Ｒ３　茨城県　公立　数学　問題

数-21-公-茨城-問-01

1　次の各問に答えなさい。

問１　A，B，C，D の 4 つのチームが自分のチーム以外のすべてのチームと試合を行った。下の**表**は，その結果をまとめたものである。得失点差とは，得点合計から失点合計をひいた値である。

このとき，下の［ア］に当てはまる数を求めなさい。

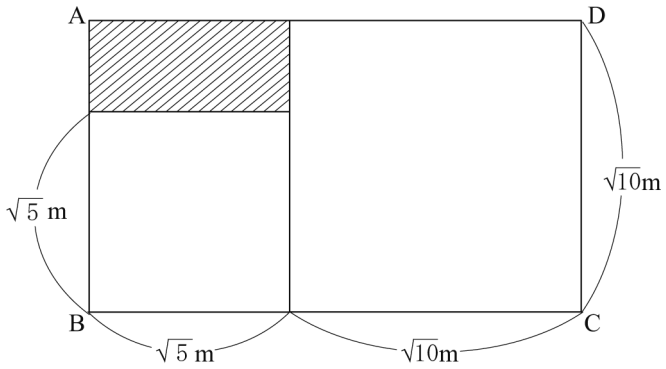
表

チーム	試合数	勝った試合数	引き分けた試合数	負けた試合数	得点合計	失点合計	得失点差
A	3	2	1	0	8	1	＋7
B	3	1	1	1	3	7	［ア］
C	3	1	1	1	4	4	0
D	3	0	1	2	1	4	－3

問２　下の**図**のように，長方形 ABCD の中に 1 辺の長さが$\sqrt{5}$m と$\sqrt{10}$m の正方形がある。

このとき，斜線部分の長方形の周の長さを求めなさい。

図



問３　1000 円で，1 個 a 円のクリームパン 5 個と 1 個 b 円のジャムパン 3 個を買うことができる。ただし，消費税は考えないものとする。

この数量の関係を表した不等式としてもっとも適切なものを，次の**ア**～**エ**の中から一つ選んで，その記号を書きなさい。

ア　$1000-(5a+3b)<0$

イ　$5a+3b<1000$

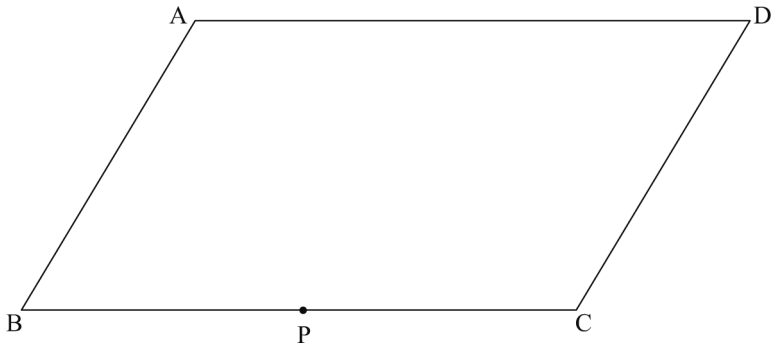
ウ　$1000-(5a+3b)\geqq 0$

エ　$5a+3b\geqq 1000$

問４　花子さんは，下の**図**の平行四辺形 ABCD の面積を求めるために，辺 BC を底辺とみて，高さを測ろうと考えた。

点 P を下の**図**のようにとるとき，線分 PH が高さとなるような点 H を作図によって求めなさい。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図



数-21-公-茨城-問-02

2　次の各問に答えなさい。

問１　「連続する 3 つの整数の和は，3 の倍数である」

このことを次のように説明した。

(説明)

連続する 3 つの整数のうち，もっとも小さい整数を n とすると，連続する 3 つの整数は小さい順に n，［ア］，［イ］と表すことができる。

ここで，

n＋(［ア］)＋(［イ］)＝3(［ウ］)

