Ｒ４　鹿児島県　公立　数学　問題

数-22-公-鹿児島-問-01

1　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)の問いに答えよ。

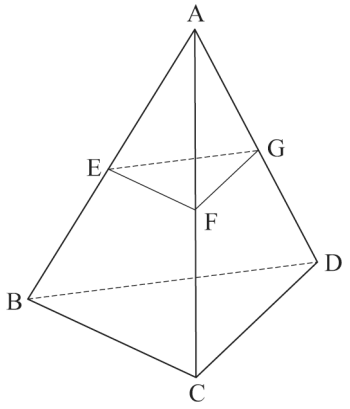
(1) $4\times8-5$ を計算せよ。

(2) $\frac{1}{2}+\frac{7}{9}\div\frac{7}{3}$ を計算せよ。

(3) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ を計算せよ。

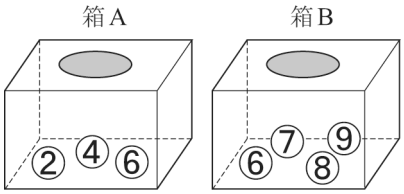
(4) 2 けたの自然数のうち，3 の倍数は全部で何個あるか。

(5) 右の図のように三角すい ABCD があり，辺 AB，AC，AD の中点をそれぞれ E，F，G とする。このとき，三角すい ABCD の体積は，三角すい AEFG の体積の何倍か。

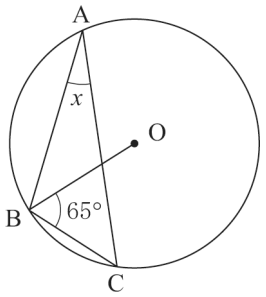


問２　等式 $3a-2b+5=0$ を b について解け。

問３　右の図のように，箱 A には，2，4，6 の数字が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が入っており，箱 B には，6，7，8，9 の数字が 1 つずつ書かれた 4 個の玉が入っている。箱 A，B からそれぞれ 1 個ずつ玉を取り出す。箱 A から取り出した玉に書かれた数を a，箱 B から取り出した玉に書かれた数を b とするとき，$\sqrt{ab}$が自然数になる確率を求めよ。ただし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。



問４　右の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上にある。$\angle x$ の大きさは何度か。



問５　**表**は，1964 年と 2021 年に開催された東京オリンピックに参加した選手数と，そのうちの女性の選手数の割合をそれぞれ示したものである。2021 年の女性の選手数は，1964 年の女性の選手数の約何倍か。最も適当なものを下の**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えよ。

表

	選手数	女性の選手数の割合
1964年	5151人	約13%
2021年	11092人	約49%

（国際オリンピック委員会のウェブサイトをもとに作成）

ア　約 2 倍　　**イ**　約 4 倍　　**ウ**　約 8 倍　　**エ**　約 12 倍

数-22-公-鹿児島-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　$a<0$ とする。関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を a を用いて表せ。

