H31　熊本県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂを掲載」

数-19-公-熊本-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$\frac{3}{4}\times\frac{5}{9}$

問２　$7-2\times(-3)$

問３　$7x+y-(5x-8y)$

問４　$48a^2b^2\div(-4a)\div(-2b)^2$

問５　$(3x-1)^2+6x(1-x)$

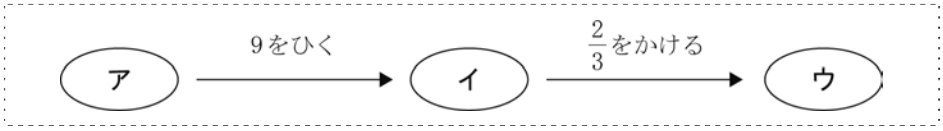
問６　$\sqrt{90}+\frac{60}{\sqrt{10}}$

数-19-公-熊本-問-02A

2　**【問題Ａ】**　次の各問いに答えなさい。

問１　一次方程式　$\frac{2x+9}{5}=x$　を解きなさい。

問２　下の図で，ある数を**ア**に当てはめると，**イ**，**ウ**の数は，書いてある計算のルールにしたがって順に決まっていく。



(1) 2019 を**ア**に当てはめたとき，**ウ**の数を求めなさい。

(2) ある数 x を**ア**に当てはめると，**ウ**の数は y となった。さらに，y を**ア**に当てはめると，**ウ**の数は 2 となった。このとき，x，y の値を求めなさい。

問３　次の［　ア　］には式を入れ，［　イ　］には，①から②を導くことができるように説明の続きを書いて，説明を完成しなさい。ただし，$a>0$，$b^2-4ac>0$ とする。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解 $x=$［　ア　］は，等式を変形していくことで次のように説明できる。

