Ｒ４　高知県（Ａ）　公立　数学　問題

数-22-公-高知(A)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の(1)～(4)を計算しなさい。

(1)　$3+(-6)-(-8)$

(2)　$\dfrac{5x-y}{3}-\dfrac{x-y}{2}$

(3)　$8a^2b\div(-2a^3b^2)\times(-3a)$

(4)　$\dfrac{12}{\sqrt{6}}+3\sqrt{3}\times(-\sqrt{2})$

問２　ある高校で，スキー研修に参加する生徒に対して，スキーの経験があるかどうかを調べたところ，男子 a 人のうちの $\dfrac{2}{5}$，女子 b 人のうちの $\dfrac{1}{4}$ がスキーの経験があると答え，スキーの経験がある生徒の合計は 35 人であった。このとき，b を a の式で表しなさい。

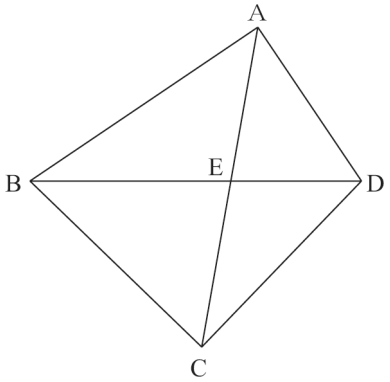
問３　次の関数のうち，$x>0$ の範囲において，x の値が増加すると y の値が減少する関数はどれか。次の**ア**～**エ**から**すべて**選び，その記号を書きなさい。

ア　$y=-3x$　　**イ**　$y=-\dfrac{3}{x}$　　**ウ**　$y=x-3$　　**エ**　$y=-3x^2$

問４　2 次方程式 $x^2+2x-14=0$ の解を求めなさい。ただし，「$(x+▲)^2=●$」の形に変形して平方根の考え方を使って解き，解を求める過程がわかるように，途中の式も書くこと。

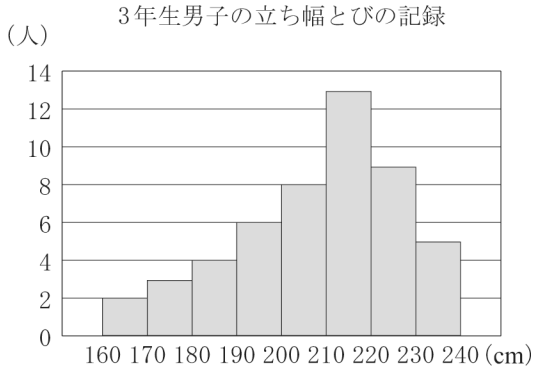
問５　関数 $y=3x^2$ について，x の変域が $a\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 12$ である。このときの a の値を求めなさい。

問６　下の図のように，四角形 ABCD があり，対角線 AC と対角線 BD の交点を E とする。
∠ABE＝34°，∠BAD＝90°，∠BCE＝56°，∠BEC＝80° であるとき，∠CDE の大きさは何度か。

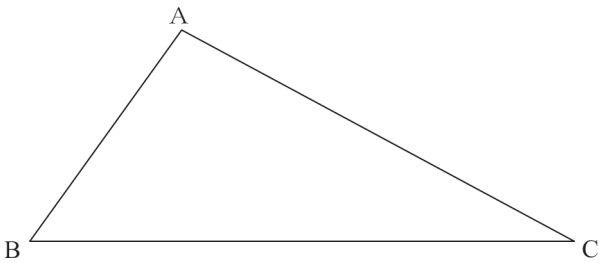


問７　右のグラフは，ある中学校の 3 年生男子 50 人について，立ち幅とびの記録をヒストグラムで表したものである。このヒストグラムでは，例えば，立ち幅とびの記録が 170 cm 以上 180 cm 未満の男子生徒が 3 人いることがわかる。

　このヒストグラムにおいて，3 年生男子 50 人をもとにした，立ち幅とびの記録が 200 cm 以上 230 cm 未満の生徒の人数の割合は何%か。



問８　下の図のような，三角形 ABC がある。2 辺 AB，AC から等しい距離にあり，2 点 A，B から等しい距離にある点 P を，定規とコンパスを使い，作図によって求めなさい。ただし，定規は直線をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。