［ウ］は整数だから，3(［ウ］) は 3 の倍数である。

したがって，連続する 3 つの整数の和は，3 の倍数である。

このとき，上の［ア］～［ウ］に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

問２　太郎さんは庭に，次の２つの条件 [1] ，[2] を満たすような長方形の花だんを作ることにした。

> **（条件）**
> [1] 横の長さは，縦の長さより 5 m 長い。
> [2] 花だんの面積は，24 m^2 である。

縦の長さを x m として方程式をつくると，次のようになる。

[ア] ＝24

したがって，この方程式を解くと，x＝ [イ] ，[ウ] となる。

x＝ [イ] は，縦の長さとしては適していないから，縦の長さは [ウ] m である。

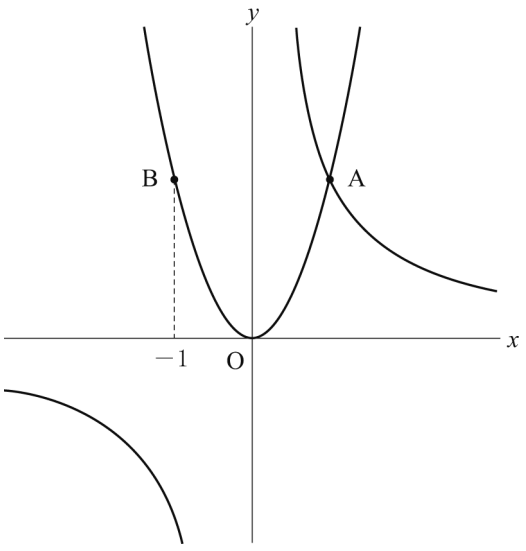
このとき，上の [ア] には当てはまる式を，[イ] ，[ウ] には当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

問３　下の**図**で，点 A は関数 $y=\frac{2}{x}$ と関数 $y=ax^2$ のグラフの交点である。点 B は点 A を y 軸を対称の軸として対称移動させたものであり，x 座標は−1 である。

このことから，a の値は [ア] であり，関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は [イ] であることがわかる。

このとき，上の [ア] ，[イ] に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

図



問４　陸上競技部の A さんと B さんは 100 m 競走の選手である。下の**図１**，**図２**は，2 人が最近 1 週間の練習でそれぞれ 100 m を 18 回走った記録をヒストグラムに表したものである。これらのヒストグラムをもとに，次の 1 回でより速く走れそうな選手を 1 人選ぶとする。

図１

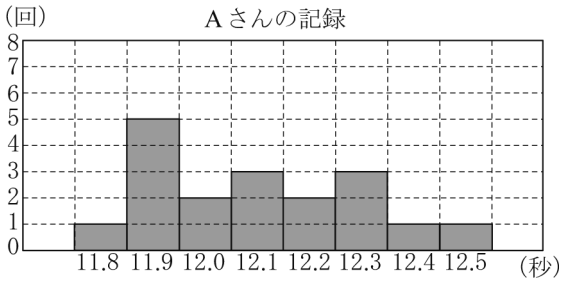
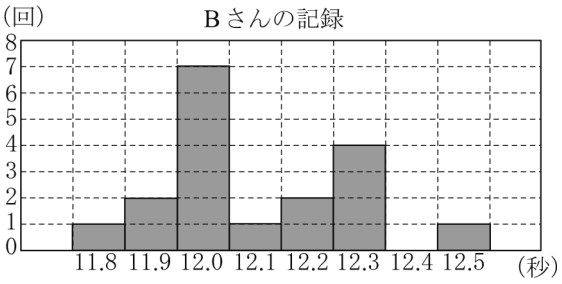


図２



このとき，あなたならどちらの選手を選びますか。A さん，B さんのどちらか一方を選び，その理由を，2 人の中央値（メジアン）または最頻値（モード）を比較して説明しなさい。

数-21-公-茨城-問-03

3　先生と太郎さんと花子さんの次の会話を読んで，あとの**問１～問３**に答えなさい。

(先生と太郎さんと花子さんの会話)

先生：下の**図１**の△ABC は，∠ABC＝66°，∠BAC＝90° の直角三角形です。
△ABC を直線ℓ にそってすべらないように転がしていくことを考えましょう。
下の**図２**のように，点 A を中心に回転させたとき，もとの位置の三角形を△AB′C′とすると，△ABC の頂点 B が，△AB′C′の辺 B′C′上にくるときがあります。

太郎：先生，このときの∠BAB′の大きさは［ア］なので，**図２**の△ABC は点 A を中心に時計回りに［ア］だけ回転移動させたことになります。

図１

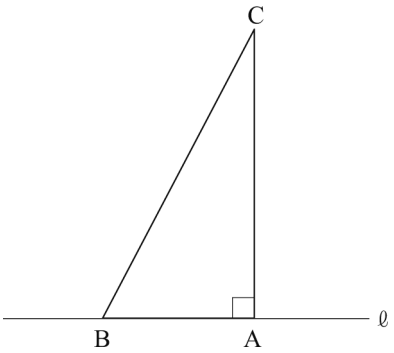
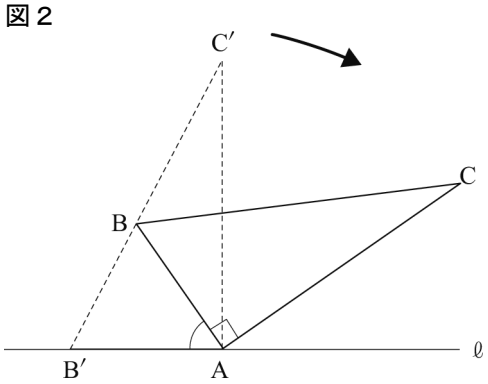


