H28　茨城県　公立　数学　問題

数-16-公-茨城-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$2-11$

問２　$(-5)\times(-3)+(-2)^2\div 4$

問３　$\dfrac{5}{6}+\left(-\dfrac{4}{9}\right)\div\dfrac{4}{3}$

問４　$3(2x+y)-5(x+y)$

問５　$\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

数-16-公-茨城-問-02

2　次の各問に答えなさい。

問１　$x^2+8x+16$　を因数分解しなさい。

問２　連立方程式　$\begin{cases}3x+4y=1\\2x-y=-3\end{cases}$　を解きなさい。

問３　2 次方程式　$x^2+7x+1=0$　を解きなさい。

問４　1 個 300 円のケーキを a 個と，1 個 b 円のアイスクリームを 7 個買ったところ，代金の合計は 2500 円以下であった。この数量の関係を不等式で表しなさい。

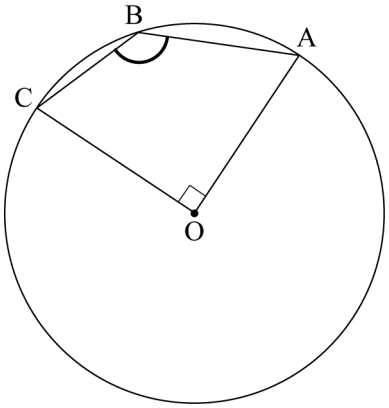
問５　$x=3+\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{3}$　のとき，x^2-xy　の値を求めなさい。

数-16-公-茨城-問-03

3 次の各問に答えなさい。

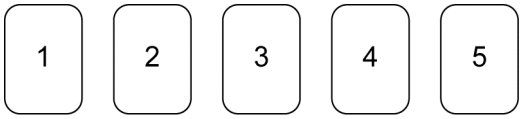
問１　右の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上にあり，∠AOC＝90 ℃である。

このとき，∠ABC の大きさを求めなさい。



問２　一の位の数が 3 である 2 けたの自然数がある。この数は，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数の 2 倍から 1 をひいた数に等しい。このとき，2 けたの自然数を求めなさい。

問３　下の図のように，1，2，3，4，5 の数が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがある。このカードを数が見えないように重ね，よくきってから 1 枚のカードを引き，そのカードをもとに戻し，よくきってから再び 1 枚のカードを引く。このとき，引いた 2 枚のそれぞれのカードに書かれた数の積が素数になる確率を求めなさい。



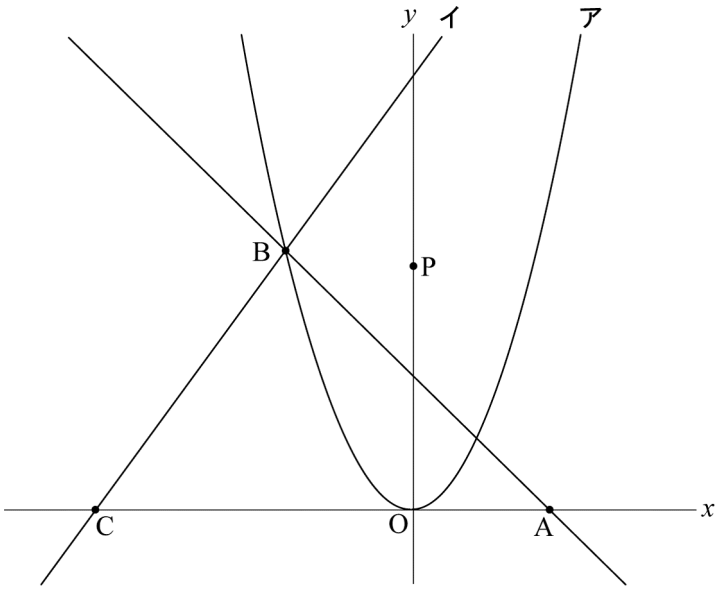
数-16-公-茨城-問-04

4 下の図において，曲線**ア**は関数 $y=x^2$ のグラフである。x 軸上の点で x 座標が 2 である点を A，曲線**ア**上の点で x 座標が -2 である点を B とする。点 B を通る右上がりの直線を**イ**とし，直線**イ**と x 軸との交点を C とする。3 点 A，B，C を通る円と y 軸との交点のうち y 座標が正である点を P とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，O は原点とする。

問１　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問２　点 C の x 座標が -6 であるとき，点 P の座標を求めなさい。