2 れいさんは，下の表をもとにした数学の問題に取り組んだ。この表は，1行目1列目に1を置き，右の列に移るごとに数が2増え，下の行に移るごとに数が3増えるように並べたものである。このことについて，次の**問1**～**問3**に答えなさい。

問1 れいさんは，右の表の中の  で示された4つの数に注目した。右の表では， で示された4つの数で，右上の数と左下の数の積から，左上の数と右下の数の積を引くと6となる。れいさんは， がどの位置にあっても，このことが言えることを，文字式を使って説明することにした。次の【れいさんのノート】は，れいさんが正しく説明したノートの一部であり，［ **あ** ］には，説明の続きが入る。［ **あ** ］に入る内容を，言葉と式を使って書き，説明を完成させなさい。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	…
1行目	1	3	5	7	9	…
2行目	4	6	8	10	12	…
3行目	7	9	11	13	15	…
4行目	10	12	14	16	18	…
5行目	13	15	17	19	21	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

【れいさんのノート】

〔説明〕

表の中の  で示される，左上の数，右上の数，左下の数，右下の数の4つの数のうち，左上の数を x とおくと，

［ **あ** ］

問2 れいさんは，次に表の中の数を文字式を使って表してみようと考えた。次の【れいさんのノート】は，れいさんが表の中の数を文字式で表すための考えを正しく書いたノートの一部である。このとき，れいさんのノートの［ **い** ］に当てはまる文字式を，最も簡単な形で書きなさい。

【れいさんのノート】

〔表の中の数を文字式で表すための考え〕

表の中の5行目4列目の数である「19」について考えると，

$1+3+3+3+3+2+2+2=1+3\times4+2\times3=19$

となる。

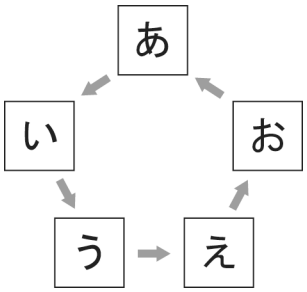
この考え方を使って m 行目 n 列目の数を，m，n を用いた文字式で表すと，［ **い** ］となる。ただし，m，n は自然数とする。

問３　表の中の 5 列目に注目し，縦に連続して並んだ 4 つの数の和を考えると，例えば，2 行目から 5 行目までの数の和は，12＋15＋18＋21＝66 である。

5 列目の縦に連続して並んだ 4 つの数の和が 222 になるとき，この 4 つの数の中で最も大きい数は，5 列目の何行目にあるか。

数-22-公-高知(A)-問-03

3　次の図のように，あ，い，う，え，お の 5 つのマスがあり，こまを あ のマスに置く。1 個のさいころを 2 回投げて，下の【ルール】にしたがって，こまを矢印の向きに移動させる。このとき，下の**問１・問２**に答えなさい。ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



【ルール】

① 1 回目に出たさいころの目の数だけ，こまを移動させる。

② 2 回目に出たさいころの目の数の 3 倍の数だけ，こまを移動させる。ただし，2 回目に移動させるときは，1 回目に移動させたマスから移動させるものとする。

〔例〕 1 回目に出た目の数が 3，2 回目に出た目の数が 2 のとき，こまは次のように動き，お のマスに移動する。

・1 回目に出た目の数が 3 より，こまは あ → い → う → え と移動する。

・2 回目に出た目の数が 2 より，2 の 3 倍の 6 だけ移動するため，
こまは，え → お → あ → い → う → え → お と移動する。

問１　【ルール】にしたがって，さいころを 2 回投げてこまを移動させたとき，こまが あ のマスにある確率を求めなさい。

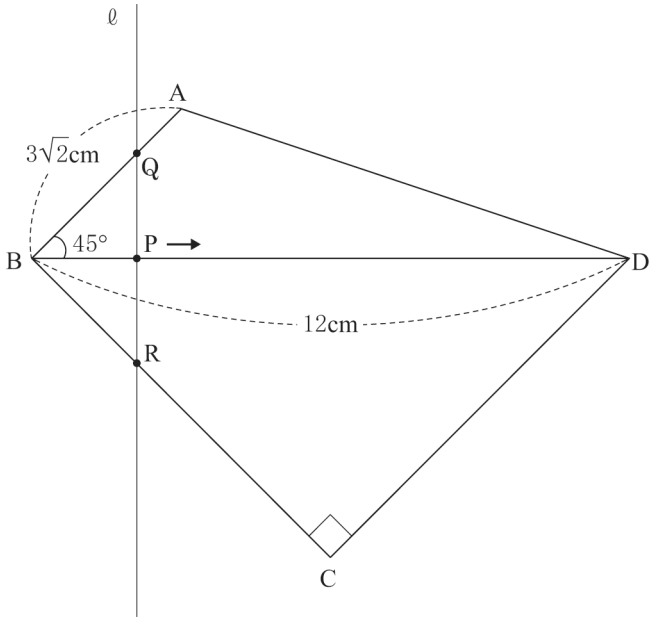
問２　【ルール】にしたがって，1 回目にさいころを投げてこまを移動させたときと，1 回目に続けて 2 回目にさいころを投げてこまを移動させたときとで，こまが異なるマスにある確率を求めなさい。