図２



先生：よく気がつきましたね。では次に，下の**図３**のように△ABC を AB＝AC の直角二等辺三角形にして，同じように転がしていくことを考えましょう。

図３

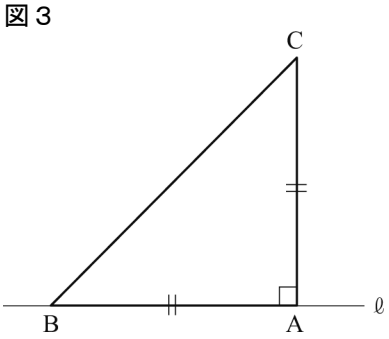
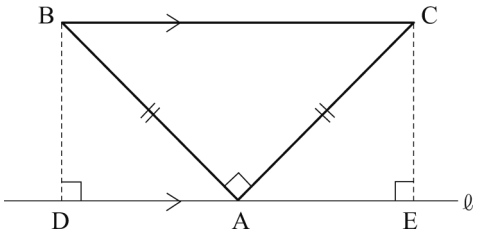


図４

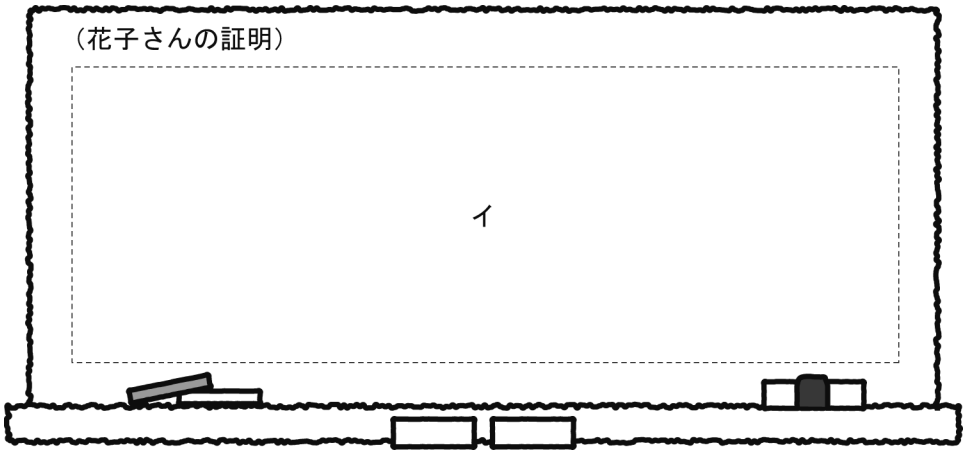


太郎：上の**図４**のように，直線ℓ と辺 BC が平行になるときがあります。

花子：このとき，点 B，C から直線ℓに垂線をひき，直線ℓとの交点をそれぞれ D，E とすると，△ADB≡△AEC が成り立ちそうね。

先生：では，花子さん，黒板に証明を書いてください。

花子：はい。次のように証明できます。



先生：そのとおりです。よくできましたね。

さらに，**図３**の直角二等辺三角形 ABC を，下の**図５**のように，直線ℓ にそってすべらないように，点 B が再び直線ℓ 上にくる斜線の図形の位置まで転がしていくことを考えましょう。

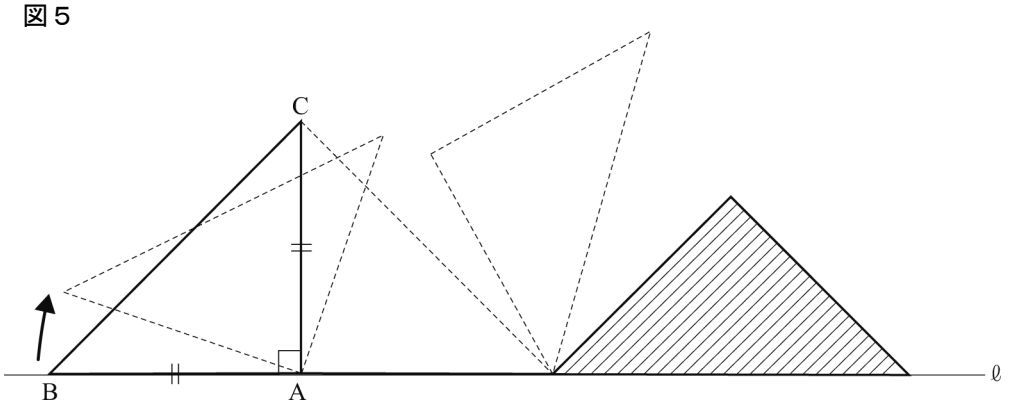
太郎：点 B が動いた跡にできる線と直線ℓとで囲まれた部分の面積はどうなるかな。