問２　次の四角形 ABCD で必ず平行四辺形になるものを，下の**ア**～**オ**の中から 2 つ選び，記号で答えよ。

ア　AD // BC，AB＝DC

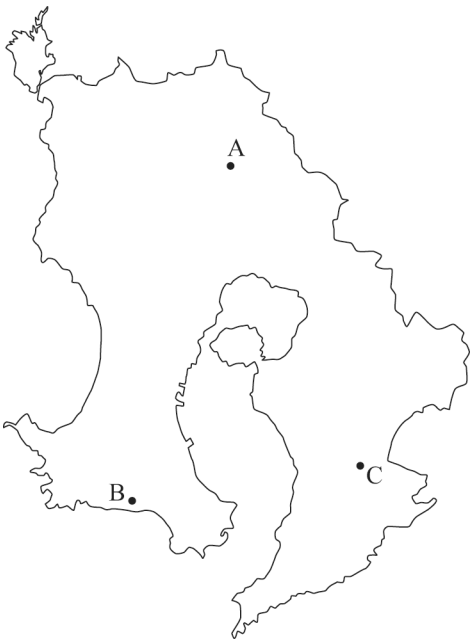
イ　AD // BC，AD＝BC

ウ　AD // BC，∠A＝∠B

エ　AD // BC，∠A＝∠C

オ　AD // BC，∠A＝∠D

問３　右の図のように，鹿児島県の一部を示した地図上に 3 点 A，B，C がある。3 点 A，B，C から等距離にある点 P と，点 C を点 P を回転の中心として 180° だけ回転移動（点対称移動）した点 Q を，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，2 点 P，Q の位置を示す文字 P，Q も書き入れ，作図に用いた線は残しておくこと。



問４　**表**は，A 市の中学生 1200 人の中から 100 人を無作為に抽出し，ある日のタブレット型端末を用いた学習時間についての調査結果を度数分布表に整理したものである。次の(1)，(2)の問いに答えよ。

表

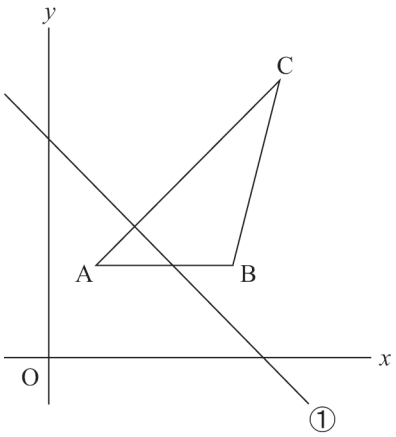
階級（分）	度数（人）
以上　未満 0 ～ 20	8
20 ～ 40	x
40 ～ 60	y
60 ～ 80	27
80 ～ 100	13
計	100

(1)　**表**から，A 市の中学生 1200 人における学習時間が 60 分以上の生徒の人数は約何人と推定できるか。

(2)　**表**から得られた平均値が 54 分であるとき，x，y の値を求めよ。ただし，方程式と計算過程も書くこと。

数-22-公-鹿児島-問-03

3 右の図は，直線 $y=-x+2a$ …①と△ABC を示したものであり，3 点 A，B，C の座標は，それぞれ (2，4)，(8，4)，(10，12) である。このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　△ABC の面積を求めよ。

問２　直線①が線分 AB と交わるとき，直線①と線分 AB，AC の交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えよ。ただし，点 A と点 B のどちらか一方が直線①上にある場合も，直線①と線分 AB が交わっているものとする。

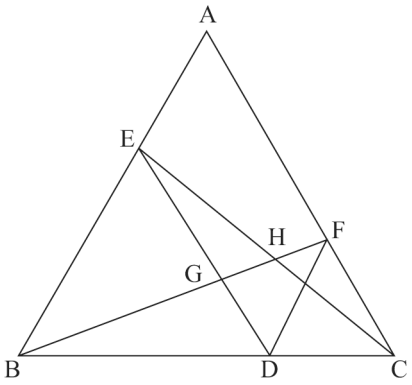
(1) 直線①が線分 AB と交わるときの a の値の範囲を求めよ。

(2) 点 Q の座標を a を用いて表せ。

(3) △APQ の面積が△ABC の面積の$\frac{1}{8}$であるとき，a の値を求めよ。ただし，求め方や計算過程も書くこと。

数-22-公-鹿児島-問-04

4 右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC 上に，DB＝12 cm，DC＝6 cm となる点 D がある。また，辺 AB 上に△EBD が正三角形となるように点 E をとり，辺 AC 上に△FDC が正三角形となるように点 F をとる。線分 BF と線分 ED，EC の交点をそれぞれ G，H とするとき，次の**問１**～**問５**に答えなさい。



