Ｒ５　茨城県　公立　数学　問題

数-23-公-茨城-問-01

1　次の問１，問２に答えなさい。

問１　次の(1)～(4)の計算をしなさい。

(1)　$1-6$

(2)　$2(x+3y)-(5x-4y)$

(3)　$15a^2b \div 3ab^3 \times b^2$

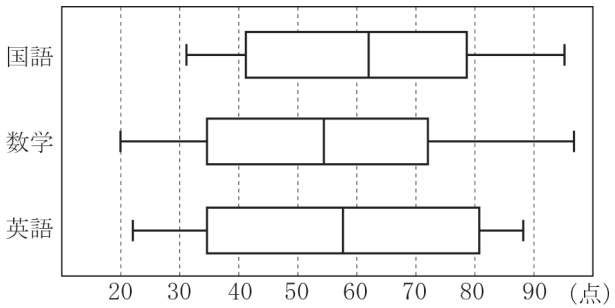
(4)　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}$

問２　x^2-6x+9　を因数分解しなさい。

2 次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　下の**図**は，ある中学校の 3 年生 25 人が受けた国語，数学，英語のテストの得点のデータを箱ひげ図で表したものである。

図



このとき，これらの箱ひげ図から読み取れることとして正しく説明しているものを，次の**ア**～**エ**の中から **2 つ**選んで，その記号を書きなさい。

ア　3 教科の中で国語の平均点が一番高い。
イ　3 教科の合計点が 60 点以下の生徒はいない。
ウ　13 人以上の生徒が 60 点以上の教科はない。
エ　英語で 80 点以上の生徒は 6 人以上いる。

問２　$\dfrac{252}{n}$ の値が，ある自然数の 2 乗となるような，最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

問３　x についての 2 次方程式　$x^2+3ax+a^2-7=0$　がある。
$a=-1$ のとき，この 2 次方程式を解きなさい。

問４　チョコレートが何個かと，それを入れるための箱が何個かある。1 個の箱にチョコレートを 30 個ずつ入れたところ，すべての箱にチョコレートを入れてもチョコレートは 22 個余った。そこで，1 個の箱にチョコレートを 35 個ずつ入れていったところ，最後の箱はチョコレートが 32 個になった。
このとき，箱の個数を求めなさい。

数-23-公-茨城-問-03

3 下の**図１**のように 1 から 7 までの番号の書かれた階段がある。地面の位置に太郎さん，7 の段の位置に花子さんがいる。太郎さん，花子さんがそれぞれさいころを 1 回ずつ振り，自分が出した目の数だけ，太郎さんは 1 ，2 ，3 ，…と階段を上り，花子さんは 6 ，5 ，4 ，…と階段を下りる。例えば，太郎さんが 2 の目を出し，花子さんが 1 の目を出したときは，下の**図２**のようになる。また，2 段離れているとは，例えば，**図３**のような状態のこととする。