4 下の図のように，四角形 ABCD があり，AB＝$3\sqrt{2}$ cm，BD＝12 cm，BC＝CD，∠ABD＝45°，∠BCD＝90°である。点 P は，点 B から対角線 BD 上を毎秒 1 cm の速さで動き，点 D で止まる。また，点 P を通り対角線 BD と垂直な直線ℓが，辺 AB または辺 AD と交わる点を Q，辺 BC または辺 CD と交わる点を R として，点 P が点 B から動き始めて x 秒後の線分 QR の長さを y cm とする。ただし，$0 \leqq x \leqq 12$ とし，$x=0$，$x=12$ のときは，$y=0$ とする。このとき，次の**問１～問３**に答えなさい。

問１　$x=3$ のときの y の値を求めなさい。

問２　$3 \leqq x \leqq 6$ のとき，y を x の式で表しなさい。

問３　$y=4$ となる x の値を**すべて**求めなさい。



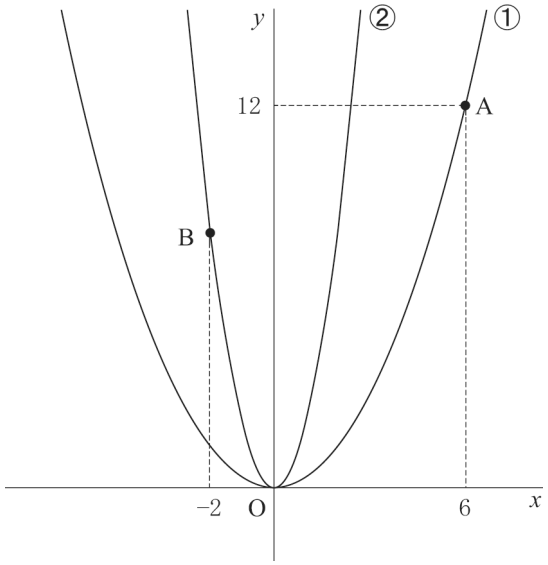
数-22-公-高知(A)-問-05

5 下の図において，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$，②は関数 $y=2x^2$ のグラフである。点 A は①のグラフ上に，点 B は②のグラフ上にあり，点 A の座標は (6，12)，点 B の x 座標は -2 である。このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　a の値を求めなさい。

問２　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問３　直線 AB と y 軸との交点を C とする。このとき，点 C を通り，三角形 OAB の面積を 2 等分する直線の傾きを求めなさい。

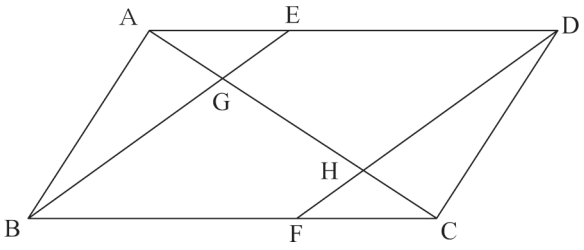


数-22-公-高知(A)-問-06

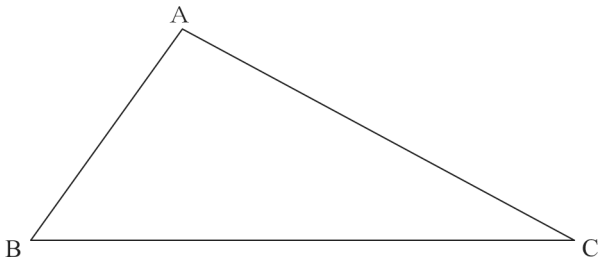
6 下の図のような，平行四辺形 ABCD がある。辺 AD 上に，AE : ED＝1 : 2 となる点 E をとり，辺 BC 上に BE // FD となる点 F をとる。線分 AC と線分 BE の交点を G，線分 AC と線分 FD の交点を H とする。このとき，次の**問１・問２**に答えなさい。

