Ｒ６　茨城県　公立　数学　問題

数-24-公-茨城-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の(1)～(4)の計算をしなさい。

(1)　$3-9$

(2)　$-3(x+2y)+(x-3y)$

(3)　$3a^2b\times 4b\div 6ab$

(4)　$\sqrt{6}\,(\sqrt{2}+\sqrt{3}\,)$

問２　x^2+7x-8 を因数分解したとき，その結果として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

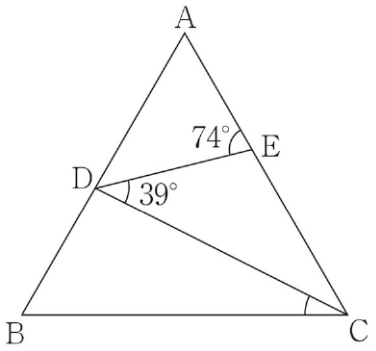
ア　$(x-1)(x-7)$　　**イ**　$(x+1)(x+7)$　　**ウ**　$(x+1)(x-8)$　　**エ**　$(x-1)(x+8)$

2 次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　下の**図**で，△ABC は正三角形である。辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E をとる。∠AED＝74°，∠CDE＝39°のとき，∠BCD の大きさとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

ア　21°
イ　25°
ウ　30°
エ　35°
オ　46°

図

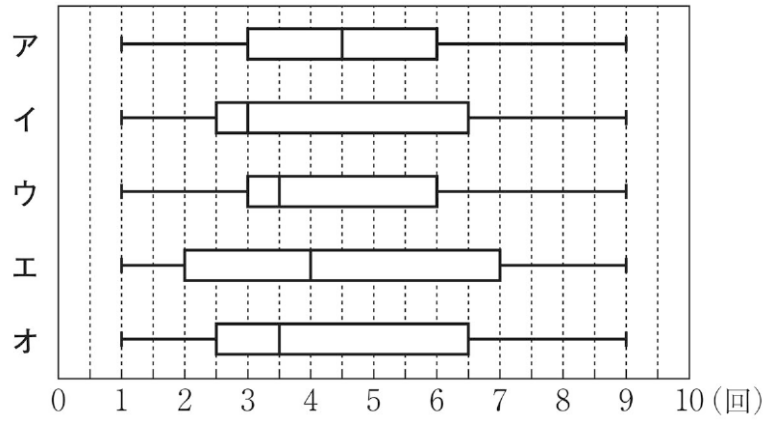


問２　次の**表**は，10 人の生徒がテニスのサーブ練習をそれぞれ 10 回行い，サーブが入った回数のデータを小さい順に並べたものである。

表

1	2	3	3	3	4	5	6	7	9	(単位　回)

このとき，生徒 10 人のデータを箱ひげ図に表したものとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。



問３　ある動物園の入園料は，大人１人 x 円，子ども１人 y 円である。500 円の割引券を１枚使うと，大人２人と子ども３人の入園料の合計が 4000 円より安くなった。

このとき，この数量の関係を表した不等式として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から １ つ選んで，その記号を書きなさい。

ア　$2x+3y-500<4000$

イ　$2x+3y<4000-500$

ウ　$2x+3y-500>4000$

エ　$2x+3y>4000-500$

問４　関数 $y=2x^2$ で，x の変域が $-1 \leqq x \leqq$ [Ⅰ] のとき，y の変域が [Ⅱ] $\leqq y \leqq 18$ である。

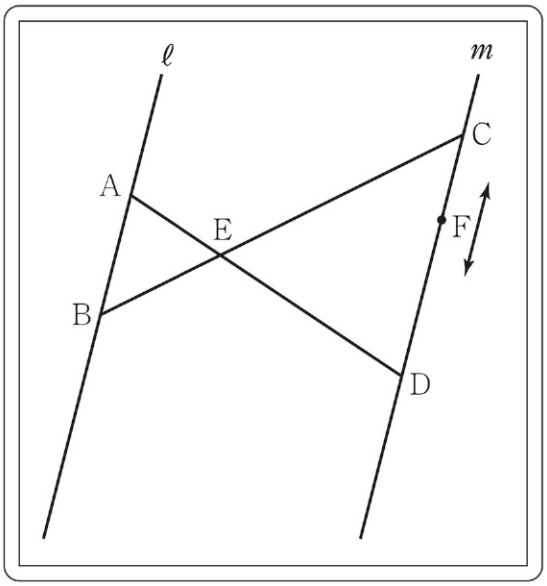
このとき，[Ⅰ] ，[Ⅱ] に当てはまる値の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**カ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