問１　∠EDF の大きさは何度か。

問２　EG：GD を最も簡単な整数の比で表せ。

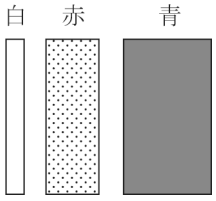
問３　△BDF≡△EDC であることを証明せよ。

問４　線分 BF の長さは何 cm か。

問５　△BDG の面積は，△EHG の面積の何倍か。

数-22-公-鹿児島-問-05

5　次の**【手順】**に従って，右のような白，赤，青の 3 種類の長方形の色紙を並べて長方形を作る。3 種類の色紙の縦の長さはすべて同じで，横の長さは，白の色紙が 1 cm，赤の色紙が 3 cm，青の色紙が 5 cm である。



【手順】

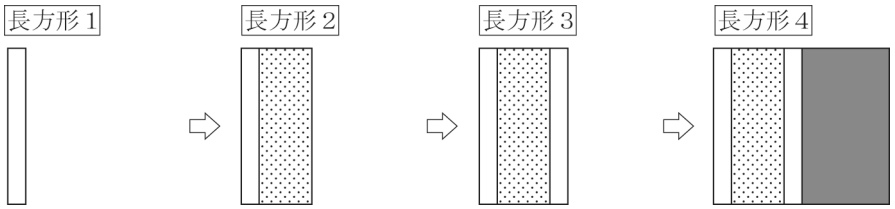
下の図のように，長方形を作る。

・白の色紙を置いたものを 長方形 1 とする。

・長方形 1 の右端に赤の色紙をすき間なく重ならないように並べたものを 長方形 2 とする。

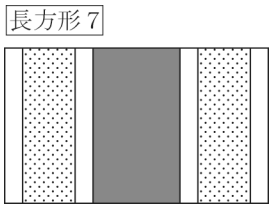
・長方形 2 の右端に白の色紙をすき間なく重ならないように並べたものを 長方形 3 とする。

・長方形 3 の右端に青の色紙をすき間なく重ならないように並べたものを 長方形 4 とする。



このように，左から白，赤，白，青の順にすき間なく重ならないように色紙を並べ，5 枚目からもこの**【手順】**をくり返して長方形を作っていく。

たとえば，長方形 7 は，白，赤，白，青，白，赤，白の順に 7 枚の色紙を並べた下の図の長方形で，横の長さは 15 cm である。



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　長方形 13 の右端の色紙は何色か。また，長方形 13 の横の長さは何 cm か。

問２　A さんと B さんは，次の**【課題】**について考えた。下の**【会話】**は，2 人が話し合っている場面の一部である。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

【課題】

長方形 $2n$ の横の長さは何 cm か。ただし，n は自然数とする。

【会話】

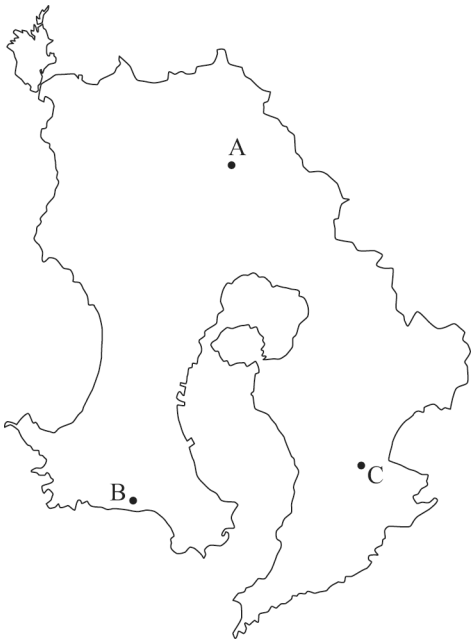
A：長方形 $2n$ は，3 種類の色紙をそれぞれ何枚ずつ使うのかな。
B：白の色紙は［ア］枚だね。赤と青の色紙の枚数は，n が偶数のときと奇数のときで違うね。
A：n が偶数のときはどうなるのかな。
B：n が偶数のとき，長方形 $2n$ の右端の色紙は青色だね。だから，長方形 $2n$ は，赤の色紙を［イ］枚，青の色紙を［ウ］枚だけ使うね。
A：そうか。つまり 長方形 $2n$ の横の長さは，［エ］cm となるね。
B：そうだね。それでは，n が奇数のときはどうなるのか考えてみよう。