問１　△ABG≡△CDH を証明しなさい。

問２　線分 FD と線分 CE の交点を I としたとき，平行四辺形 ABCD の面積は，三角形 IHC の面積の何倍か。



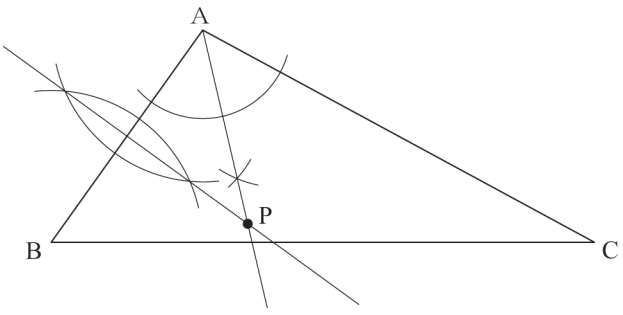
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-高知（A）-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$b=$			
		問３				
		問４				
		問５	$a=$			
		問６	度			
		問７	％			
		問８				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-高知(A)-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３	行目		
数-22-公-高知(A)-KY-03	3	問１			
		問２			
数-22-公-高知(A)-KY-04	4	問１	$y=$		
		問２			
		問３	$x=$		
数-22-公-高知(A)-KY-05	5	問１	$a=$		
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-高知(A)-KY-06	6	問１	〔証明〕 △ABG と△CDH において したがって　△ABG≡△CDH		
		問２	倍		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-高知（A）-求-01	1	問１	(1)	5	2	
			(2)	$\frac{7x+y}{6}$	2	
			(3)	$\frac{12}{b}$	2	
			(4)	$-\sqrt{6}$	2	
		問２	$b=-\frac{8}{5}a+140$		2	
		問３	ア，エ		2	
		問４	(例) $x^2+2x-14=0$ $x^2+2x=14$ $x^2+2x+1=14+1$ $(x+1)^2=15$ $x+1=\pm\sqrt{15}$ $x=-1\pm\sqrt{15}$		2	
		問５	$a=-2$		2	
		問６	46　度		2	
		問７	60　％		2	
		問８	(例)  		2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-高知（A）-K-02	2	問１	(例) 右上の数は $x+2$，左下の数は $x+3$，右下の数は $x+5$ と表されるので $(x+2)(x+3)-x(x+5)$ $=x^2+5x+6-(x^2+5x)$ $=6$ したがって，右上の数と左下の数の積から，左上の数と右下の数の積を引くと 6 となる。	2	
		問２	$3m+2n-4$	2	
		問３	18　行目	2	
数-22-公-高知（A）-K-03	3	問１	$\frac{7}{36}$	2	
		問２	$\frac{5}{6}$	2	
数-22-公-高知（A）-K-04	4	問１	$y=6$	2	
		問２	$y=\frac{2}{3}x+4$	2	
		問３	$x=2,\ 9$	2	
数-22-公-高知（A）-K-05	5	問１	$a=\frac{1}{3}$	2	
		問２	$y=\frac{1}{2}x+9$	2	
		問３	$-\frac{5}{2}$	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-高知(A)-木-06	6	問１	〔証明〕 (例) △ABG と△CDH において 平行四辺形 ABCD の 2 組の対辺はそれぞれ等しいから AB＝CD ……① AB // DC より，錯角が等しいから ∠BAG＝∠DCH ……② AD // BC より，錯角が等しいから ∠AEB＝∠CBE ……③ BE // FD より，同位角が等しいから ∠CBE＝∠CFD ……④ ③，④より ∠AEB＝∠CFD ……⑤ 平行四辺形 ABCD の 2 組の対角はそれぞれ等しいから ∠BAD＝∠DCB ……⑥ また ∠ABG＝180°－∠AEB－∠BAD ∠CDH＝180°－∠CFD－∠DCB ⑤，⑥より ∠ABG＝∠CDH ……⑦ ①，②，⑦より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい。 したがって　△ABG≡△CDH	4	
		問２	72　倍	2	