図１

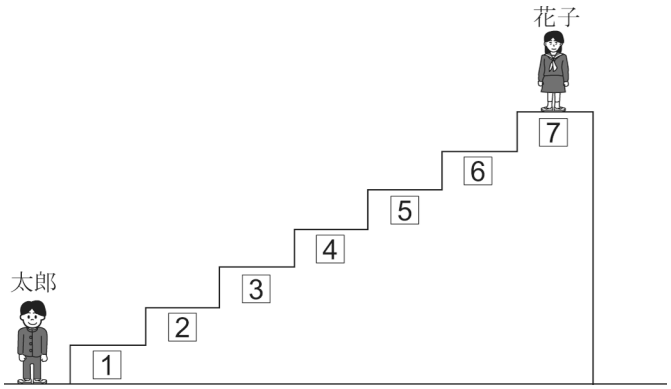


図２

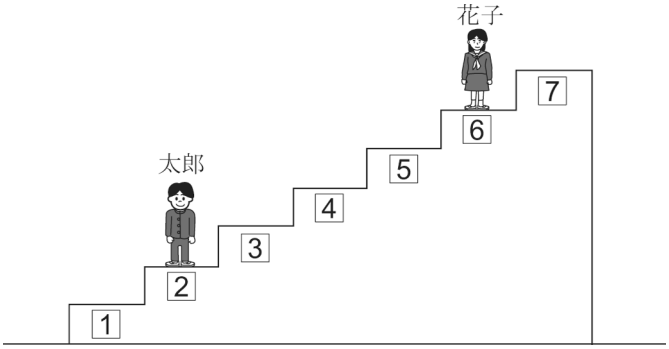
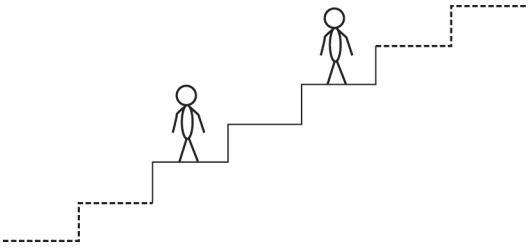


図３　２段離れている例



このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

ただし，さいころは各面に 1 から 6 までの目が 1 つずつかかれており，どの目が出ることも同様に確からしいとする。

問１　太郎さんと花子さんが同じ段にいる確率を求めなさい。

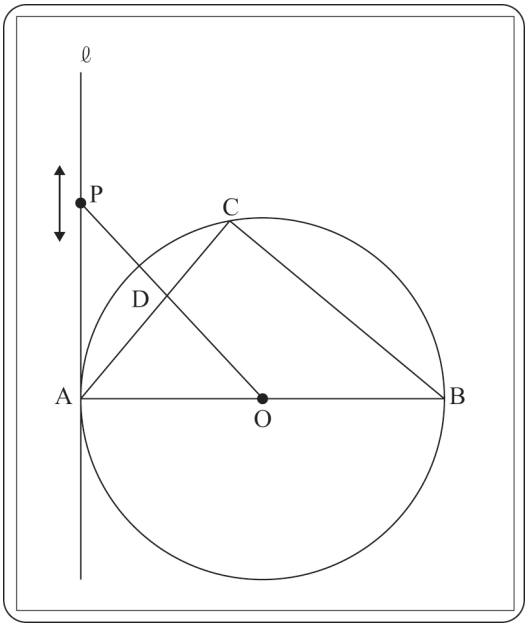
問２　太郎さんと花子さんが 2 段離れている確率を求めなさい。

問３　太郎さんと花子さんが 3 段以上離れている確率を求めなさい。

4 右の**図１**のように，タブレット端末の画面に長さが 14 cm の線分 AB を直径とする円 O が表示されている。さらに，円 O の円周上の 2 点 A，B と異なる点 C，点 A における円 O の接線 ℓ，ℓ 上の点 P が表示されている。点 P は ℓ 上を動かすことができ，太郎さんと花子さんは，点 P を動かしながら，図形の性質や関係について調べている。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