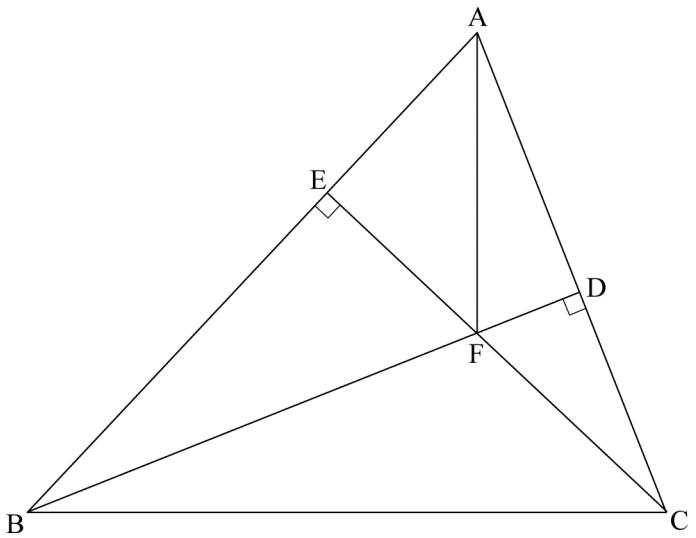
数-16-公-茨城-問-05

5 下の図のように，△ABC がある。頂点 B，C からそれぞれ辺 AC，AB に垂線をひき，辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とし，線分 BD と線分 CE との交点を F とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　△BFE∽△CFD であることを証明しなさい。

問２　AC＝6 cm，BE＝5 cm，∠ABC＝45 °のとき，線分 AF の長さを求めなさい。



6 2 つの水そうＡ，Ｂがあり，それぞれ次のように，一定の割合で水そうに水を入れる給水口と，一定の割合で水そうから水を出す排水口が 1 つずつついている。

［水そうＡ］

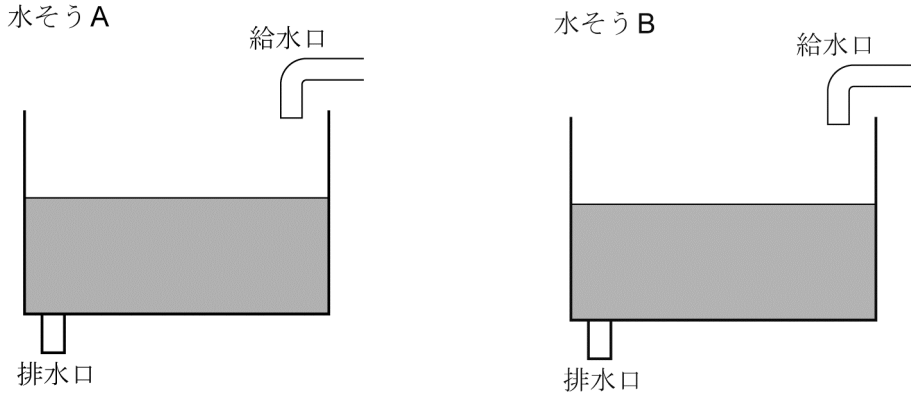
給水口：水そうの水の量が 3 L まで減ると自動的に毎分 3 L で給水が始まり，水そうの水の量が 15 L になると自動的に給水が止まる。

排水口：毎分 1 L で排水する。

［水そうＢ］

給水口：水そうの水の量が 3 L まで減ると自動的に毎分 5 L で給水が始まり，水そうの水の量が 15 L になると自動的に給水が止まる。

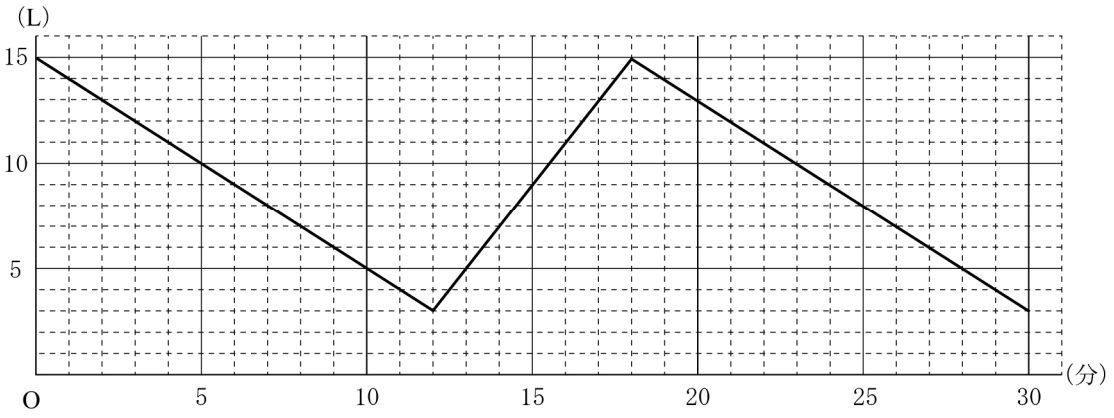
排水口：毎分 3 L で排水する。



最初，2 つの水そう A，B にはどちらにも 15 L の水が入っており，どちらの排水口も閉じている。この状態から，両方の排水口を同時に開き，30 分後に閉じる。