(1)　**【会話】**の中の［ア］～［エ］にあてはまる数を n を用いて表せ。

(2)　**【会話】**の中の下線部について，n が奇数のとき，長方形 $2n$ の横の長さを n を用いて表せ。ただし，求め方や計算過程も書くこと。

Ｒ４　鹿児島県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-鹿児島-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)	個		
			(5)	倍		
		問２	$b=$			
		問３				
		問４		度		
		問５				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３			
		問４ (1)	約　　人		
		問４ (2)	〔方程式と計算過程〕 答　$x=$　　，$y=$		

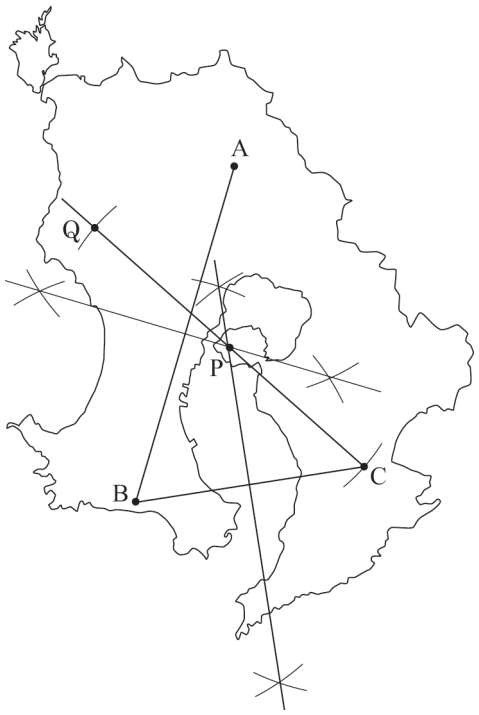
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-KY-03	3	問１				
		問２	(1)			
			(2)	Q(　　,　　)		
			(3)	〔求め方や計算過程〕 答　a＝＿＿＿＿＿＿		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-KY-04	4	問１	度		
		問２	EG：GD＝　　：		
		問３	〔証明〕		
		問４	cm		
		問５	倍		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数-22-公-鹿児島-KY-05</td><td rowspan="6">5</td><td>問１</td><td colspan="3">色,　　cm</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">問２</td><td rowspan="4">(1)</td><td>ア</td><td></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">〔求め方や計算過程〕