	Ⅰ	Ⅱ
ア	-3	2
イ	-3	0
ウ	3	2
エ	3	0
オ	6	2
カ	6	0

3 右の**図１**のように，タブレット端末の画面に平行な２直線 ℓ，m と直線 ℓ 上の２点 A，B，直線 m 上の２点 C，D が表示されている。また，線分 AD と線分 BC は点 E で交わっており，点 F は直線 m 上を動かすことができる。さらに，AB＝3 cm，CD＝CE＝6 cm，△ABE の面積は 5 cm^2 である。

ひよりさんとふうがさんは，点 F を動かしながら，図形の性質や関係について調べている。

図１



このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１ ひよりさんは，点 F を EF // BD となるように動かした。

このとき，大きさが等しくなる角の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から**２つ**選んで，その記号を書きなさい。

ア ∠EBD と∠CEF　　**イ** ∠AEC と∠ADC　　**ウ** ∠BEA と∠FED

エ ∠CFE と∠CDE　　**オ** ∠BDE と∠FED

問２ ふうがさんは，点 F を線分 CD 上に CF＝1 cm となるように動かした。

このとき，△DEF の面積を求めなさい。

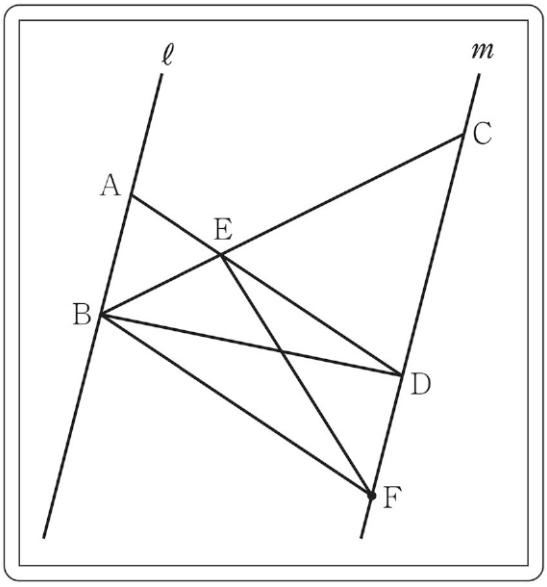
問３　ひよりさんは，右の**図２**のように点 F を ED // BF となるように動かした。

このとき，ふうがさんは△DCB≡△ECF であることに気づき，次のように証明した。

［　Ⅰ　］～［　Ⅲ　］をうめて，証明を完成させなさい。

ただし，［　Ⅰ　］については当てはまるものを，［　　］の選択肢の**ア**～**エ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

図２



〈証明〉

△DCB と△ECF において，

仮定から，　　CD＝CE＝6 cm　　……①

［　　Ⅰ　　］　　……②

△CBF において，ED // BF なので，CE：CB＝CD：CF

さらに，①より CD＝CE だから，［　Ⅱ　］　　……③

①，②，③から，［　　Ⅲ　　］がそれぞれ等しいので，

△DCB≡△ECF

［　Ⅰ　］の選択肢

ア　平行線の同位角は等しいから，∠CED＝∠CBF

イ　二等辺三角形の底角だから，∠CED＝∠CDE

ウ　共通な角だから，∠DCB＝∠ECF

エ　四角形 ABFD は平行四辺形だから，AB＝DF

数-24-公-茨城-問-04

4 1から6までの数が1つずつ書かれた6枚の赤色のカード 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 と，7から12までの数が1つずつ書かれた6枚の青色のカード 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 がある。赤色のカードをよくきってから1枚引き，そのカードに書かれた数を a とする。同様に，青色のカードをよくきってから1枚引き，そのカードに書かれた数を b とする。

このとき，次の**問1**，**問2**に答えなさい。

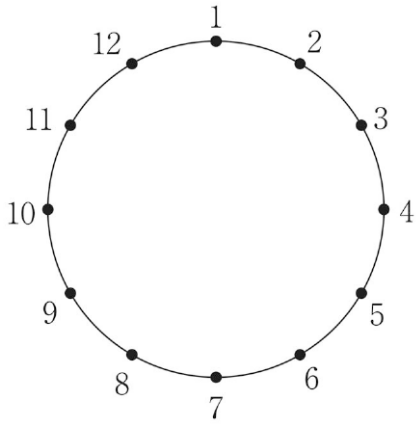
ただし，赤色と青色のカードそれぞれにおいて，どのカードが引かれることも同様に確からしいとする。