下の**図**は，排水口を開いてからの時間と，水そう A の水の量の関係をグラフで表したものである。

図



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　排水口を開いてから 5 分後の水そう B の水の量を求めなさい。

問２　排水口を開いて 10 分たった時点から，排水口を閉じるまでに，2 つの水そう A，B の水の量が初めて等しくなるのは，排水口を開いてから何分何秒後か求めなさい。

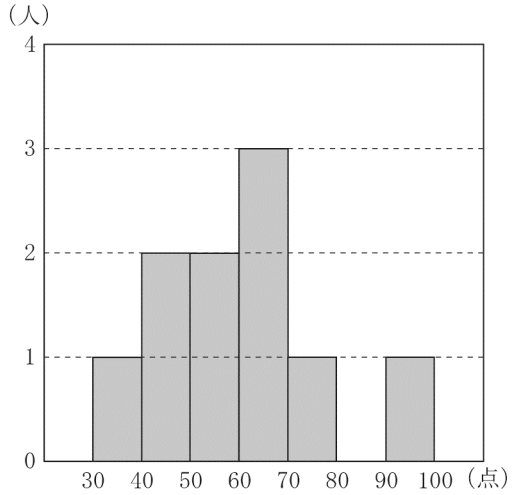
数-16-公-茨城-問-07

7　10 人ずつの 2 つのグループ X，Y が，ゲーム大会をした。下の**表**はその得点を表したものであり，**図**は Y グループの得点をヒストグラムに表したものである。ただし，a, b, c, d にはそれぞれ得点が入る。

表

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均値
X グループ	55	a	65	39	81	88	72	b	95	35	60.0
Y グループ	72	69	41	94	c	30	55	d	65	60	58.0

図



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　X グループの得点の範囲が 81 で，a が b より小さいとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

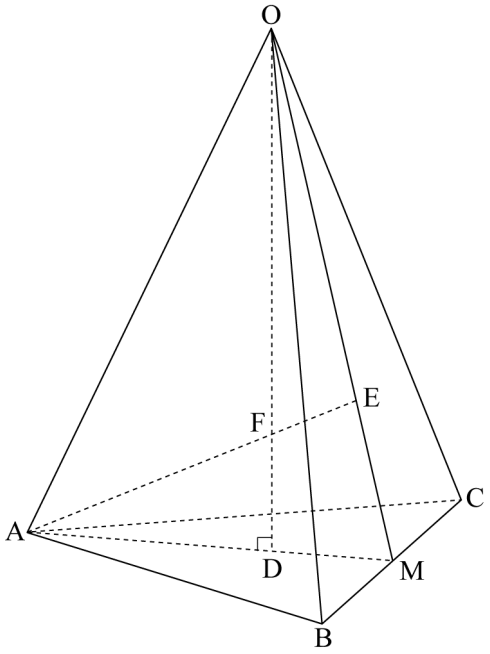
問２　Y グループの得点の中央値 (メジアン) を求めなさい。

8 下の図のように，1 辺の長さが $2\sqrt{3}$ cm である正三角形を底面とし，OA＝OB＝OC＝10 cm とする正三角すい OABC がある。辺 BC の中点を M とし，頂点 O から底面に垂直におろした直線と底面との交点を D とすると，点 D は線分 AM 上にあり，OD＝$4\sqrt{6}$ cm である。△OAM において，∠OAM の二等分線と辺 OM との交点を E とし，線分 OD と線分 AE の交点を F とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