Ｒ４　高知県（Ａ）　公立　数学　解説

数-22-公-高知(A)-KS-01

1　【小問集合】

問１　(2) (与式)$=\dfrac{10x-2y}{6}-\dfrac{3x-3y}{6}=\dfrac{10x-2y-3x+3y}{6}=\dfrac{7x+y}{6}$

(4) (与式)$=2\sqrt{6}-3\sqrt{6}=-\sqrt{6}$

問２　スキーの経験がある人数が 35 人であることから，$\dfrac{2}{5}a+\dfrac{1}{4}b=35$　これを b について解く。

問３　それぞれ，$x>0$ の範囲におけるグラフを簡単にかくなどして，答えを考える。

問５　y の最小値が 0 であることから，a は 0 以下の数であることが分かる。さらに，$x=1$ のときに最大値である $y=12$ とはならないことから，$x=a$ のとき $y=12$ である。
$(x,\ y)=(a,\ 12)$を $y=3x^2$ に代入して，$12=3a^2$　$a=\pm 2$　a は 0 以下の数なので，$a=-2$

問６　△ABD の内角の和に注目すると，∠ADB$=180°-(34°+90°)=56°$　よって，∠ADB＝∠ACB が成り立つので，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は同一円周上にある。さらに，△ABE において外角と内角の関係より，∠BAE$=80°-34°=46°$　同じ弧に対する円周角は等しいから，
∠CDE＝∠BAE$=46°$

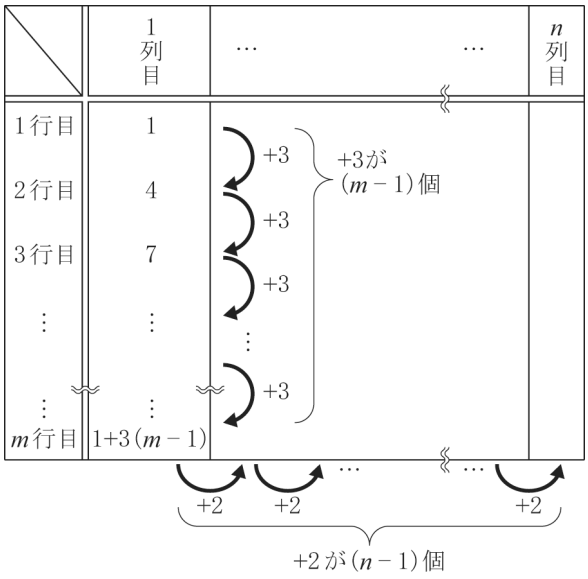
問７　200cm 以上 230cm 未満の人数は，ヒストグラムから，8＋13＋9＝30(人)　とわかるので，全生徒に対する割合は，$(30\div 50)\times 100=60(\%)$

問８　「2 辺 AB，AC から等しい距離」にある点は，∠BAC の二等分線上の点である。また，「2 点 A，B から等しい距離」にある点は，線分 AB の垂直二等分線上の点である。この 2 つの直線を作図し，その交点が，両方の条件を満たす点 P である。

数-22-公-高知(A)-KS-02

2　【式の利用】

問２　まずは，m 行目 1 列目の数を考える。1 列目の数に注目すると，下の行に移るごとに 3 ずつ増えるので，m 行目 1 列目の数は，最初の数である 1 に 3 を$(m-1)$個分だけ加えればよい。次に，m 行目 1 列目から，m 行目 n 列目までの増加量を考えると，右の列に移るごとに 2 ずつ増えるので，2 を$(n-1)$個分だけ加えればよい。よって，m 行目 n 列目の数は，
$1+3(m-1)+2(n-1)=3m+2n-4$



問３　m 行目 5 列目の数は，**問２**の答えに $n=5$ を代入した数なので，$3m+6$　この数を 4 つの中で最も大きい数とすると，1 つ上に移ると数が 3 小さくなることを考慮して，$3m+6$ 以外の 3 つの数は，
$3m+3$，$3m$，$3m-3$ と表すことができる。この 4 つの数の和が 222 となればよいので，
$(3m+6)+(3m+3)+(3m)+(3m-3)=222$　から，$m=18$　よって，5 列目の 18 行目。