問1 $a+b$ が3の倍数となる確率として正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から1つ選んで，その記号を書きなさい。

ア $\frac{1}{2}$　　**イ** $\frac{1}{3}$　　**ウ** $\frac{1}{4}$　　**エ** $\frac{1}{6}$　　**オ** $\frac{1}{12}$

問2 下の**図**のように，円周を12等分する点があり，時計回りにそれぞれ1から12までの番号をつけ，a，b と同じ番号の点にそれぞれコマを置く。例えば，$a=3$，$b=7$ のとき，円周上の番号3，番号7の2つの点にそれぞれコマを置く。

図



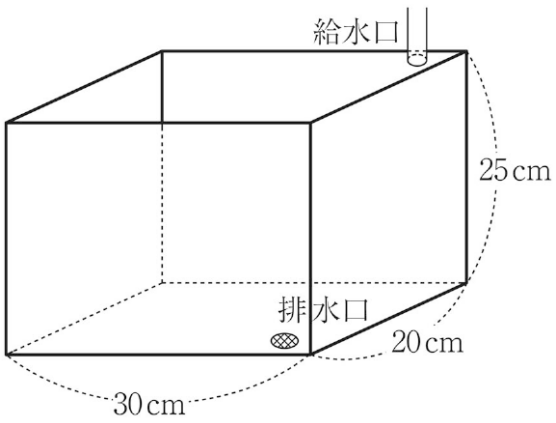
(1) コマを置いた2つの点が，この円の直径の両端となる確率を求めなさい。

(2) 番号1の点とコマを置いた2つの点が，直角三角形の3つの頂点となる確率を求めなさい。

5 ひよりさんとふみさんは，数学の授業で関数について学んでいる。右の**図１**のような縦 20 cm，横 30 cm，高さ 25 cm の直方体の形をした水そうを使って，次の**実験Ⅰ**，**実験Ⅱ**，**実験Ⅲ**を行い，水を入れるときや抜くときの底面から水面までの高さの変化のようすについて調べている。

ただし，給水口を開けると，一定の割合で水を入れることができ，排水口を開けると，水そうの水がなくなるまで一定の割合で水を抜くことができるものとする。また，水そうの底面と水面はつねに平行になっており，水そうの厚さは考えないものとする。

図１



実験Ⅰ　空の水そう（**図１**）に一定の割合で水を入れる。
実験Ⅱ　空の水そう（**図１**）に直方体のおもりを入れ，一定の割合で水を入れる。
実験Ⅲ　**実験Ⅱ**で満水の状態になった水そうから一定の割合で水を抜く。

このとき，ひよりさんとふみさんの次の会話を読んで，**問１**，**問２**に答えなさい。

ひより：まずは**実験Ⅰ**だね。
ふ　み：そうだね。空の水そう（**図１**）の排水口を閉じておいたよ。
ひより：うん。給水口を開けると，毎秒 100 cm^3 ずつ一定の割合で水が入るよ。
ふ　み：わかった。給水口を開けるね。
ひより：いま，60 秒たったけど，水そうの底面から水面までの高さは何 cm になったかな。

問１　**実験Ⅰ**について，空の水そうに水を入れ始めてから 60 秒後の水そうの底面から水面までの高さを求めなさい。

ひより：次は**実験Ⅱ**だね。

ふ　み：空の水そうに縦 20 cm，横 20 cm，高さ 15 cm の直方体のおもりを入れて（**図２**），
　　排水口を閉じておいたよ。

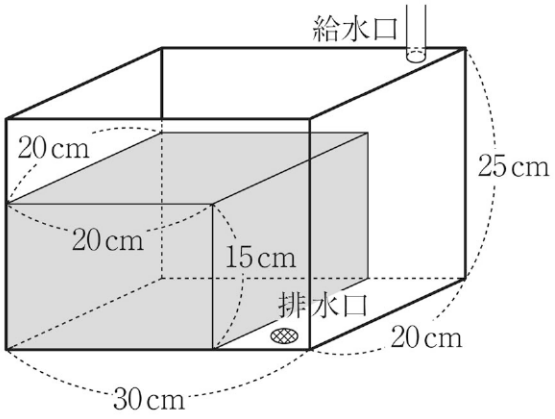
ひより：うん。給水口を開けると，毎秒 100 cm^3 ずつ一定の割合で水が入るよ。