先生：では，AB＝AC＝3 cm として，面積を求めてみましょう。

太郎：はい。面積を求めると［ ウ ］cm^2になりました。

先生：そのとおりです。よくできましたね。

図５



問１　会話中の［ ア ］に当てはまる角の大きさを求めなさい。

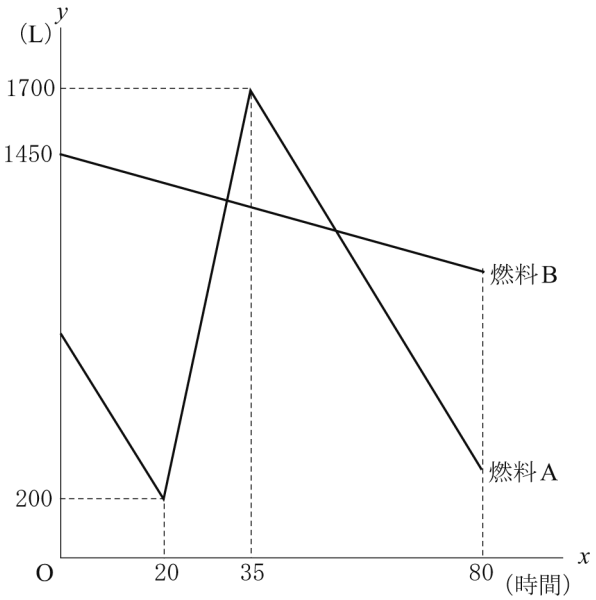
問２　会話中の［ イ ］に当てはまる証明を書きなさい。

問３　会話中の［ ウ ］に当てはまる数を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

4 H 市の工場では，2 種類の燃料 A，B を同時に使って，ある製品を作っている。燃料 A，B はそれぞれ一定の割合で消費され，燃料 A については，1 時間あたり 30 L 消費される。また，この工場では，燃料自動補給装置を導入して，無人で長時間の自動運転を可能にしている。この装置は，燃料 A，B の残量がそれぞれ 200 L になると，ただちに，15 時間一定の割合で燃料を補給するように設定されている。

下の**図**は，燃料 A，B について，「ある時刻」から x 時間後の燃料の残量を y L として，「ある時刻」から 80 時間後までの x と y の関係をグラフに表したものである。

図



このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１ 「ある時刻」の燃料 A の残量は何 L であったか求めなさい。

問２ 「ある時刻」の 20 時間後から 35 時間後までの間に，燃料 A は 1 時間あたり何 L 補給されていたか求めなさい。

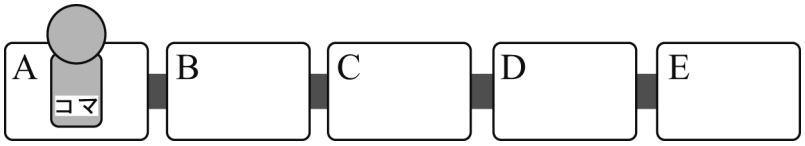
問３ 「ある時刻」から 80 時間後に燃料 A，B の残量を確認したところ，燃料 A の残量は燃料 B の残量より 700 L 少なかった。

このとき，燃料 B が「ある時刻」から初めて補給されるのは「ある時刻」から何時間後か求めなさい。

数-21-公-茨城-問-05

5 下の**図**のようなA～Eのマスがあり，次の手順 1 ～ 3 にしたがってコマを動かす。

図



(手順)

1 はじめにコマをAのマスに置く。

2 1つのさいころを2回投げる。

3 1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とし，「**条件X**」だけAから1マスずつコマを動かす。

ただし，コマの動かし方は，A→B→C→D→E→D→C→B→A→B→C→……の順にAとEの間をくり返し往復させることとする。

例えば，5だけAから1マスずつコマを動かすとDのマスに止まる。

また，さいころは1から6までの目が1つずつかかれており，どの目が出ることも同様に確からしいとする。

このとき，次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1 手順 3 の「**条件X**」を，「***a* と *b* の和**」とする。

(1) Eのマスに止まる確率を求めなさい。

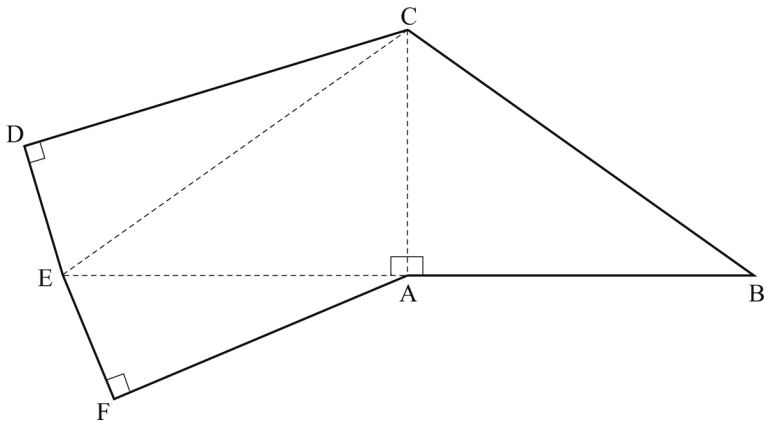
(2) コマが止まる確率がもっとも大きくなるマスを，A～E の中から一つ選んで，その記号を書きなさい。また，その確率を求めなさい。