ポイント≫規則性の問題を突破するには
まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

数-22-公-高知(A)-KS-03

3 【確率】

問１　2 回さいころを投げて，あ のマスにこまがあるためには，移動した数の合計が 5 回，10 回，15 回，20 回と 5 の倍数であればよい。具体的に考えていくと，1 回目に 1 の目が出るとき，5 の倍数になるには，2 回目のさいころで＋4，＋9，＋14，＋19 のいずれかとなればよく，条件を満たすのは，3 が出て＋9 移動するとき。よって，1 回目に 1，2 回目に 3 の目が出たときは条件を満たす。同様に，1 回目に 2 の目が出るとき，3 の目が出るとき，…と順に考えると，条件を満たすさいころの目の出方は，(1 回目，2 回目)＝(1，3)，(2，1)，(2，6)，(3，4)，(4，2)，(5，5)，(6，3)の 7 通りなので，

求める確率は，$\frac{7}{36}$

問２　2 回目にさいころを投げて 1 回目に止まるマスと違うマスに止まるためには，2 回目に移動した数が 5 の倍数でなければよい。よって，2 回目にさいころを投げて 5 の目を出さなければよいので，

求める確率は，$\frac{5}{6}$

数-22-公-高知(A)-KS-04

4 【関数の利用】

問１　点 A から対角線 BD に垂線 AA′をおろす。△AA′B は直角二等辺三角形であり，

AA′＝BA′＝$3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$＝3(cm)となる。よって，$x$＝3 のとき，AA′と ℓ は重なっていて，QP＝AA′＝3cm である。また，点 R は線分 BC 上にあり，△RPB は△AA′B と合同な直角二等辺三角形だから，PR＝3cm である。よって，線分 QR の長さは，y＝QP＋PR＝3＋3＝6(cm)

問２　点 C から対角線 BD に垂線 CC′をおろすと，△BCC′は直角二等辺三角形であり，

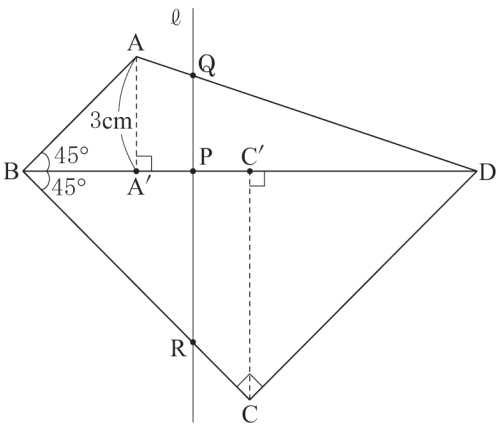
BC′＝$\frac{1}{2}$BD＝6(cm)となり，3≦x≦6 のとき，点 P は線分 A′C′上にあることが分かる(**図１**)。PR の長さについて，**問１**と同様に，△RPB は直角二等辺三角形であり，PR＝BP＝x cm である。

次に，QP について，△AA′D∽△QPD だから，対応する辺の比は等しく，AA′：A′D＝QP：PD

A′D＝BD－BA′＝12－3＝9(cm)，PD＝BD－BP＝(12－x)cm なので，比例式は，

3：9＝QP：(12－x)　となり，QP＝$4-\frac{1}{3}x$ (cm)　よって，y＝QP＋PR＝$4-\frac{1}{3}x+x=\frac{2}{3}x+4$

図１



問３　(ⅰ) 点 P が線分 BA′上にあるとき，つまり 0≦x≦3 のとき

問１より，△RPB も△AA′B も合同な直角二等辺三角形であり，y＝QP＋PR＝2BP＝2x　これが 4 となればよいので，2x＝4，x＝2　これは 0≦x≦3 を満たすので問題に合う。

(ⅱ) 点 P が線分 A′C′上にあるとき，つまり 3≦x≦6 のとき

問２より，y＝QR＝$4+\frac{2}{3}x$ であり，これは 3≦x≦6 において明らかに 4 より大きい値を取るので，解なし。

(iii) 点 P が線分 C′D 上にあるとき，つまり $6 \leqq x \leqq 12$ のとき(**図２**)

まずは線分 QR の長さを，x を用いて表す。PR の長さについて，△PRD は直角二等辺三角形で，

PD＝BD－BP＝$12-x$ (cm)　であり，PD＝PR なので，PR＝$12-x$ (cm)