ふ　み：わかった。給水口を開けるね。

ひより：どんどん水が入っていくね。

ふ　み：満水になったから，給水口を閉じるよ。

図２

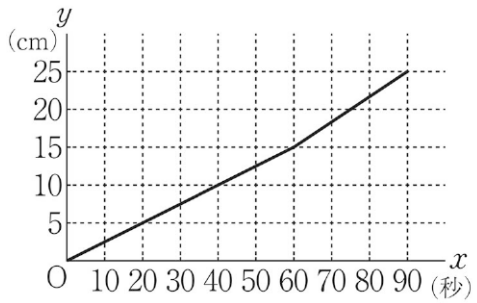


問２

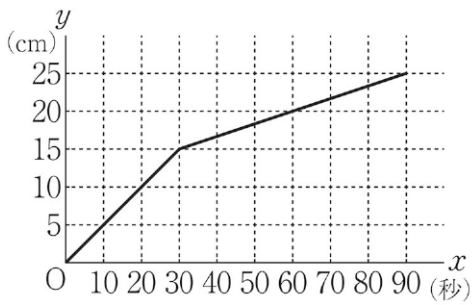
(1) **実験Ⅱ**について，水を入れ始めてから x 秒後の水そうの底面から水面までの高さを y cm として，x と y の関係を表すグラフをかいたとき，満水になるまでのグラフとして正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

ただし，入れるおもりと水そうの３つの側面と底面との間にすき間はないものとする。

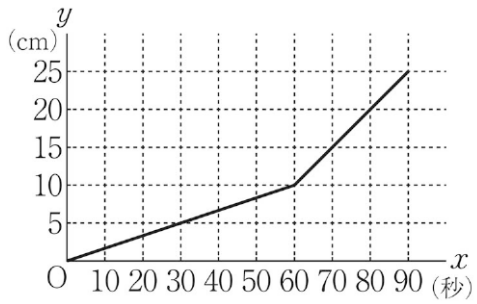
ア



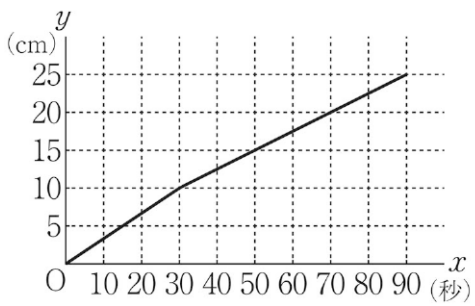
イ



ウ



エ



ふ　み：最後に**実験Ⅲ**だね。

ひより：排水口を開けると，毎秒 150 cm^3 ずつ一定の割合で水が抜けるよ。

ふ　み：うん。排水口を開けるね。

ひより：どんどん水が抜けていって，やっと水そうが空になったよ。今度は，水を抜き始めてから x 秒後の水そうの底面から水面までの高さを y cm として，x と y の関係を表すグラフをかいてみよう。

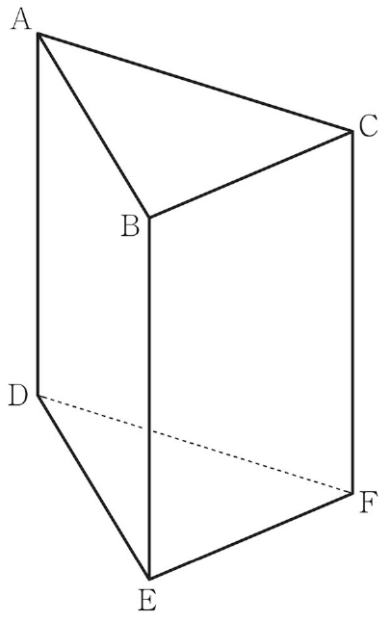
ふ　み：そうだね。**実験Ⅱ**の結果のグラフをかいた図に**実験Ⅲ**の結果のグラフをかき入れてみるね。

ひより：あっ，交わっている点があるよ。計算して，交点の座標を求めてみよう。

(2) **実験Ⅱ**の結果のグラフをかいた図に**実験Ⅲ**の結果のグラフをかき入れたとき，2 つのグラフの交点の座標を求めなさい。

6 右の**図１**のように，DE＝DF＝3 cm，EF＝2 cm の三角形を底面とし，高さが 4 cm の三角柱 ABCDEF がある。

図１



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　三角柱 ABCDEF で，辺を直線とみるとき，次の①～③のうち直線 AB とねじれの位置にある直線には**○**を，そうでない直線には**×**をつけるものとする。

①　直線 BC　　②　直線 CF　　③　直線 DE

このとき，**○×**の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**カ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