問2 手順 3 の「**条件X**」を，「***a* の *b* 乗**」とする。

1回目に4の目が出て，2回目に5の目が出たとき，コマが止まるマスを，A～Eの中から一つ選んで，その記号を書きなさい。

6 下の**図１**は，三角すいの展開図であり，AB＝12 cm，AC＝9 cm，ED＝5 cm である。

図１



太郎さんと花子さんの次の会話を読んで，あとの**問１**～**問３**に答えなさい。

(太郎さんと花子さんの会話)

太郎：辺 AB と辺 AC の長さがわかっているから，三角形 ABC の面積は簡単に求めることができるよ。他の三角形の面積も求めることができるかな。

花子：辺 ED の長さが 5 cm だから，三角形 CDE の面積もわかりそうね。

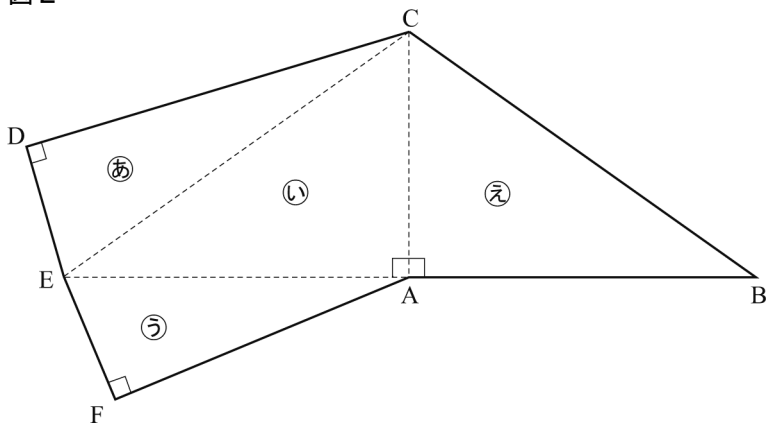
太郎：確かにそうだね。三角形 CDE の面積は［ア］ cm^2 になるよ。

花子：次は，この展開図を組み立てて体積について考えてみましょう。

太郎：どの面を底面としてみると体積が求めやすいかな。

花子：組み立てたときに頂点が重なるところがあるので，**図２**のように展開図に**面**㋐，**面**㋑，**面**㋒，**面**㋓と名前をつけて考えてみると，**面**㋓を三角すいの底面とするといいかもしれないね。

図２



太郎：なるほど。そうすると，**面**㋓と垂直になるのは［イ］だよ。

花子：これで体積を求めることができそうね。

太郎：計算してみたら，三角すいの体積は［ウ］ cm^3 になるよ。

花子：ところで，底面とする面を変えてみると，三角すいの高さが変わるわね。

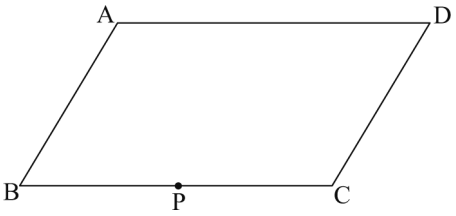
太郎：なるほど。そうすると，三角すいの高さが，一番高くなるのは［エ］を底面にしたときで，一番低くなるのは［オ］を底面にしたときだよ。

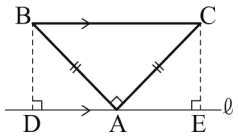
問１　会話中の［ ア ］に当てはまる数を求めなさい。

問２　会話中の［ イ ］に当てはまる面を，**面**㋐～**面**㋒の中からすべて選んで，その記号を書きなさい。また，［ ウ ］に当てはまる数を求めなさい。

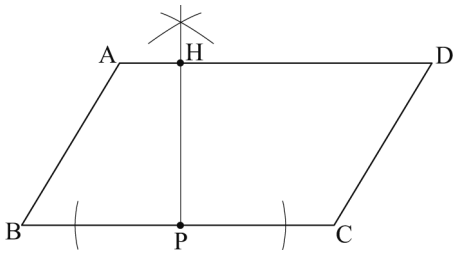
問３　会話中の［ エ ］，［ オ ］に当てはまる面を，**面**㋐～**面**㋓の中から一つ選んで，その記号をそれぞれ書きなさい。

Ｒ３　茨城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-茨城-KY-01	1	問１	ア		
		問２	m		
		問３			
		問４			
数-21-公-茨城-KY-02	2	問１	ア　　イ　　ウ		
		問２	ア　　イ　　ウ		
		問３	ア　　イ		
		問４	選んだ選手（　　） 〔理由〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-茨城-KY-03	3	問１	ア　　度		
		問２	イ 		
		問３	ウ　　cm^2		
数-21-公-茨城-KY-04	4	問１	L		
		問２	L		
		問３	時間後		
数-21-公-茨城-KY-05	5	問１	(1)		
			(2) 記号　　確率		
		問２			
数-21-公-茨城-KY-06	6	問１	ア　　cm^2		
		問２	イ　　ウ　　cm^3		
		問３	エ　　オ		