図１



問１　太郎さんは線分 OP と線分 BC が平行になるように点 P を動かした。

(1) 線分 AC と線分 OP の交点を D とし，BC＝10 cm とするとき，線分 OD の長さを求めなさい。

(2) 太郎さんは，△ABC∽△POA であることに気づき，次のように証明した。［ア］～［オ］をうめて，証明を完成させなさい。

〈証明〉

△ABC と△POA において，

［　ア　］だから，［イ］＝90°　…①

直線 ℓ は点 A における円 O の接線だから，

∠PAO ＝ 90°　…②

①，②より，［イ］＝∠PAO　…③

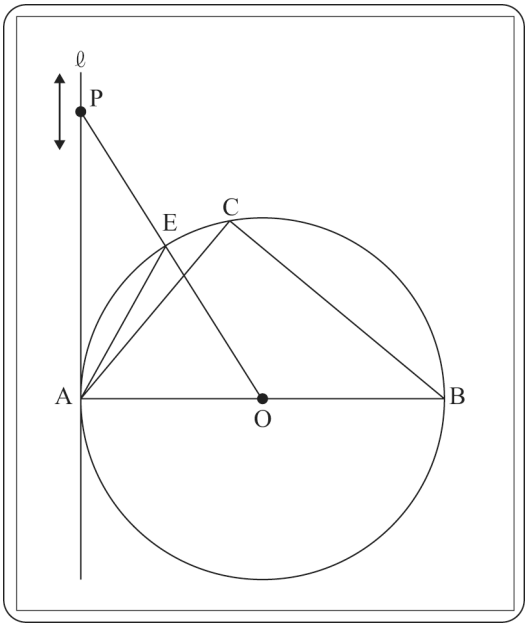
平行線の同位角は等しいから，［ウ］＝［エ］　…④

③，④より，［　オ　］がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△POA

問２　花子さんは，右の**図２**のように∠AOP＝60°となるように点 P を動かした。線分 OP と円 O との交点を E とするとき，△APE の面積を求めなさい。

図２



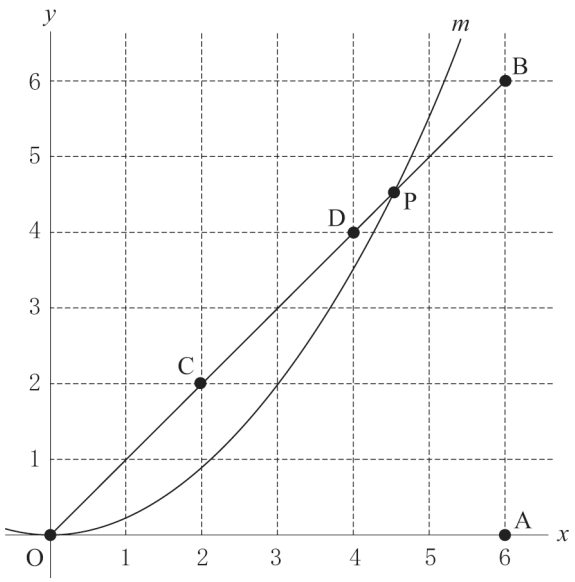
数-23-公-茨城-問-05

5　O(0，0)，A(6，0)，B(6，6) とするとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　右の**図１**において，m は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフを表し，C(2，2)，D(4，4) とする。

(1) m が点 B を通るとき，a の値を求めなさい。

図１



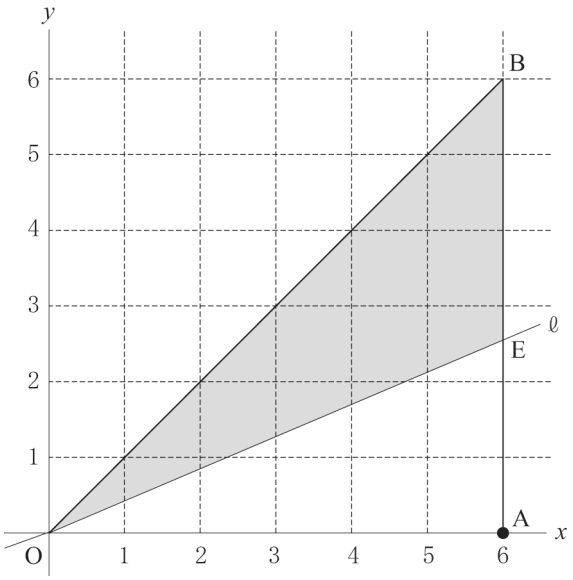
(2) 次の文章の［ Ⅰ ］～［ Ⅲ ］に当てはまる語句の組み合わせを，下の**ア**～**カ**の中から 1 つ選んで，その記号を書きなさい。

> m と線分 OB との交点のうち，点 O と異なる点を P とする。はじめ，点 P は点 D の位置にある。
>
> ここで，a の値を大きくしていくと，点 P は［ Ⅰ ］の方に動き，小さくしていくと，点 P は［ Ⅱ ］の方に動く。
>
> また，a の値を $\frac{1}{3}$ とすると，点 P は［ Ⅲ ］上にある。