＼	①	②	③
ア	×	×	×
イ	○	×	×
ウ	×	○	○
エ	○	○	○
オ	×	○	×
カ	○	×	○

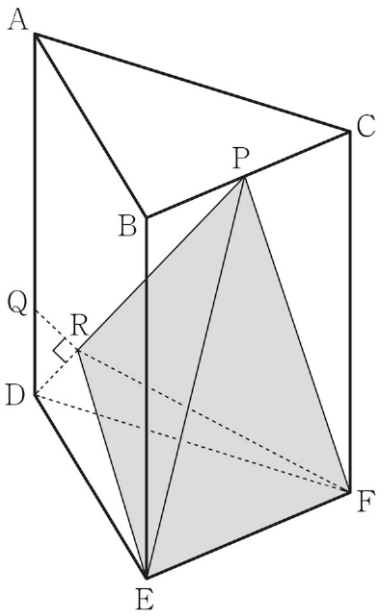
問２

(1) 三角柱 ABCDEF の表面積を求めなさい。

(2) 右の**図２**のように，辺 BC の中点を P とし，辺 AD 上に AQ：QD＝3：1 となる点 Q をとる。また，線分 DP 上に ∠QRD＝90° となる点 R をとる。

このとき，三角すい RPEF の体積を求めなさい。

図２



Ｒ６　茨城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-茨城-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
数-24-公-茨城-KY-02	2	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
数-24-公-茨城-KY-03	3	問１				
		問２	cm^2			
		問３	Ⅰ			
			Ⅱ			
			Ⅲ			
数-24-公-茨城-KY-04	4	問１				
		問２	(1)			
			(2)			
数-24-公-茨城-KY-05	5	問１	cm			
		問２	(1)			
			(2)	(　　,　　)		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-茨城-KY-06	6	問１				
		問２	(1)	cm^2		
			(2)	cm^3		

Ｒ６　茨城県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-茨城-K-01	1	問１	(1)	-6	4	
			(2)	$-2x-9y$	4	
			(3)	$2ab$	4	
			(4)	$2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$	4	
		問２	エ		4	
数-24-公-茨城-K-02	2	問１	イ		5	
		問２	ウ		5	
		問３	ア		5	
		問４	エ		5	
数-24-公-茨城-K-03	3	問１	ア		2	・順不同
			オ		2	
		問２	$\frac{50}{3}$ (cm^2)		5	
		問３	Ⅰ	ウ	2	
			Ⅱ	CB＝CF	2	
			Ⅲ	２組の辺とその間の角	2	
数-24-公-茨城-K-04	4	問１	イ		4	
		問２	(1)	$\frac{1}{6}$	5	
			(2)	$\frac{5}{18}$	6	
数-24-公-茨城-K-05	5	問１	10 (cm)		4	
		問２	(1)	イ	5	
			(2)	(36, 16)	6	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-茨城-木-06	6	問１		オ	4	
		問２	(1)	$(32+4\sqrt{2})$ (cm^2)	5	・( ) がなくても可とする。
			(2)	$\frac{20\sqrt{2}}{9}$ (cm^3)	6	

（注意）

この標準解答及び採点上の留意点によって処理しがたい細部については，各学校で適正な基準を設ける。

数-24-公-茨城-KS-01

1　【計算分野】

問１　(4)　$\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})=\sqrt{6}\times\sqrt{2}+\sqrt{6}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}+\sqrt{18}=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

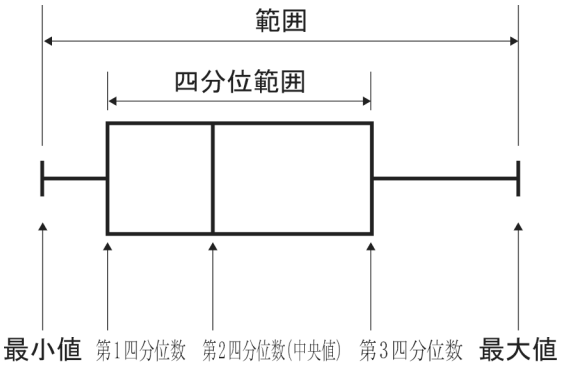
数-24-公-茨城-KS-02

2　【小問集合】

問１　△ABC は正三角形なので，∠ACB＝60°　　また，△DCE において，三角形の内角と外角の関係より，∠DEA＝∠DCE＋∠CDE，74°＝∠DCE＋39°　　よって，∠DCE＝35°
∠BCD＝∠ACB－∠DCE＝60°－35°＝25°