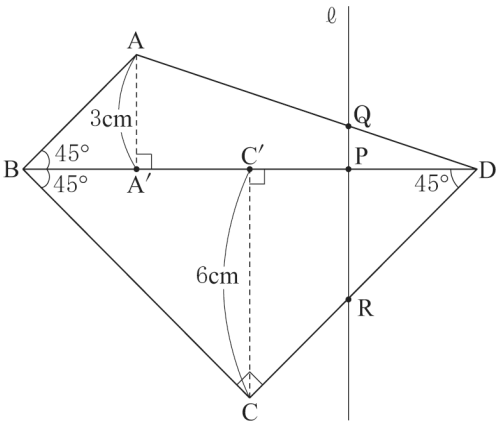
次に QP の長さを求める。これは，**問２**と同様に QP＝$4-\frac{1}{3}x$ (cm)となる。

よって，y＝QP＋PR＝$4-\frac{1}{3}x+12-x=16-\frac{4}{3}x$

この値が 4 となる x の値を求めたいので，$4=16-\frac{4}{3}x$　これを解くと，$x=9$　となり，$6 \leqq x \leqq 12$ を満たすので問題に合う。

(i)～(iii)から，$y=4$ となる x の値は 2，9

図２



数-22-公-高知(A)-KS-05

5　【関数のグラフと図形】

問１　$y=ax^2$ に$(x,\ y)=(6,\ 12)$を代入して，$12=36a$　よって，$a=\frac{1}{3}$

問２　点 B は関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点なので，これに $x=-2$ を代入すると $y=8$

よって，A$(6,\ 12)$，B$(-2,\ 8)$の 2 点を通る直線の式を求めればよい。

直線 AB の式を $y=mx+n$ とおくと，2 点 A，B の座標をそれぞれ代入することで，

$12=6m+n$，$8=-2m+n$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くことで，

$m=\frac{1}{2}$，$n=9$　すなわち，直線 AB の式は，$y=\frac{1}{2}x+9$ である。

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　C(0，9)を通り△OABの面積を２等分する直線をℓ，ℓとAOの交点をPとする(**図１**)。

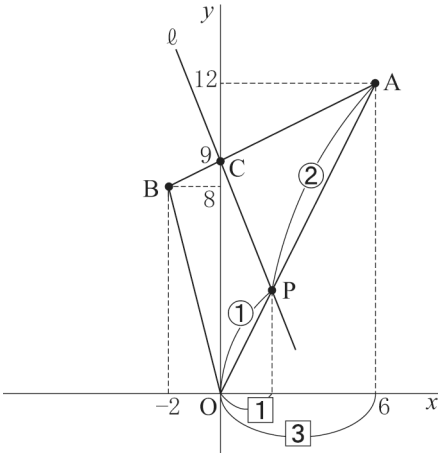
△OBC$=\frac{1}{2}\times$OC$\times 2=9$　△OAC$=\frac{1}{2}\times$OC$\times 6=27$

△OAB＝△OBC＋△OAC＝36　である。ここで，ℓが△OABを２等分するには，△OACの面積を△COP：△CPA＝9：18＝1：2に分割すればよいので，点Pは，OP：PA＝1：2となる点だと分かる。

この線分比から，点Pのx座標は，点Aのx座標の$\frac{1}{3}$であり，またy座標も同じく$\frac{1}{3}$である。つまり，Pの座標は(2，4)とわかる。よって，２点C(0，9)と(2，4)を通る直線の傾きは，

傾き(変化の割合)$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{4-9}{2-0}=-\frac{5}{2}$

図１



（補足）点Pのx座標を求める方法について

上の解説では，線分比を利用したが，△OCPの面積を利用して点Pのx座標を求めることもできる。

（解法例）△COP＝9となるとき，COを底辺と見て，そのときの高さをhとすると，$9=\frac{1}{2}\times$CO$\times h$から$h=2$　これが点Pのx座標である。また，直線AO：$y=2x$（原点とA(6，12)の２点を通ることから関数の式が決まる）上に点Pはあるので，$x=2$を代入して$y=4$を得る。よって，Pの座標は(2，4)と求まる。

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，xの値が増加したときに，yの値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[公式] 変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例$y=ax$，一次関数$y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数aの値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例$y=\frac{a}{x}$，関数$y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，[公式]を利用して計算する必要がある。