答　　cm</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-ｷ-01	1	問１	(1)	27	3	
			(2)	$\frac{5}{6}$	3	
			(3)	4	3	
			(4)	30　(個)	3	
			(5)	8　(倍)	3	
		問２		$(b=)\ \frac{3a+5}{2}$	3	
		問３		$\frac{1}{4}$	3	
		問４		25　(度)	3	
		問５		ウ	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-A-02	2	問１	$25a \leqq y \leqq 0$	3	
		問２	イ，エ	3	
		問３		4	
		問４ (1)	(約)　480　(人)	3	
		問４ (2)	〔方程式と計算過程〕 $\begin{cases} x+y=100-(8+27+13) & \cdots① \\ 10\times8+30\times x+50\times y+70\times27+90\times13=54\times100 & \cdots② \end{cases}$ ①から　$x+y=52$ …③ ②から　$3x+5y=226$ …④ ③×3　$3x+3y=156$ ④　$-)3x+5y=226$ $-2y=-70$ $y=35$ …⑤ ⑤を③に代入して $x+35=52$ $x=17$ (答)　$(x=)17$，$(y=)35$	4	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-K-03	3	問１		24	3	
		問２	(1)	$3 \leqq a \leqq 6$	3	
			(2)	$Q(a-1,\ a+1)$	3	
			(3)	〔求め方や計算過程〕 点 P の x 座標を a を用いて表す。 点 P の y 座標は 4 であるから①に代入して $4=-x+2a$ $x=2a-4$ △APQ の面積は $(2a-4-2)(a+1-4)\times\frac{1}{2}$ $=(a-3)^2$ よって，△APQ の面積が△ABC の面積の$\frac{1}{8}$であるとき $(a-3)^2=24\times\frac{1}{8}$ $a-3=\pm\sqrt{3}$ $a=3\pm\sqrt{3}$ $3 \leqq a \leqq 6$ であるから　$a=3+\sqrt{3}$ (答)　$(a=)3+\sqrt{3}$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-鹿児島-K-04	4	問１	60 (度)	3	
		問２	(EG : GD＝)2 : 1	3	
		問３	〔証明〕 △BDF と△EDC において △EBD と△FDC は正三角形だから BD＝ED　…① DF＝DC　…② ∠BDE＝60°，∠FDC＝60° であるから ∠BDF＝120°，∠EDC＝120° したがって，∠BDF＝∠EDC　…③ ①，②，③より， 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから， △BDF≡△EDC	4	
		問４	$6\sqrt{7}$ (cm)	3	
		問５	$\frac{7}{4}$ (倍)	4	
数-22-公-鹿児島-K-05	5	問１	白 (色)，31 (cm)	4	
		問２ (1)	ア：n イ：$\frac{n}{2}$ ウ：$\frac{n}{2}$ エ：$5n$	8	
		問２ (2)	〔求め方や計算過程〕 長方形 $2n$ の右端の色紙は赤色であるから， 赤色の色紙は青色の色紙よりも 1 枚多い。 白の色紙を n 枚，赤の色紙を$\frac{n+1}{2}$枚， 青の色紙を$\left(\frac{n+1}{2}-1\right)$枚使うから， 長方形 $2n$ の横の長さは， $n\times1+\frac{n+1}{2}\times3+\left(\frac{n+1}{2}-1\right)\times5=5n-1$ (答)　$5n-1$　(cm)	4	

数-22-公-鹿児島-KS-01

1　【小問集合】

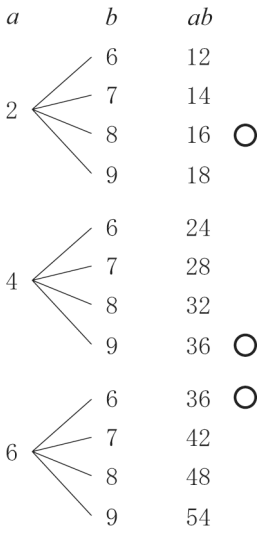
問１　(4) 3×4＝12，3×5＝15，……，3×33＝99 と数えると，33－4＋1＝30(個)

ポイント≫$a<b$ である 2 つの整数 a，b において，a から b までの整数の個数は，$b-a+1$(個)

(5) 三角すい ABCD と三角すい AEFG は相似な立体であり，その相似比は，2：1 だから，体積比は，$2^3:1^3=8:1$ である。よって，三角すい ABCD の体積は，三角すい AEFG の体積の 8 倍である。

問３　玉の取り出し方は**図１**の樹形図のとおり。この中で，$\sqrt{ab}$が自然数になるのは，ab が平方数(整数を 2 乗してできる数)となる○印の場合なので，求める確率は，$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

図１



ポイント≫確率のポイント

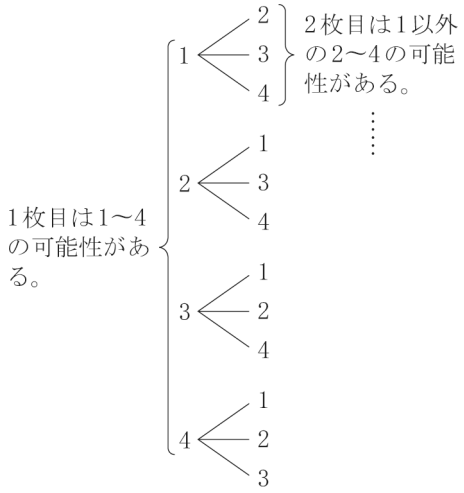
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