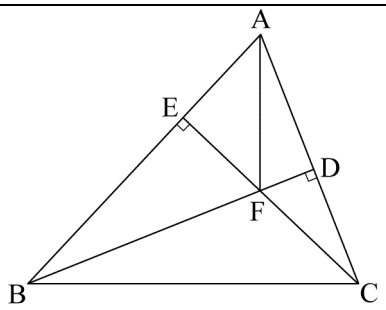
問１　正三角すい OABC の体積を求めなさい。

問２　△ADF と△OFE の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



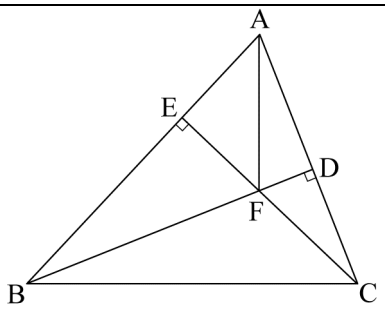
H28　茨城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-茨城-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
数-16-公-茨城-KY-02	2	問１			
		問２	$x=$　　，$y=$		
		問３	$x=$		
		問４			
		問５			
数-16-公-茨城-KY-03	3	問１	度		
		問２			
		問３			
数-16-公-茨城-KY-04	4	問１	$y=$		
		問２	(　　,　　)		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−茨城−KY−05	5	問１			
		問２	cm		
数−16−公−茨城−KY−06	6	問１	L		
		問２	分　　秒後		
数−16−公−茨城−KY−07	7	問１	$a=$　　，$b=$		
		問２	点		
数−16−公−茨城−KY−08	8	問１	cm^3		
		問２	：		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−茨城−K−01	1	問１	-9	4	
		問２	16	4	
		問３	$\frac{1}{2}$	4	
		問４	$x-2y$	4	
		問５	$3\sqrt{3}$	4	
数−16−公−茨城−K−02	2	問１	$(x+4)^2$	4	
		問２	$x=-1,\ y=1$	4	
		問３	$x=\frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$	4	
		問４	$300a+7b\leqq2500$	4	
		問５	6	4	
数−16−公−茨城−K−03	3	問１	135　(度)	5	
		問２	73	5	
		問３	$\frac{6}{25}$	5	
数−16−公−茨城−K−04	4	問１	$y=-x+2$	4	
		問２	$(0,\ 2\sqrt{3}\ )$	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−16−公−茨城−K−05	5	問１	 △BFE と△CFD において 仮定から　　∠BEF＝∠CDF　……① 対頂角だから　∠BFE＝∠CFD　……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △BFE∽△CFD	4	・証明の仕方が異なっていても，論証の過程が正しければよい。
		問２	$\sqrt{22}$　(cm)	5	
数−16−公−茨城−K−06	6	問１	5　(L)	4	
		問２	13　(分)　12　(秒後)	5	
数−16−公−茨城−K−07	7	問１	$a=14$，$b=56$	4	
		問２	57.5　(点)	5	
数−16−公−茨城−K−08	8	問１	$12\sqrt{2}$　(cm^3)	4	
		問２	13：25	5	

数-16-公-茨城-KS-01

1　問１　$2-11=-9$

問２　$(-5)\times(-3)+(-2)^2\div 4=15+1=16$

問３　$\frac{5}{6}+\left(-\frac{4}{9}\right)\div\frac{4}{3}=\frac{5}{6}-\frac{4}{9}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

問４　$3(2x+y)-5(x+y)=6x+3y-5x-5y=x-2y$

問５　$\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\frac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

数-16-公-茨城-KS-02

2　問１　$x^2+8x+16=(x+4)^2$

問２　$3x+4y=1$　…①，$2x-y=-3$　…②とする。①＋②×4 より，$11x=-11$　$x=-1$
$x=-1$ を②に代入して，$y=2\times(-1)+3=1$

問３　$x^2+7x+1=0$ に解の公式を利用して，$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times1}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{49-4}}{2}=\frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$

問４　$300a+7b\leqq2500$

問５　$x^2-xy=x(x-y)=(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})=9-3=6$

数-16-公-茨城-KS-03

3　問１　円周角と中心角の定理より，$\angle ABC=\frac{360°-90°}{2}=135°$

問２　十の位の数を x とおくと，$10x+3=2(3\times10+x)-1$　$10x+3=60+2x-1$　$8x=56$　$x=7$
これより 2 けたの自然数は 73

問３　1～5 のカードのうちの 2 枚の数の積が素数になるのは 1 のカードと 2，3，5 のカードを引いたときであり，引く順番は 2 通りあるから，$2\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

数-16-公-茨城-KS-04

4　問１　A(2，0)，B(－2，4)より，求める直線の傾きは $\frac{4-0}{-2-2}=-1$
したがって，直線の式は $y=-x+b$ とおける。
点 A を通るので，$0=-2+b$　$b=2$　よって，$y=-x+2$