$ax^2+bx+c=0$

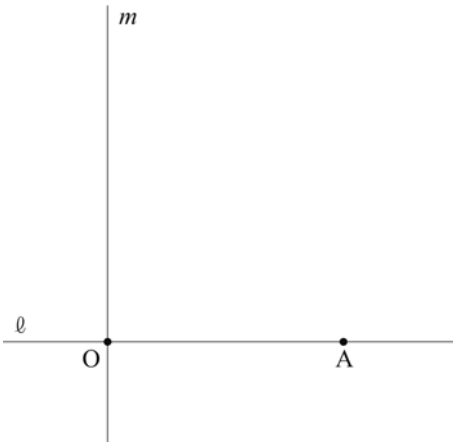
両辺を a でわると

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$　　……①

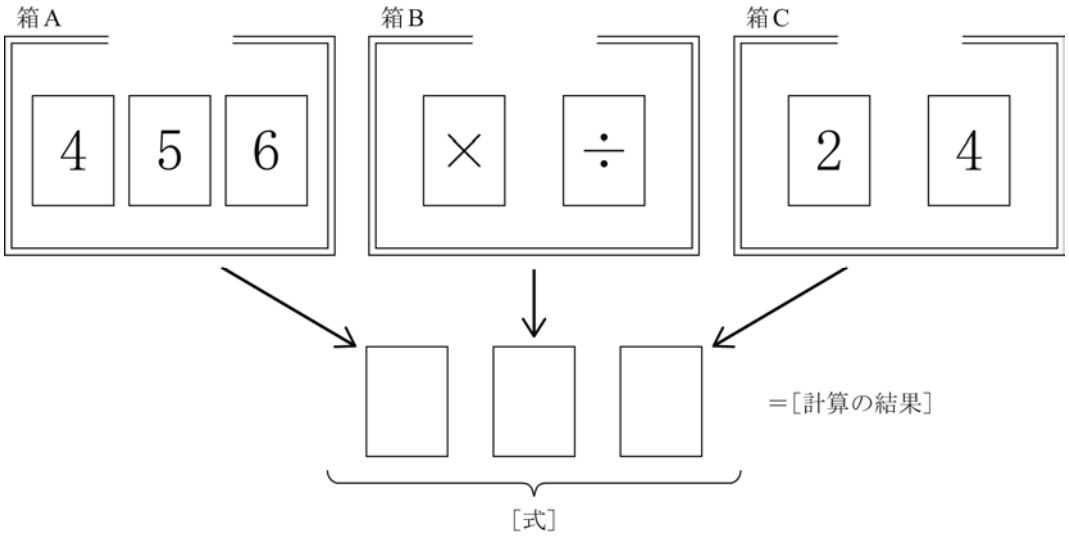
［　イ　］

よって，$x=$［　ア　］　　……②

問４　右の図のように，直線ℓと直線 m があり，$\ell \perp m$ である。ℓと m の交点 O を回転の中心として，ℓ上の点 A を時計の針の回転と反対の向きに 45°回転移動させてできる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問５　下の図のように，3 つの箱 A，B，C があり，箱 A には 4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが，箱 B には×，÷の記号が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが，箱 C には 2，4 の数字が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが入っている。箱 A，箱 B，箱 C の順にそれぞれの箱から 1 枚ずつカードを取り出し，取り出した順に左から並べて式を作り，計算する。



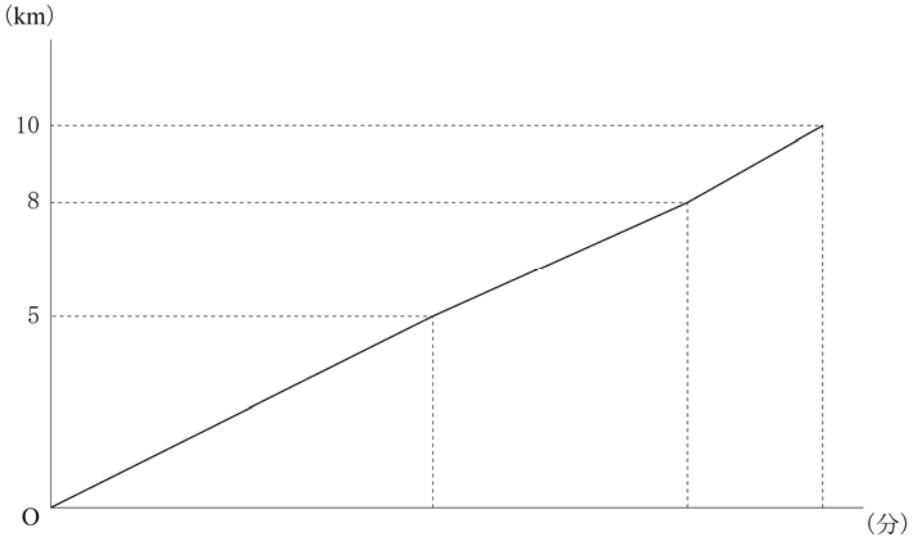
(1)　[式] は全部で何通り作ることができるか，求めなさい。

(2)　[計算の結果] が整数になる確率を求めなさい。ただし，それぞれの箱では，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

問６　優子（ゆうこ）さんのお父さんが先週末に出場した 10 km のマラソン大会のコースは，最初の 5 km が平らな道，続く 3 km は上り坂，最後の 2 km は下り坂であった。

お父さんが，平らな道は 1 km を 5 分のペースで，上り坂は 1 km を 5 分 40 秒のペースで，下り坂は 1 km を 4 分 30 秒のペースで走ると聞いていた優子さんは，お父さんがスタート地点を出発してからゴール地点に到着するまでにかかる予定時間を，マラソン大会前に計算していた。