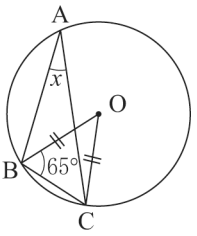
④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問４　**図２**のように，O と C を結ぶ。円 O の半径だから，OB＝OC なので，
△OBC は二等辺三角形である。よって，底角は等しいので，
∠OCB＝∠OBC＝65°
△OBC の内角の和の性質より，∠BOC＝180°－65°×2＝50°
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角と中心角の関係より，$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

図２



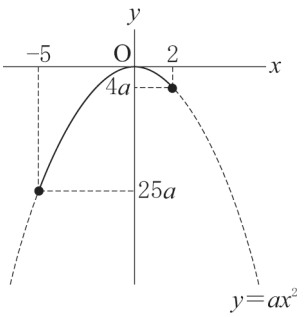
問５　1964 年の女性の選手数はおよそ，$5151\times\frac{13}{100}\fallingdotseq 5000\times\frac{13}{100}=650$(人)
2021 年の女性の選手数はおよそ，$11092\times\frac{49}{100}\fallingdotseq 11000\times\frac{49}{100}=5390$(人)
よって，2021 年の女性の選手数は，1964 年の女性の選手数の，$5390\div 650\fallingdotseq 8$(倍)

数-22-公-鹿児島-KS-02

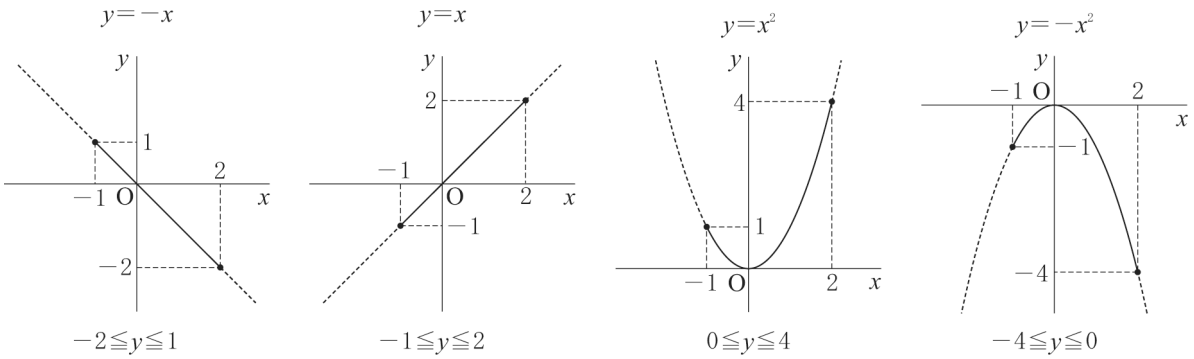
2　【小問集合】

問１　$a<0$ より，関数 $y=ax^2$ のグラフは，下に開いた形をした放物線である。よって，**図１**のように，x の変域が $-5\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域は，$25a\leqq y\leqq 0$ である。

図１



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！

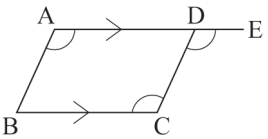


特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　**イ**　1 組の対辺が平行で，その長さが等しいので，四角形 ABCD は必ず平行四辺形になる。

エ　**図２**のように，辺 AD を D の方向に延長し，半直線 AE とする。
AD // BC より，錯角は等しいから，∠C＝∠EDC
∠A＝∠C より，∠A＝∠EDC だから，同位角が等しいので，AB // DC
よって，2 組の対辺がそれぞれ平行だから，四角形 ABCD は必ず平行四辺形になる。

図２



なお，**ア**，**ウ**，**オ**はすべて台形になる可能性がある。

問３　解答のヒント

「3 点 A，B，C から等しい距離にある」という条件から，線分 AB，BC それぞれの垂直二等分線の交点が P であることがわかる。

問４　(1) 学習時間が 60 分以上の生徒は，100 人中 40 人なので，その割合は$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$である。よって，
A 市の中学生 1200 人における学習時間が 60 分以上の生徒はおよそ，$1200\times\frac{2}{5}=480$(人)