ア　［ Ⅰ　点 B　　Ⅱ　点 C　　Ⅲ　線分 OC ］
イ　［ Ⅰ　点 B　　Ⅱ　点 C　　Ⅲ　線分 CD ］
ウ　［ Ⅰ　点 B　　Ⅱ　点 C　　Ⅲ　線分 DB ］
エ　［ Ⅰ　点 C　　Ⅱ　点 B　　Ⅲ　線分 OC ］
オ　［ Ⅰ　点 C　　Ⅱ　点 B　　Ⅲ　線分 CD ］
カ　［ Ⅰ　点 C　　Ⅱ　点 B　　Ⅲ　線分 DB ］

問２　右の**図２**で，$y=bx$ で表される直線 ℓ と 2 点 A，B を除いた線分 AB が交わるとき，その交点を E とする。

図２

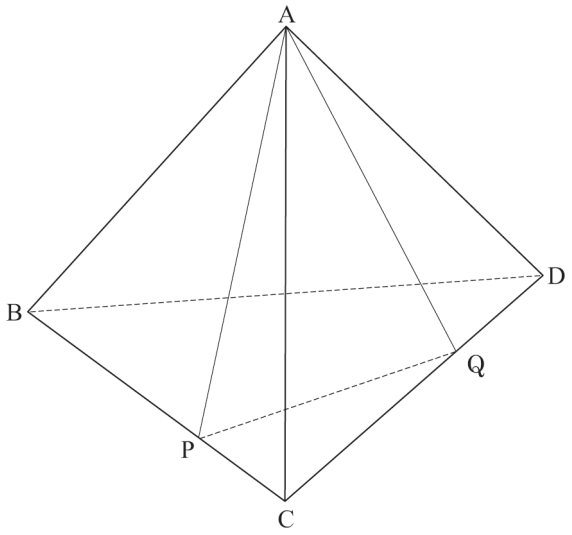


このとき，次の［**条件１**］と［**条件２**］の両方を満たす点の個数が 12 個になるのは，b がどのような値のときか。b のとりうる値の範囲を，不等号を使った式で表しなさい。

> ［**条件１**］　x 座標も y 座標も整数である。
> ［**条件２**］　△OEB の辺上または内部にある。

6 右の**図**のような，1 辺が 6 cm の正四面体がある。辺 BC 上に BP：PC＝2：1 となる点 P，辺 CD 上に CQ：QD＝2：1 となる点 Q をとる。

図



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　△CPQ はどんな三角形か。最も適切なものを，次の**ア**～**エ**の中から 1 つ選んで，その記号を書きなさい。

ア　正三角形　　**イ**　二等辺三角形　　**ウ**　直角三角形　　**エ**　直角二等辺三角形

問２　(1) 線分 AQ の長さを求めなさい。

(2) 直線 AP を軸として，△APQ を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率はπとする。

Ｒ５　茨城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-茨城-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
数-23-公-茨城-KY-02	2	問１				
		問２	$n=$			
		問３	$x=$			
		問４	個			
数-23-公-茨城-KY-03	3	問１				
		問２				
		問３				
数-23-公-茨城-KY-04	4	問１	(1)	cm		
			(2)	ア		
				イ		
				ウ		
				エ		
				オ		
		問２	cm^2			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-23-公-茨城-KY-05	5	問１	(1)	$a=$		
			(2)			
		問２				
数-23-公-茨城-KY-06	6	問１				
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