Ｒ３　茨城県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-茨城-K-01	1	問１	ア　　−4	4	
		問２	$2\sqrt{10}$ (m)	4	
		問３	ウ	4	
		問４		4	・作図の仕方が異なっていても，論理的に正しければよい。
数-21-公-茨城-K-02	2	問１	ア　$n+1$　　イ　$n+2$　　ウ　$n+1$	6	
		問２	ア　$x(x+5)$　　イ　−8　　ウ　3	6	
		問３	ア　2　　イ　8	6	
		問４	・選んだ選手（　A　）の場合 〔理由〕 A さんの最頻値 11.9 秒は，B さんの最頻値 12.0 秒よりも小さいので，A さんの方が次の 1 回でより速く走れそうな選手である。 ・選んだ選手（　B　）の場合 〔理由〕 B さんの中央値 12.0 秒は，A さんの中央値 12.1 秒よりも小さいので，B さんの方が次の 1 回でより速く走れそうな選手である。	6	・中央値または最頻値の値が示されており，その値の比較について記述されていればよい。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-茨城-K-03	3	問１	ア　48 (度)	4	
		問２	イ　△ADB と△AEC で, 仮定から,　AB＝AC　…① ∠CBA＝∠BCA　…② ∠BDA＝∠CEA＝90°…③ 平行線の錯角だから, ∠CBA＝∠DAB　…④ ∠BCA＝∠EAC　…⑤ ②，④，⑤から,　∠DAB＝∠EAC　…⑥ ①，③，⑥から，斜辺と１鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので, △ADB ≡△AEC	5	・証明の仕方が異なっていても，論証の過程が正しければよい。
		問３	ウ　$9\pi+\frac{9}{2}$ (cm^2)	6	
数-21-公-茨城-K-04	4	問１	800 (L)	4	
		問２	130 (L)	5	
		問３	250 (時間後)	6	
数-21-公-茨城-K-05	5	問１	(1)　$\frac{1}{9}$	4	
			(2)　記号　B　確率　$\frac{5}{18}$	5	
		問２	A	6	
数-21-公-茨城-K-06	6	問１	ア　$\frac{75}{2}$ (cm^2)	4	
		問２	イ　面㋐，面㋒　ウ　90 (cm^3)	5	
		問３	エ　面㋒　オ　面㋑	6	

数-21-公-茨城-KS-01

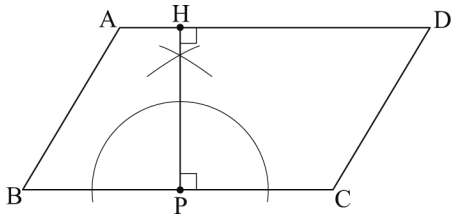
1　【小問集合】

問１　(得失点差)＝(得点合計)－(失点合計)＝3－7＝－4

問２　斜線部分の長方形の縦の長さは，$\sqrt{10}-\sqrt{5}$(m)，横の長さは，$\sqrt{5}$ m なので，
周の長さは，$2(\sqrt{10}-\sqrt{5})+2\sqrt{5}=2\sqrt{10}$(m)

問３　**ウ**の $1000-(5a+3b)$は，おつりを表しており，それが 0 以上になっているので適している。

問４　**解答のヒント**線分 PH が平行四辺形の高さになるということは，PH⊥BC である。



数-21-公-茨城-KS-02

2　【小問集合】

問１

ポイント》連続する整数(自然数)の表し方

・連続する 2 つの整数(自然数)は，小さい方の整数(自然数)を n とすると，n，$n+1$ と表せる。
・連続する 3 つの整数(自然数)は，最も小さい整数(自然数)を n とすると，n，$n+1$，$n+2$ と表せる。
・連続する 3 つの整数(自然数)は，中央の整数(自然数)を n とすると，$n-1$，n，$n+1$ と表せる。

問２

ポイント》「～は…より多い／少ない」の立式

X は Y より a 多い　⇒　X＞Y だから，X－Y＝a
X は Y より b 少ない　⇒　X＜Y だから，Y－X＝b

問３　**ア**　2 点 A，B は y 軸に関して対称であり，点 B の x 座標が－1 であることから，点 A の x 座標は 1 である。点 A は，関数 $y=\frac{2}{x}$のグラフ上の点なので，この式に $x=1$ を代入すると，$y=2$　よって，点 A の座標は，A(1，2)である。この点が，関数 $y=ax^2$ のグラフ上にもあるので，$(x，y)=(1，2)$を代入すると，$2=a\times1^2$　⇒　$a=2$