下の図は，お父さんがスタート地点を出発してからの予定時間と，走る距離との関係を表したグラフである。



(1) お父さんがスタート地点を出発してからゴール地点に到着するまでにかかる予定時間を，優子さんは何分と計算していたか，求めなさい。

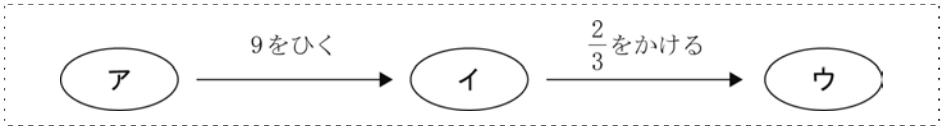
(2) マラソン大会当日，お父さんは，スタート地点から 7 km の地点までは予定通りのペースで走っていたが，7 km の地点で足に痛みを感じたので，残りの 3 km は時速 4 km で歩いた。お父さんは，スタート地点を出発してからゴール地点に到着するまでに，実際には何分何秒かかったか，求めなさい。

数-19-公-熊本-問-02B

2 **【問題Ｂ】**　次の各問いに答えなさい。

問１　一次方程式　$\dfrac{2x+9}{5}=x$　を解きなさい。

問２　下の図で，ある数を**ア**に当てはめると，**イ**，**ウ**の数は，書いてある計算のルールにしたがって順に決まっていく。



(1) 2019 を**ア**に当てはめたとき，**ウ**の数を求めなさい。

(2) ある数 x を**ア**に当てはめると，**ウ**の数は y となった。さらに，y を**ア**に当てはめると，**ウ**の数は 2 となった。このとき，x，y の値を求めなさい。

問３　次の［　ア　］には式を入れ，［　イ　］には，①から②を導くことができるように説明の続きを書いて，説明を完成しなさい。ただし，$a>0$，$b^2-4ac>0$ とする。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解 $x=$［　ア　］は，等式を変形していくことで次のように説明できる。

$ax^2+bx+c=0$

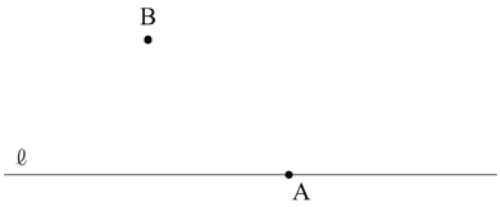
両辺を a でわると

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$　　……①

［　イ　］

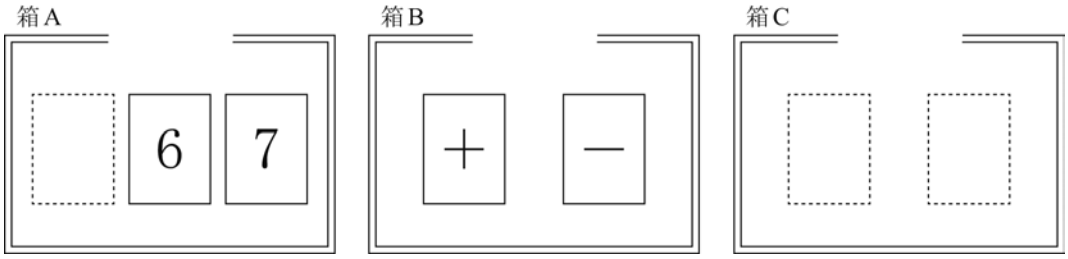
よって，$x=$［　ア　］　　……②

問４　右の図のように，直線ℓ上の点 A と，ℓ上にない点 B がある。A でℓに接し，B を通る円の中心 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問５　下の図のように，3 つの箱 A，B，C があり，箱 A には 6，7 の数字が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが，箱 B には＋，－の記号が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが入っていて，箱 C にはまだカードが 1 枚も入っていない。

ここで，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードから 1 枚のカードを選んで箱 A に入れ，残りの 2 枚のカードを箱 C に入れる。カードを入れたあと，箱 A，箱 B，箱 C の順にそれぞれの箱から 1 枚ずつカードを取り出し，取り出した順に左から並べて式を作り，計算する。ただし，それぞれの箱では，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