(2) 度数の合計から，$x+y=100-(8+27+13)$を，平均値が 54 分であることから，
$10\times8+30\times x+50\times y+70\times27+90\times13=54\times100$ を立式する。

ポイント》度数分布表から平均値を求めるには
度数分布表からは，個々のデータの値がわからないため，その代わりに階級値を用いる。
たとえば，「5m 以上 10m 未満の階級の度数が 5」である場合，その 5 つのデータの値が，5m と 10m の平均値，すなわち，階級値の 7.5m であるとみなして，平均値を計算する。

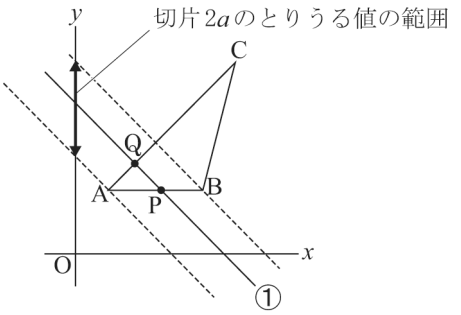
数-22-公-鹿児島-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問１ △ABC の底辺 AB の長さは 2 点 A，B の x 座標の差だから，$8-2=6$，高さは 2 点 B，C の y 座標の差だから，$12-4=8$
よって，$\triangle ABC=6\times8\times\dfrac{1}{2}=24$

問２ (1) 直線①の式が $y=-x+2a$ であることから，直線①は傾きを一定とし，切片が a の値によって変化する。
図１のように，切片 $2a$ が最小になるのは，直線①が点 A を通るときで，切片 $2a$ が最大になるのは，直線①が点 B を通るときである。
よって，点 A(2，4)を通るとき，$4=-2+2a$ ⇒ $a=3$
点 B(8，4)を通るとき，$4=-8+2a$ ⇒ $a=6$
したがって，a のとりうる値の範囲は，$3\leqq a\leqq6$

図１



(2) 直線 AC の式を，$y=mx+n$ とおく。2 点 A(2，4)，C(10，12)を通ることから，それぞれを式に代入することで，$4=2m+n$，$12=10m+n$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くことで，$m=1$，$n=2$ よって，直線 AC の式は，$y=x+2$
点 Q は，直線①と直線 AC の交点だから，連立方程式 $\begin{cases}y=-x+2a\\y=x+2\end{cases}$ を解くことで，点 Q の座標を求めることができる。2 式の辺々を加えると，$2y=2a+2$ ⇒ $y=a+1$ これを，第 2 式に代入して，$a+1=x+2$ ⇒ $x=a-1$ 以上のことから，点 Q の座標は，Q$(a-1，a+1)$

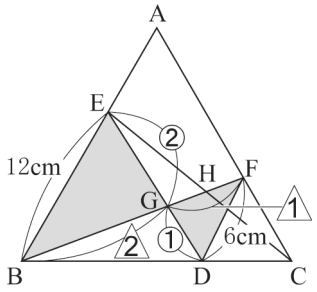
数-22-公-鹿児島-KS-04

4 【平面図形】

問１ ∠EDF＝180°－∠BDE－∠CDF＝180°－60°－60°＝60°

問２ ∠EBD＝∠FDC＝60°より，同位角が等しいから，EB // FD
よって，**図１**のように，平行線と線分の比より，
EG：GD＝EB：FD＝12：6＝2：1

図１



問４　**図２**のように，B から辺 AC に垂線 BM をおろすと，△ABC が正三角形であることから，△BCM は CM：BC：BM＝1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形である。

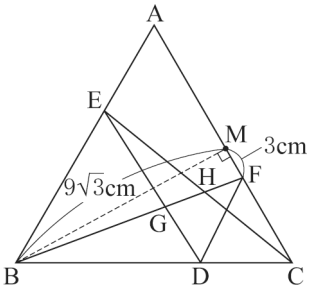
よって，CM＝$\frac{1}{2}$BC＝9cm，BM＝$\sqrt{3}$CM＝$9\sqrt{3}$cm，