問２　(－2，0) の点を D とおくと，AD＝DC＝DB＝4 なので，3 点 A，B，C を通る円の中心は D である。P(0，a) とおくと，DP＝4 で，三平方の定理より，$(-2)^2+a^2=4^2$　$a^2=16-4=12$
$a>0$ より，$a=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$　よって，P(0，$2\sqrt{3}$)

数-16-公-茨城-KS-05

5　問１　△BFE と△CFD において，$\angle BEF=\angle CDF=90°$ また，対頂角は等しいので $\angle BFE=\angle CFD$
よって，2 つの三角形は相似である。

問２　△BEC は直角二等辺三角形で，$\angle ABC=45°$ なので BE＝CE＝5　問１より，△BFE∽△CFD であり，かつ△CFD∽△CAE より△BFE∽△CAE
ここで，△CAE に三平方の定理を用いると，$AE=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$ となり，△CAE に相似な三角形の辺の比も 5：6：$\sqrt{11}$ となる。このことより，BF＝6，EF＝$\sqrt{11}$
したがって，$AF^2=AE^2+EF^2=(\sqrt{11})^2+(\sqrt{11})^2$　よって，AF＝$\sqrt{22}$ (cm)

数-16-公-茨城-KS-06

6　問１　水そう B は 4 分後に 3L となり，5L の給水が始まり 3L の排水となる。したがって，それ以降は毎分 2L ずつ増加し，6 分後に 15L となる。よって，5 分後は 3＋2＝5(L)

問２　水そう B の時間と水の量の関係をグラフにかくと，10 分以降で初めて水の量が等しくなるのは，12 分以降 15 分までの間である。12 分後の水の量は A が 3L から 2L ずつ増えていき，B は 9L から 3L ずつ減っていく。したがって，12 分から x 分後に水の量が等しくなるとすると，$9-3x=3+2x$

$5x=6 \quad x=\dfrac{6}{5}$　$\dfrac{1}{5}$ 分は $60\times\dfrac{1}{5}=12$(秒)なので，13 分 12 秒後となる。

数-16-公-茨城-KS-07

7

問１　$55+a+65+39+81+88+72+b+95+35=60\times10$　これより，$a+b=70$　得点の範囲が 81 なので，最大値－最小値$=95-a=81$ より，$a=14$　よって $b=70-14=56$

問２　$72+69+41+94+c+30+55+d+65+60=58\times10$　これより，$c+d=94$　ヒストグラムに表された人数を見ると c，d は 40 点以上～50 点未満に１人，50 点以上 60 点未満に 1 人のどちらかになる。$c+d=94$ より，c，d のうち得点の高い方は 50 点から 54 点であり，下から 5 番目と 6 番目の得点は 55，60 点となるので，中央値は $\dfrac{55+60}{2}=57.5$

数-16-公-茨城-KS-08

8

問１　△ABM は辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の三角形となるので，$AM=\sqrt{3}$ $BM=3$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$ より，求める体積は $\dfrac{1}{3}\times3\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=12\sqrt{2}$ (cm^3)

問２　$OA=10$，$OD=4\sqrt{6}$，$AM=3$，$AD=2$

右図で，AE は∠OAM の二等分線より

FD＝F D′，EH＝E H′

$\triangle OAD=\dfrac{1}{2}\times AD\times OD=\dfrac{1}{2}\times2\times4\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

$\triangle OAD=\dfrac{1}{2}\times OA\times F D'+\dfrac{1}{2}\times AD\times FD=6FD$

よって，$FD=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ より，$\triangle ADF=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{2\sqrt{6}}{3}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ …①

次に，

$\triangle OAM=\dfrac{1}{2}\times AM\times OD=\dfrac{1}{2}\times3\times4\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

$\triangle OAM=\dfrac{1}{2}\times OA\times E H'+\dfrac{1}{2}\times AM\times EH=\dfrac{13}{2}EH$

よって，$EH=\dfrac{12\sqrt{6}}{13}$ より，$\triangle EAM=\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{12\sqrt{6}}{13}=\dfrac{18\sqrt{6}}{13}$

また，$\triangle OAF=\dfrac{1}{2}\times10\times\dfrac{2\sqrt{6}}{3}=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$ より

$\triangle OEF=\triangle OAM-\triangle OAF-\triangle EAM$

$=6\sqrt{6}-\dfrac{10\sqrt{6}}{3}-\dfrac{18\sqrt{6}}{13}$

$=\dfrac{50\sqrt{6}}{39}$ …②

①，②より，$\triangle ADF:\triangle OEF=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}:\dfrac{50\sqrt{6}}{39}=13:25$