Ｒ５　茨城県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-茨城-Ｋ-01	1	問１	(1)	-5	4	
			(2)	$-3x+10y$	4	
			(3)	$5a$	4	
			(4)	$\sqrt{3}$	4	
		問２	$(x-3)^2$		4	・$(x-3)(x-3)$ も可とする。
数-23-公-茨城-Ｋ-02	2	問１	イ	エ	5	・両方ができて正答とする。順序は問わない。
		問２	$(n=)$ 7		5	
		問３	$(x=)$ $\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{2}$		5	
		問４	5 (個)		5	
数-23-公-茨城-Ｋ-03	3	問１	$\dfrac{1}{6}$		4	
		問２	$\dfrac{2}{9}$		5	
		問３	$\dfrac{1}{3}$		6	
数-23-公-茨城-Ｋ-04	4	問１	(1)	5 (cm)	4	
			(2)	ア　半円の弧に対する円周角	2	・ア，イは両方ができて正答とする。アは「線分 AB は直径」も可とする。
				イ　∠ACB		
				ウ　∠ABC	2	・ウ，エは両方ができて正答とする。順序は問わない。
				エ　∠POA		
				オ　2 組の角	1	
		問２	$\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$ (cm^2)		6	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−23−公−茨城−大−05	5	問１	(1)	$(a=)\ \dfrac{1}{6}$	4	
			(2)	オ	5	
		問２		$\dfrac{3}{5} < b \leqq \dfrac{2}{3}$	6	
数−23−公−茨城−大−06	6	問１		ウ	4	
		問２	(1)	$2\sqrt{7}$ (cm)	5	
			(2)	$\dfrac{50\sqrt{7}}{7}\pi$ (cm^3)	6	

（注意）

この標準解答及び採点上の留意点によって処理しがたい細部については，各学校で適正な基準を設ける。

数-23-公-茨城-KS-01

1　【計算分野】

問１　(4) $\dfrac{9}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\sqrt{2^2\times3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

数-23-公-茨城-KS-02

2　【小問集合】

問１　**ア**　箱ひげ図からは平均値を読み取ることはできないので，正しくない。

イ　国語と英語の最小値は 20 点より大きく，数学の最小値は 20 点だから，仮に 3 教科の得点がそれぞれの最小値である人がいたとしても，その合計は 20×3＝60(点) を超える。よって，読み取れることとして正しい。

ウ　25 人の得点のデータを小さい方から順に並べたとき，中央値は 13 番目であり，それより後のデータは 12 個ある。国語の中央値が 60 点より大きいことから，国語で 60 点より高い得点を取った人は，少なくとも 13 人いることがわかる。よって，読み取れることとして正しくない。

エ　25 人の得点のデータを小さい方から順に並べたとき，第 3 四分位数は 19 番目と 20 番目の平均値である。英語の第 3 四分位数が 80 点より大きいことから，英語で 80 点より高い得点を取った人は，少なくとも 6 人いることがわかる。よって，読み取れることとして正しい。

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

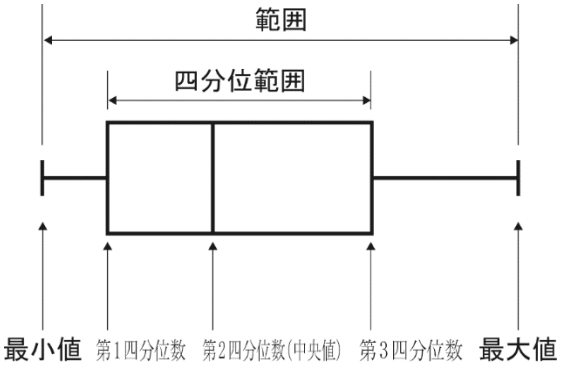
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問２　$252=2^2\times3^2\times7=(2\times3)^2\times7$ より，$n=7$ のとき，$\dfrac{(2\times3)^2\times7}{7}=6^2$ となる。

問３　$a=-1$ を 2 次方程式に代入すると，$x^2-3x-6=0$　　これを解の公式で解くと，$x=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{2}$

問４　箱の個数を x 個とする。

1 個の箱にチョコレートを 30 個ずつ入れるとき，チョコレートは $30x$ 個である。22 個のチョコレートが余ったことから，チョコレートは全部で $30x+22$ (個)　…①

また，1 個の箱にチョコレートを 35 個ずつ入れるとき，最後の箱以外の $x-1$ (個) の箱にチョコレートが 35 個ずつ入っているので，その個数は $35(x-1)$ 個である。最後の箱はチョコレートが 32 個にな

ったことから，チョコレートは全部で $35(x-1)+32$ (個)　…②

①，②より，$30x+22=35(x-1)+32$　　これを解いて，$x=5$ (個)　　これは条件を満たす。

数-23-公-茨城-KS-03

3　【確率】

太郎さん，花子さんがそれぞれさいころを 1 回ずつ振ったときの目の出かたの組み合わせと，そのときに 2 人が何段離れているかを表にまとめると，**表 1** のようになる。なお，2 人の振るさいころの目の出かたの組み合わせは全部で 36 通りである。