FM＝CM－CF＝9－6＝3(cm)

直角三角形 BFM において，三平方の定理より，

BF＝$\sqrt{BM^2+FM^2}=\sqrt{(9\sqrt{3})^2+3^2}=6\sqrt{7}$(cm)

図２



問５　**問２**より，EG：GD＝2：1 だから，△BDG＝$\frac{1}{2}$△BEG

また，EG＝$\frac{2}{3}$ED＝$\frac{2}{3}\times12=8$(cm)

図１のように，EB // FD より，平行線と線分の比から，

BG：GF＝2：1

図３のように，EG // FC より，

GH：HF＝EG：FC＝8：6＝4：3

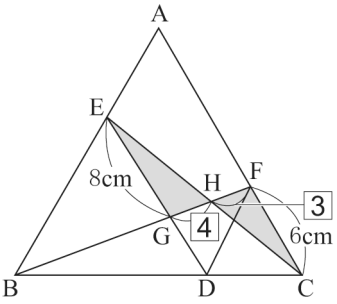
BG：GF＝2：1＝14：7，GH：HF＝4：3 より，

BG：GH＝14：4＝7：2 だから，△EHG＝$\frac{2}{7}$△BEG

△BDG：△EHG＝$\frac{1}{2}$△BEG：$\frac{2}{7}$△BEG＝7：4

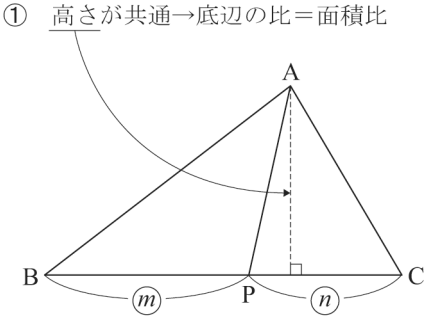
よって，△BDG の面積は，△EHG の面積の$\frac{7}{4}$倍である。

図３



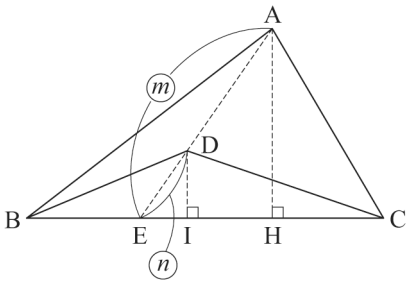
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

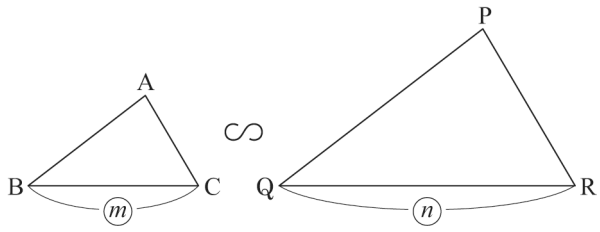
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-22-公-鹿児島-KS-05

5　【規則性】

問１　色紙は，{白，赤，白，青}の４枚を１つの周期として繰り返し並べられる。
13＝4×3＋1 より，長方形 13 は，{白，赤，白，青}の周期が 3 回と，白が 1 枚並んでいるため，右端の色紙は白，横の長さは，(1＋3＋1＋5)×3＋1＝31(cm)

問２　(1) 白の色紙は，2 回に 1 回ずつ並ぶため，色紙を $2n$ 枚並べると，白の色紙は，$2n \div 2 = n$(枚)並ぶ。n が偶数のとき，$n = 2k$ (k は自然数)と表せる。このとき，$2n = 2 \times 2k = 4k$ より，$2n$ は 4 の倍数であるから，{白，赤，白，青}の周期が k 回繰り返し並べられることがわかる。よって，赤の色紙も青の色紙も k 枚，すなわち，$k = \frac{n}{2}$(枚)だけ使う。また，そのときの横の長さは，$(1+3+1+5) \times k = 10 \times \frac{n}{2} = 5n$(cm)である。