イ　$x=1$ のとき，$y=2\times1^2=2$，$x=3$ のとき，$y=2\times3^2=18$
よって，x の増加量が，$3-1=2$，y の増加量が，$18-2=16$ なので，求める変化の割合は，
$\frac{16}{2}=8$

別解として，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ であることを利用し，$2\times(1+3)=8$ と求めることもできる。

ポイント》変化の割合のポイント

変化の割合とは，x の値が 1 増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを示すもの。

[公式] 変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)
→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→変化の割合は増加する前後の x の値により変化するため，**[公式]**を利用して計算する必要がある。
※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問４

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

数-21-公-茨城-KS-03

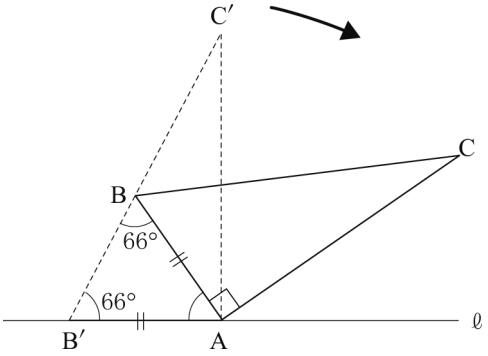
3　【平面図形】

問１　**図１**で，AB＝AB′だから，△ABB′は二等辺三角形である。よって，底角は等しいので，

∠ABB′＝∠AB′B＝66°だから，

∠BAB′＝180°－66°×2＝48°

図１



問３　面積を求める図形は，**図２**のように，①半径が 3 cm，中心角が 90°のおうぎ形，②等辺が 3 cm の直角二等辺三角形，③半径が $3\sqrt{2}$ cm，中心角 135°のおうぎ形の 3 つの図形を合わせたものになる。

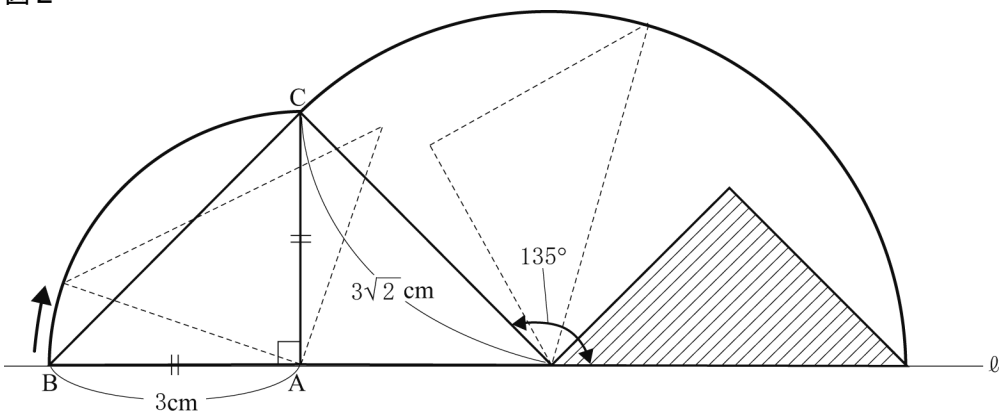
①の面積は，$\pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} = \frac{9}{4}\pi$ (cm^2)

②の面積は，$3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ (cm^2)

③の面積は，$\pi \times (3\sqrt{2})^2 \times \frac{135}{360} = \frac{27}{4}\pi$ (cm^2)

よって，求める面積は，$\frac{9}{4}\pi + \frac{9}{2} + \frac{27}{4}\pi = 9\pi + \frac{9}{2}$ (cm^2)

図２



数-21-公-茨城-KS-04

4　【一次関数の利用】

問１　グラフより，「ある時刻」から 20 時間後に燃料 A の残量が 200L になっているので，「ある時刻」での残量は，それよりも 30×20＝600(L)多かったことになる。よって，200＋600＝800(L)

問２　「ある時刻」の 20 時間後から 35 時間後までの 15 時間の間に，燃料 A は 1700－200＝1500(L)だけ増えたので，1 時間あたり，1500÷15＝100(L)ずつ増えていることがわかる。その間も燃料 A は 1 時間に 30L ずつ消費されているので，1 時間に 100＋30＝130(L)ずつ補給されていることになる。

問３　「ある時刻」の 35 時間後から 80 時間後までの 45 時間の間に，燃料 A は 30×45＝1350(L)消費されたので，80 時間後の燃料 A の残量は，1700－1350＝350(L)である。そのときの燃料 B の残量は，350＋700＝1050(L)なので，燃料 B は 80 時間の間に 1450－1050＝400(L)消費されており，燃料 B は 1 時間あたりに 400÷80＝5(L)ずつ消費されていることがわかる。燃料 B の残量が 200L になるには，燃料 B が 1450－200＝1250(L)消費されなければならないので，それには 1250÷5＝250(時間)かかる。