表 1

太郎さん＼花子さん	1	2	3	4	5	6
1	5	4	3	2	1	0
2	4	3	2	1	0	1
3	3	2	1	0	1	2
4	2	1	0	1	2	3
5	1	0	1	2	3	4
6	0	1	2	3	4	5

問 1　**表 1** の 0 と書かれたマスより，条件を満たす場合の数は 6 通り。

よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

問 2　**表 1** の 2 と書かれたマスより，条件を満たす場合の数は 8 通り。

よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

問 3　**表 1** の 3，4，5 と書かれたマスより，条件を満たす場合の数は 12 通り。よって，求める確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

ポイント≫確率の求め方

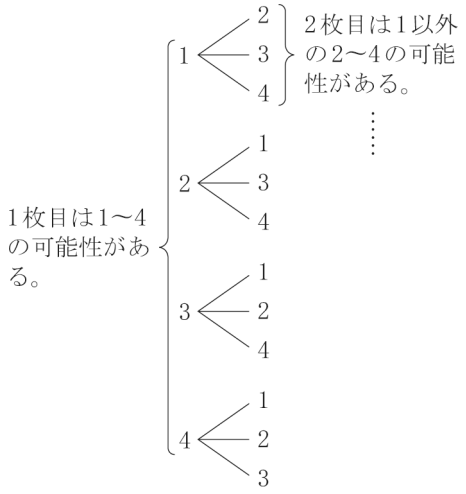
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

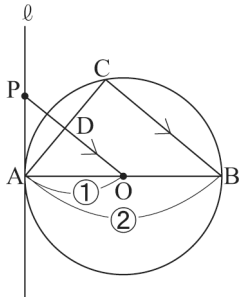
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



4 【平面図形】

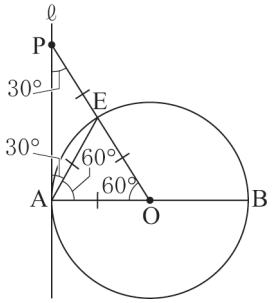
問１　(1) 図１のように，OD // BC より，△ABC で平行線と線分の比から，
OD：BC＝AO：AB　　OD：10＝1：2　　OD＝5 cm

図１



問２　△EAO は OA＝OE の二等辺三角形であり，さらに，∠AOP＝60°だから，正三角形である。
よって，OA＝OE＝AE　…①，∠EAO＝∠AOP＝60°　…②
直線 ℓ は円 O と点 A で接するから，∠OAP＝90°　…③，
∠APO＝180°－(60°＋90°)＝30°　…④
②，③より，∠PAE＝90°－60°＝30°　　これと，④より，2 つの角が等しいので，△PAE は PE＝AE の二等辺三角形である。
よって，①より，PE＝OE だから，$\triangle APE=\frac{1}{2}\triangle PAO$　…⑤

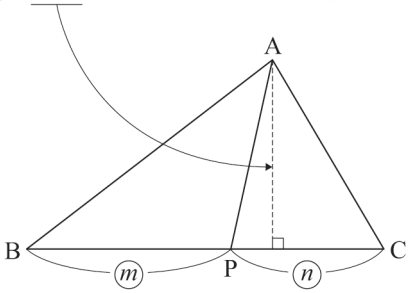
図２



また，②，③，④より，△PAO は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，
OA：PA＝1：$\sqrt{3}$　　PA＝$\sqrt{3}$ OA＝$7\sqrt{3}$ (cm)
よって，$\triangle PAO=PA\times OA\times\frac{1}{2}=7\sqrt{3}\times7\times\frac{1}{2}=\frac{49\sqrt{3}}{2}$ (cm^2)
⑤より，$\triangle APE=\frac{1}{2}\triangle PAO=\frac{1}{2}\times\frac{49\sqrt{3}}{2}=\frac{49\sqrt{3}}{4}$ (cm^2)