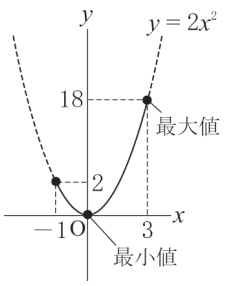
問２　10 人のデータの四分位数をそれぞれ求めると，第 1 四分位数は，小さい方から 3 番目のデータだから 3 回，第 2 四分位数は，5 番目と 6 番目のデータの平均だから (3＋4)÷2＝3.5 (回)，第 3 四分位数は，8 番目の記録だから 6 回である。また，記録の最大値は 9 回，最小値は 1 回だから，正しい箱ひげ図は**ウ**となる。

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用
①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差
③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの

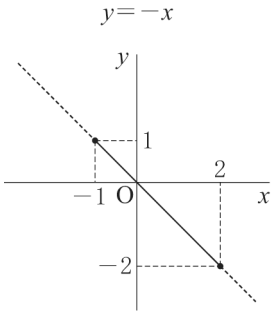


問４　$x=-1$ を $y=2x^2$ に代入すると，y の値は，$y=2\times(-1)^2=2$
また，$y=18$ を $y=2x^2$ に代入すると，$18=2x^2$　　$x^2=9$　　$x=\pm3$
[I] にあてはまる数は -1 より大きいから，x の変域は $-1\leqq x\leqq3$，
図１より，y の変域は $0\leqq y\leqq18$ となる。

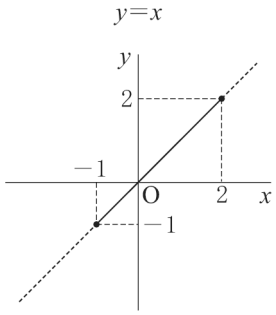
図１



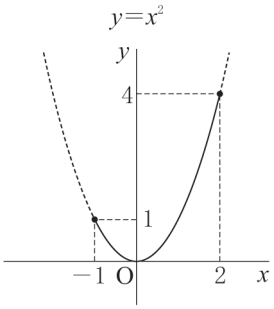
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



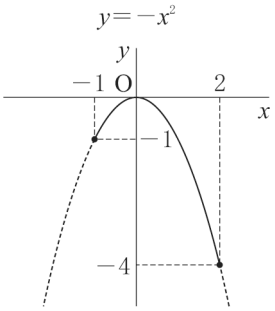
$-2 \leqq y \leqq 1$



$-1 \leqq y \leqq 2$



$0 \leqq y \leqq 4$



$-4 \leqq y \leqq 0$

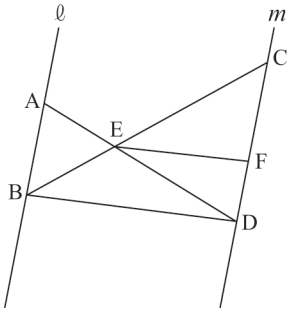
特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

数-24-公-茨城-KS-03

3 【平面図形】

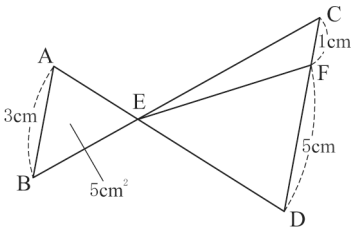
問１　EF // BD となるように，点 F を動かすと**図１**のようになる。
平行線の同位角は等しいので，∠EBD＝∠CEF
また，錯角も等しいので，∠BDE＝∠FED

図１



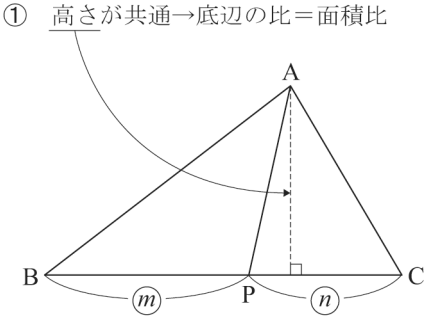
問２　△ABE∽△DCE，AB : DC＝3 : 6 より，相似比は 1 : 2
また，CF＝1 cm なので，FD＝5 cm
よって CF : FD＝1 : 5
相似な三角形の面積の比は相似比の 2 乗となることから，
△ABE : △DCE＝$1^2 : 2^2$＝1 : 4
△ABE＝5 cm^2 より，1 : 4＝5 : △DCE
よって，△DCE＝20 cm^2 である。
FD : CD＝5 : 6 より，△DEF : △DCE＝5 : 6
△DEF : 20＝5 : 6 より，△DEF＝$\frac{50}{3}$ (cm^2) となる。

