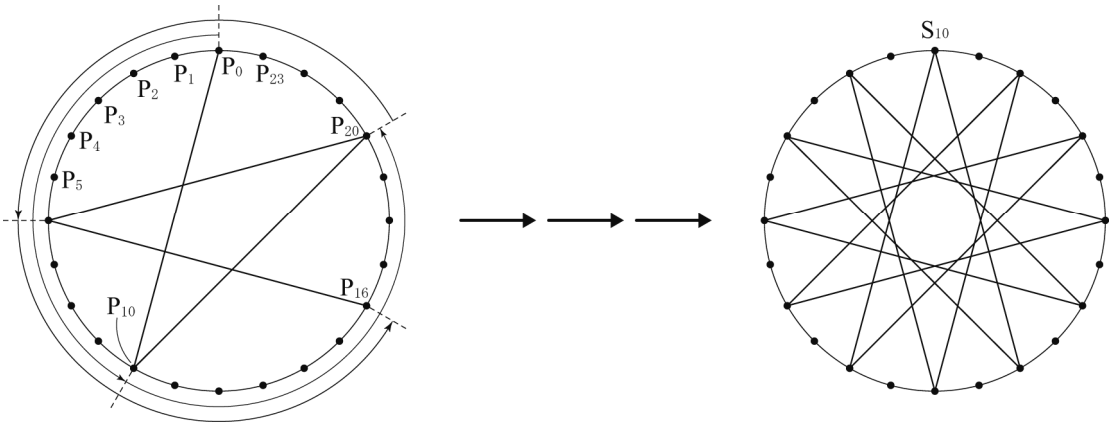
問３　n 等分した図について，**問２**と同じように考えていく（**図１**）。星型正 n 角形の 1 つの角の大きさを x° とする。2 つ目ごとに結んでいるので，短い方の$\overset{\frown}{AB}$の長さは円周を n 等分したうちの 4 つ分である。よって，長い方の$\overset{\frown}{AB}$の長さは，n 等分したうちの$(n-4)$つ分である。よって，**問２**と同様に，（円周の長さの比）＝（中心角の比）となるので，$(n-4):n=2x:360$　$2nx=360(n-4)$　$nx=180(n-4)$　x が 1 つの角の大きさなので，nx は n 個の角の和となる。よって答えは，$180(n-4)$

図１



問４　24 等分された円において，k 個目ごとに結んでできる図形を S_k と表す。このとき，S_1 から S_{23} までの全 23 種類が考えられる。これらのうち，円周を 5 等分したときに 2 つ目ごとに結んだ図形と 3 つ目ごとに結んだ図形が同じになるように，S_1 から S_{23} の中にも，同じ図形になるものが存在する。S_1 と S_{23}，S_2 と S_{22} のように，和が 24 になる 2 数ごとに結んだものは同じ図形になる…（☆）。さらに，問題文の**図４**，**５**からもわかるように，『24 の約数個』目ごとに結んだ図形は，全ての点を通ることなく，円周を 1 周回った時点で最初に出発した点に戻ってしまうため，星型正二十四角形は成立しない。これと（☆）の性質から判断して，S_1 から S_{23} のうち，この段階で星型正二十四角形が成立する可能性のあるものは，S_5，S_7，S_9，S_{10}，S_{11}，S_{13}，S_{14}，S_{15}，S_{17}，S_{19} の 10 種類に絞られる。さらに，（☆）の考え方より，S_5 と S_{19} などは同じものなので，答えの候補は S_5，S_7，S_9，S_{10}，S_{11} の 5 つに絞られる。さらにこのうち，円周上を 1 周回った以降に全ての点を通らずに最初に出発した点に戻ってしまうものについて考える。このとき，24 等分された円弧を何個分移動するかに着目する（**図２**）。円周上の 24 個の点を P_0 から P_{23} で区別する。例えば，**図２**左で S_{10} に関して結ぶ点の位置を考えると，最初に出発した点を起点（＝P_0）として，次の点は 10 個分移動した点 P_{10}，その次は 20 個分移動した点 P_{20}，その次は 30 個分移動した点 P_6，その次は 40 個分移動した点 P_{16}，…と続く。この考え方において，『出発した点 P_0 に戻る』という事象は，『ちょうど 24 の倍数個分移動する』という事象に相当する。したがって S_{10} では，24 の倍数であるちょうど 120 個分（＝10 個分×12 回）移動すると，結ぶ点は出発した点 P_0 に戻ってしまう。つまり，12 回の移動で最初の P_0 に戻ってしまい，星型正二十四角形は成立しない（**図２**右）。同様に，S_9 においても，72 個分（9 個分×8 回）移動すると，最初に出発した点に戻ってしまうため，星型正二十四角形は成立しない。よって，5 つのうち S_9 と S_{10} が排除され，星型正十二四角形となっているものは S_5，S_7，S_{11} の 3 種類である。

図２



これら 3 種類の星型正二四角形の一部を実際に書いてみると，1 つの角が最も小さいものは S_{11} であることが分かる（**図３**）。このとき，**問２**で用いた円周の長さと円周角の比より，

$2 : 24 = x : 360 \quad x = 15^\circ$

図３