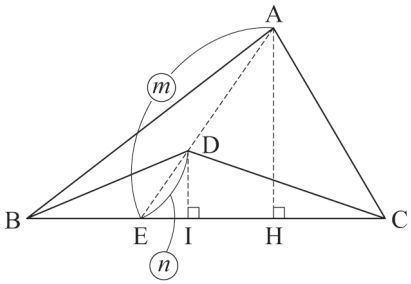
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



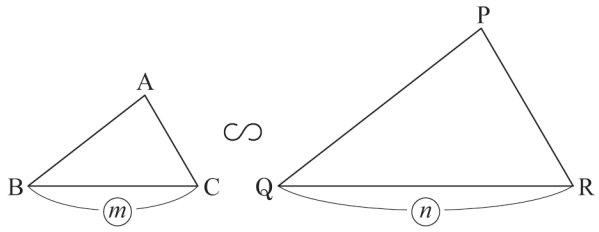
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

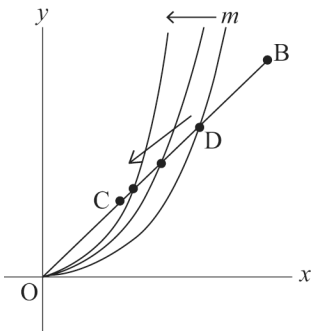
数-23-公-茨城-KS-05

5　【関数のグラフと図形】

問１　(1) $y=ax^2$ に $x=6$，$y=6$ を代入すると，$6=a\times6^2$　　$a=\frac{1}{6}$

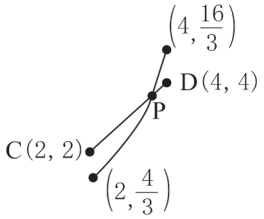
(2) a の値を大きくしていくと，**図１**のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ m の開き方が小さくなるから，点 P は点 C の方に動く。

図１



また，$a=\frac{1}{3}$ のとき，m の式は，$y=\frac{1}{3}x^2$ で，$x=2$ のとき，$y=\frac{4}{3}$，$x=4$ のとき，$y=\frac{16}{3}$ である。よって，**図２**のように，2 点 C，D との位置関係に注目すると，m は線分 CD と交わることがわかる。

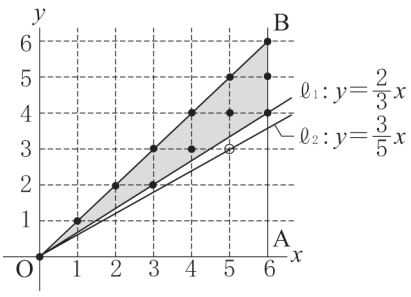
図２



問２　[**条件１**]を満たす点は，辺 OB 上に 7 個あるので，
直線 ℓ の傾き b を 1 から徐々に小さくしていき，[**条件１**]と[**条件２**]の両方を満たす点があと 5 個増えるような傾き b の範囲を考える。

傾き b を 1 から徐々に小さくしていくと，$b=\frac{2}{3}$ のとき，直線は**図３**の ℓ_1 のようになり，[**条件１**]と[**条件２**]の両方を満たす点が 12 個になる。さらに傾き b を小さくしていくと，直線 ℓ が点(5，3)を通るとき，直線は**図３**の ℓ_2 のようになり，[**条件１**]と[**条件２**]の両方を満たす点が 13 個になってしまう。

図３



このときの傾きは $b=\frac{3}{5}$ だから，b のとりうる値の範囲は，$\frac{3}{5}<b\leqq\frac{2}{3}$

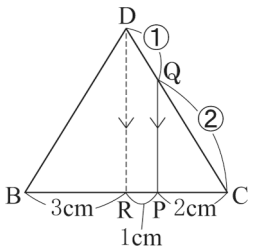
6 【空間図形】

問１　**図１**のように，正三角形 DBC を取り出して考える。BP：PC＝2：1 より，$PC=\frac{1}{3}BC=2$(cm)