図２



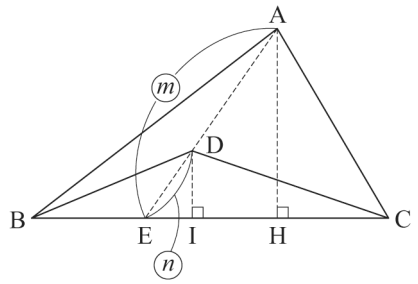
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



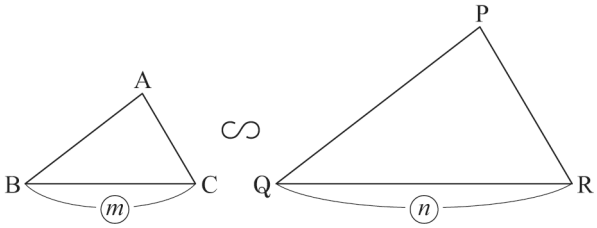
△ABP : △ACP＝BP : PC＝m : n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

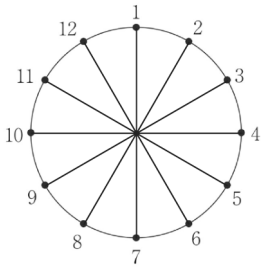
数-24-公-茨城-KS-04

4 【確率】

問１ $a+b$ が 3 の倍数になるのは，(1，8)，(1，11)，(2，7)，(2，10)，(3，9)，(3，12)，(4，8)，(4，11)，(5，7)，(5，10)，(6，9)，(6，12) の 12 通り。カードの引き方は 6 枚のカード同士の組み合わせとなるので全部で 6×6＝36(通り)　よって，求める確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

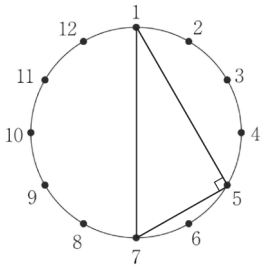
問２ (1) **図１**より，コマを置いた 2 つの点が，この円の直径となるときの組み合わせは，(1，7)，(2，8)，(3，9)，(4，10)，(5，11)，(6，12) の 6 通り。よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

図１



(2) 番号 1 とコマを置いた 2 つの点を結ぶ三角形の 3 つの辺のいずれかが円の直径となる場合，この三角形は直角三角形となる。番号 1 を含む辺が直径となる場合の組み合わせは，b が必ず 7 となるので，(1，2，7)，(1，3，7)，(1，4，7)，(1，5，7)，(1，6，7) の 5 通り。

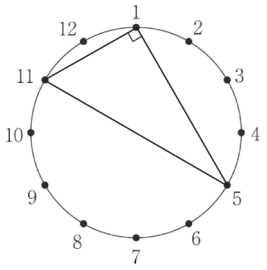
図２



番号 1 を含む辺が直角をなす場合，コマを置いた 2 点を結ぶ辺が直径となるので，組み合わせは，(1，2，8)，(1，3，9)，(1，4，10)，(1，5，11)，(1，6，12) の 5 通り。

よって，求める確率は，$\frac{5+5}{36}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

図３



数-24-公-茨城-KS-05

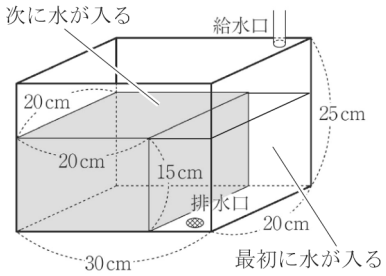
5 【一次関数の利用】

問１　毎秒 $100\,\mathrm{cm}^3$ ずつ給水されるので，60 秒間でたまる水の量は $100\times60=6000\,(\mathrm{cm}^3)$　　水そうの底面積は $20\times30=600\,(\mathrm{cm}^2)$　　求める高さを h cm とすると，$600\times h=6000$　　$h=10\,(\mathrm{cm})$

問２　(1) 最初におもりの右側に水が入り，右側が満たされるとおもりの上部に水がたまっていく。水がおもりの右側に入るとき，給水される量は，$20\times10\times15=3000\,(\mathrm{cm}^3)$　　毎秒 $100\,\mathrm{cm}^3$ ずつ給水されるので，$3000\div100=30\,(秒)$

そこから，おもりの上部に水がたまっていくので，給水される量は $20\times30\times10=6000\,(\mathrm{cm}^3)$　　よって，$6000\div100=60\,(秒)$　　以上から，正しいグラフは**イ**である。