数-21-公-茨城-KS-05

5　【確率】

解答のヒント 複雑な条件をもつ確率は，「そもそも何を行うか」に注意する。

今回は，端的に言えば「1 つのさいころを 2 回投げる」ということを行うので，6×6 の表を使って状況を整理しよう。

問１　「**条件 X**」が「***a* と *b* との和**」であることに注意して，さいころの出た目とコマの位置を表でまとめると，右表のようになる。

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	C	D	E	D	C	B
2	D	E	D	C	B	A
3	E	D	C	B	A	B
4	D	C	B	A	B	C
5	C	B	A	B	C	D
6	B	A	B	C	D	E

(1) 右表より，E のマスに止まる場合の数は，4 通り。

よって，求める確率は，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(2) 右表より，B のマスに止まる場合の数が 10 通りで最大なので，確率がもっとも大きくなる。よって，その確率は，

$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

問２　「**条件 X**」が「***a* の *b* 乗**」であるから，1 回目に 4 の目が出て，2 回目に 5 の目が出たとき，コマを $4^5=1024$(回)だけ動かすことになる。コマを動かす回数と，止まるマスの関係性に注目すると，A のマスに止まるのが，8，16，24，……回，つまり，(8 の倍数)回コマを動かしたときであり，1024 が 8 の倍数だから，止まるマスは A のマスである。

数-21-公-茨城-KS-06

6　【空間図形】

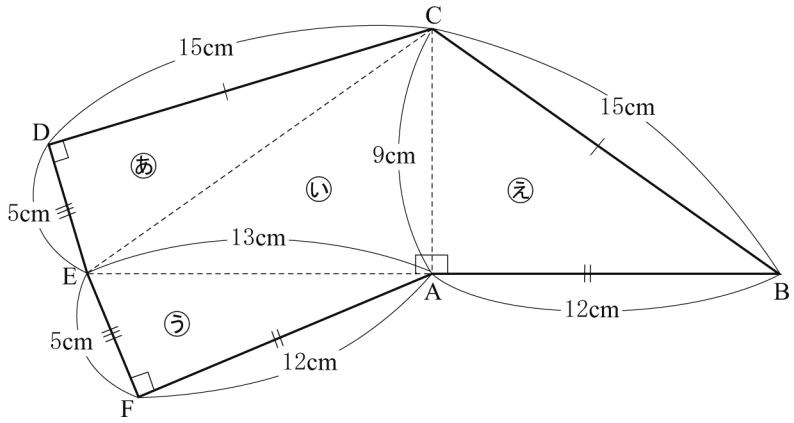
問１　三角すいを組み立てたときに，辺 DC と辺 BC が重なることに注目する。

△ABC において，三平方の定理より，$BC^2=AB^2+AC^2=12^2+9^2=225$

⇒　BC＞0 より，BC＝15(cm)

よって，DC＝15(cm)

したがって，$\triangle CDE=ED\times DC\times\frac{1}{2}=5\times15\times\frac{1}{2}=\frac{75}{2}(cm^2)$



問２　組み立てた三角すい ABCE で，組み立てるときに点 D，F は B と重なる。展開図で CD⊥DE，AF⊥FE だから，三角すいにおいて BE⊥BA，BE⊥BC だから，辺 BE は底面 ABC(**面**�え)に垂直で，辺 BE を含む**面**㋐，㋒が**面**�えと垂直である。

また，三角すいの体積は，$\triangle ABC \times ED \times \frac{1}{3} = 9 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3} = 90\,(\mathrm{cm}^3)$

問３　底面積を S，高さを h とすると，三角すいの体積は，$\frac{1}{3}hS$ と表せる。これが $90\ \mathrm{cm}^3$ であるため，$\frac{1}{3}hS = 90$ という関係式が成り立つ。これを h について解くと，$h = \frac{270}{S}$ となり，h は S に反比例するため，S が大きくなるほど，h は小さくなるということがわかる。それでは，**面**㋐～**面**�えの面積を求めていこう。

面㋐の面積は，**問１**より，$\frac{75}{2}\mathrm{cm}^2$

△AFE において，三平方の定理より，$AE^2 = AF^2 + EF^2 = 12^2 + 5^2 = 169$

⇒　$AE > 0$ より，$AE = 13\,(\mathrm{cm})$

したがって，**面**㋑の面積は，$\triangle ACE = AE \times AC \times \frac{1}{2} = 13 \times 9 \times \frac{1}{2} = \frac{117}{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

面㋒の面積は，$\triangle AFE = EF \times AF \times \frac{1}{2} = 5 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30\,(\mathrm{cm}^2)$

面�えの面積は，**問２**より，$\triangle ABC = 9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，**面**㋐～**面**�えの中で，もっとも面積が小さいのは**面**㋒なので，それを底面としたときの高さがもっとも高くなる。逆に，**面**㋐～**面**�えの中で，もっとも面積が大きいのは**面**㋑なので，それを底面としたときの高さがもっとも低くなる。