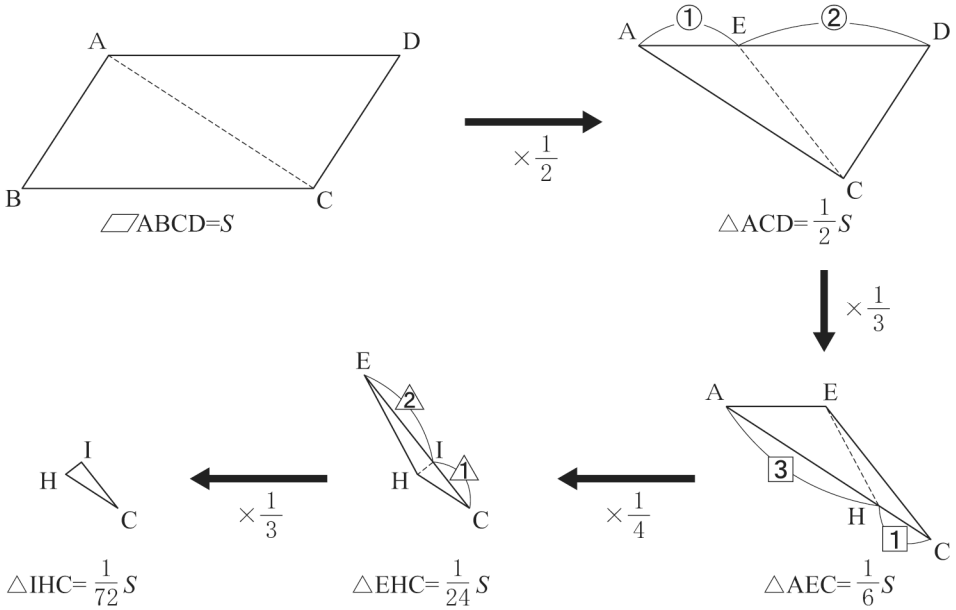
※関数$y=ax^2$において，xの値がpからqまで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

6 【平面図形】

問2 平行四辺形 ABCD の面積を S とする。△ACD は平行四辺形の面積の半分なので，

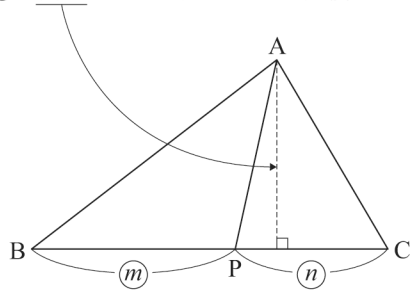
$\triangle ACD=\frac{1}{2}S$ さらに，AE：ED＝1：2 より，$\triangle AEC=\frac{1}{1+2}\times\triangle ACD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}S=\frac{1}{6}S$

ここで，四角形 EBFD は向かい合う 2 組の辺が平行なので，平行四辺形である。よって，DE＝FB となり，BF：FC＝2：1 である。よって，△CHF∽△AHD で FC：AD＝1：3 なので，AH：HC＝3：1 であり，$\triangle EHC=\frac{1}{1+3}\times\triangle AEC=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}S=\frac{1}{24}S$ 次に，△CIF∽△EID で CF：ED＝1：2 なので EI：IC＝2：1 であり，$\triangle IHC=\frac{1}{1+2}\times\triangle EHC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{24}S=\frac{1}{72}S$ つまり，△IHC は平行四辺形 ABCD の面積 S の $\frac{1}{72}$ 倍なので，平行四辺形 ABCD の面積は△IHC の面積の 72 倍である。



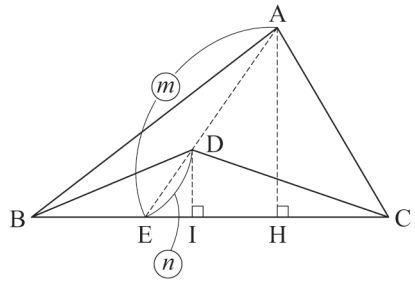
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

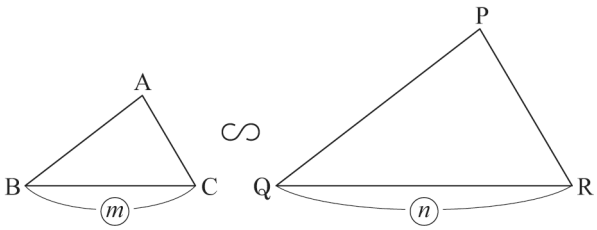
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2