また，DR // QP となるような点 R を辺 BC 上にとると，平行線と線分の比より，CP：PR＝CQ：QD＝2：1　　$PR=\frac{1}{2}CP=1$(cm)

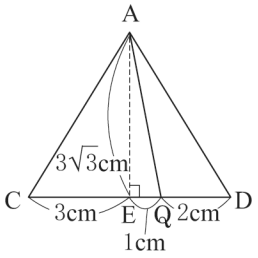
よって，CR＝CP＋PR＝3(cm)
したがって，R は辺 BC の中点だから，DR⊥BC　　DR // QP より，QP⊥BC
よって，△CPQ は直角三角形である。

図１



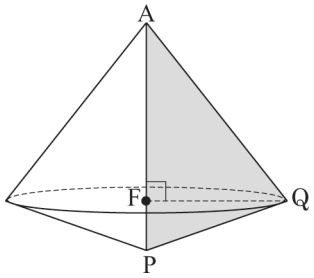
問２　(1) **図２**のように，正三角形 ACD を取り出して考える。頂点 A から辺 CD に垂線 AE をおろすと，CE＝ED＝3 cm
△ACE は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，$AE=\sqrt{3}CE=3\sqrt{3}$ (cm)
図１の正三角形 DBC と同様にして，QE＝PR＝1 cm だから，△AEQ で三平方の定理より，$AQ^2=AE^2+QE^2=(3\sqrt{3})^2+1^2=28$
AQ＞0 より，$AQ=2\sqrt{7}$ cm

図２



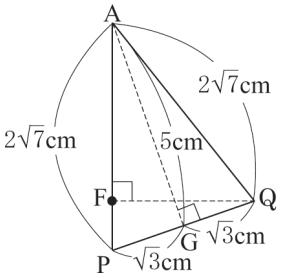
(2) 立体は，**図３**のような，円錐を 2 つ組み合わせたものになる。
2 つの円錐の底面の円の中心は，△APQ の辺 AP と，頂点 Q からその辺におろした垂線との交点 F に一致する。体積を求めるために，FQ の長さを求めよう。

図３



まずは**図４**のように，△APQ を取り出して考える。(1)で求めた AQ の長さと同様にして，AP の長さも $2\sqrt{7}$ cm だから，△APQ は AP＝AQ の二等辺三角形である。よって，頂点 A から辺 PQ に垂線 AG をおろすと，$PG=\frac{1}{2}PQ$ である。

図４



ここで，CQ：QD＝2：1 より，$CQ=\frac{2}{3}CD=4$(cm)
また，**問１**より，△CPQ は直角三角形だから，三平方の定理より，$PQ^2+CP^2=CQ^2$　　$PQ^2+2^2=4^2$　　$PQ^2=12$
PQ＞0 より，$PQ=2\sqrt{3}$ cm

よって，$PG=\frac{1}{2}PQ=\sqrt{3}$ (cm) だから，△APG で三平方の定理より，$AG^2+PG^2=AP^2$
$AG^2+(\sqrt{3})^2=(2\sqrt{7})^2$　　$AG^2=25$　　AG＞0 より，AG＝5 cm
したがって，$\triangle APQ=PQ\times AG\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}\times5\times\frac{1}{2}=5\sqrt{3}$ (cm^2)

また，$\triangle APQ=AP\times FQ\times\frac{1}{2}=2\sqrt{7}\times FQ\times\frac{1}{2}=\sqrt{7}FQ$ だから，$\sqrt{7}FQ=5\sqrt{3}$ より，$FQ=\frac{5\sqrt{21}}{7}$ cm
したがって，求める立体の体積は，

$\pi\times FQ^2\times AF\times\frac{1}{3}+\pi\times FQ^2\times PF\times\frac{1}{3}=\pi\times FQ^2\times\frac{1}{3}\times(AF+PF)=\pi\times FQ^2\times\frac{1}{3}\times AP$

$=\pi\times\left(\frac{5\sqrt{21}}{7}\right)^2\times\frac{1}{3}\times2\sqrt{7}=\frac{50\sqrt{7}}{7}\pi$(cm^3)