図１

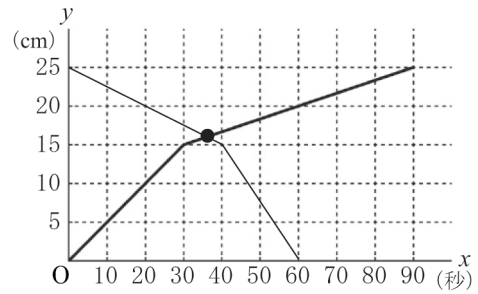


(2) おもりの上部の $6000\,\mathrm{cm}^3$ が排水される時間は $6000\div150=40\,(秒)$

次に，おもりの右側の $3000\,\mathrm{cm}^3$ が排水される時間は $3000\div150=20\,(秒)$

よって，グラフは，(0，25)，(40，15) を通ってから，(60，0) を通る。

図２



グラフより，(0，25)，(40，15) を通る直線と，(30，15)，(90，25) を通る直線の交点を求めればよい。

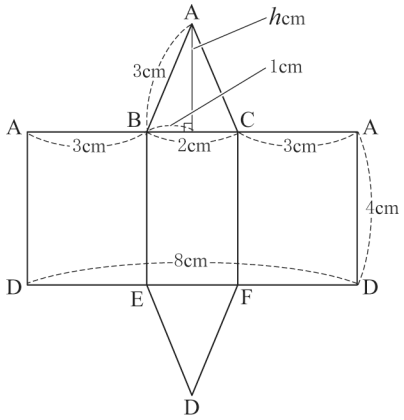
(0，25)，(40，15) を通る直線は，切片が 25 の直線 $y=ax+25$ に(40，15) を代入して求めると，$a=-\frac{1}{4}$ となり，直線の式は，$y=-\frac{1}{4}x+25$ となる。また，(30，15)，(90，25) を通る直線の式は，$y=bx+c$ に 2 点を代入して求めると，$y=\frac{1}{6}x+10$ となる。この 2 直線の式を連立方程式として解き，交点を求めると，$x=36$，$y=16$　　よって，(36，16)

6 【空間図形】

問１ ①直線 BC は直線 AB と交わっているので×。
②直線 CF は直線 AB と平行でなく，交わってもいないので○。
③直線 DE は直線 AB と平行なので×。

問２ (1) この三角柱の展開図は**図１**のようになる。

図１



側面積は $4\times8=32\,(\mathrm{cm}^2)$ となる。
△ABC の BC を底辺としたときの高さを h cm とすると，三平方の定理より，$1^2+h^2=3^2$　　$h>0$ なので，　$h=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$　　よって，底面積は，$\triangle ABC=\triangle DEF=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$
よって，求める表面積は，$32+2\sqrt{2}\times2=32+4\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

(2) 三角すい RPEF を三角すい PDEF から三角すい RDEF を除いた立体と考える。

図２

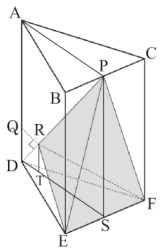
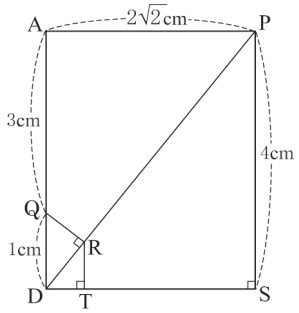


図３



点 P から辺 EF へ下ろした垂線と辺 EF との交点を S とし，点 R から線分 DS に下ろした垂線と線分 DS との交点を T とする。線分 PS は三角すい PDEF の高さ，線分 RT は三角すい RDEF の高さとなる。**図３**のように，長方形 ADSP に注目すると，△PDA において，三平方の定理より，
$4^2+(2\sqrt{2})^2=DP^2$　　DP＞0 なので，$DP=2\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$
また，△QDR∽△PDA なので，$DQ:DP=DR:DA$　　$1:2\sqrt{6}=DR:4$　　$DR=\frac{\sqrt{6}}{3}\,(\mathrm{cm})$ となる。
△DRT∽△DPS なので，$RT:PS=DR:DP=\frac{\sqrt{6}}{3}:2\sqrt{6}=1:6$　　よって，三角すい RDEF と三角すい PDEF の高さの比が 1 : 6 ということがわかる。この 2 つの三角すいの底面は△DEF で共通なので，体積の比は高さの比，つまり 1 : 6 となる。このことから，求めたい三角すい RPEF の体積は三角すい PDEF の体積の $\frac{5}{6}$ となることもわかる。よって，三角すい RPEF の体積は，
△DEF＝$2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ なので，$\frac{1}{3}\times2\sqrt{2}\times4\times\frac{5}{6}=\frac{20\sqrt{2}}{9}\,(\mathrm{cm}^3)$