(1) 箱 A に，5 の数字が書かれたカードを選んで入れたとき，計算の結果が素数になる確率を求めなさい。

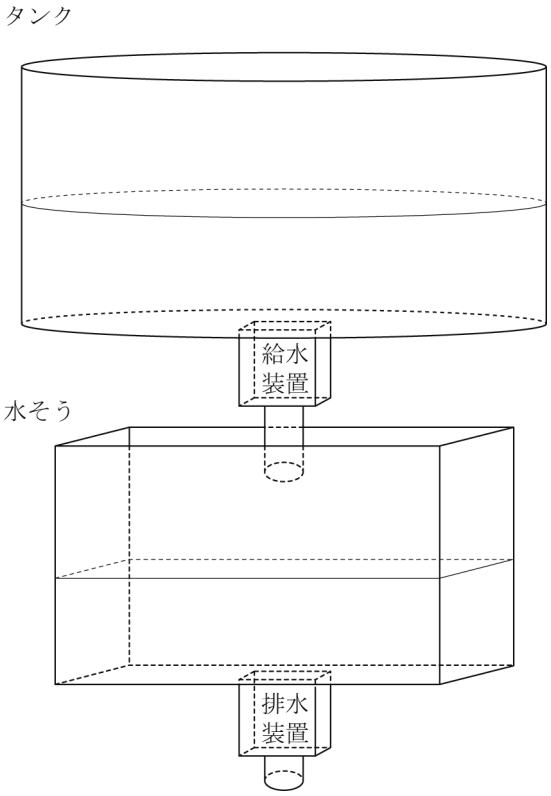
(2) 次の［ア］，［イ］に当てはまる数を入れて，文を完成しなさい。

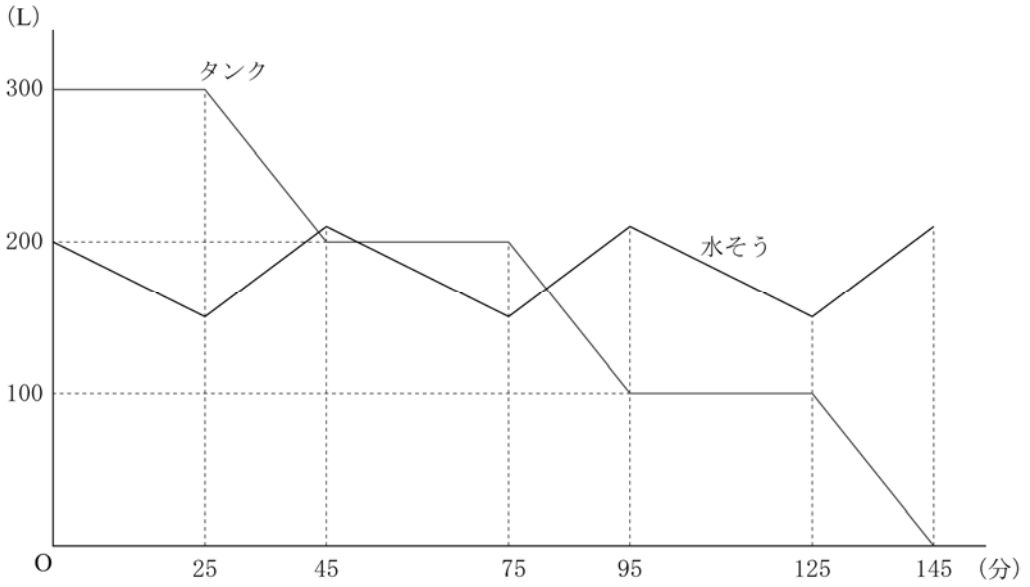
計算の結果が正の奇数になる確率は，箱 A に［ア］の数字が書かれたカードを選んで入れたときに最も高くなり，その確率は［イ］である。

問６　右の図のように，200 L の水が入った水そうと，300 L の水が入ったタンクがある。

水そうの底についている排水装置は，毎分 2 L の割合で排水する。また，水そうの水の量が 150 L になったとき，タンクの底についている給水装置が自動で動き始め，毎分 5 L の割合で 20 分間水そうへ給水する。

下の図は，水そうの排水装置を 145 分間動かしたときの，排水装置が動き始めてからの時間と，水そうの水の量との関係をグラフに表したものに，タンクの水の量の変化のようすをかき入れたものである。



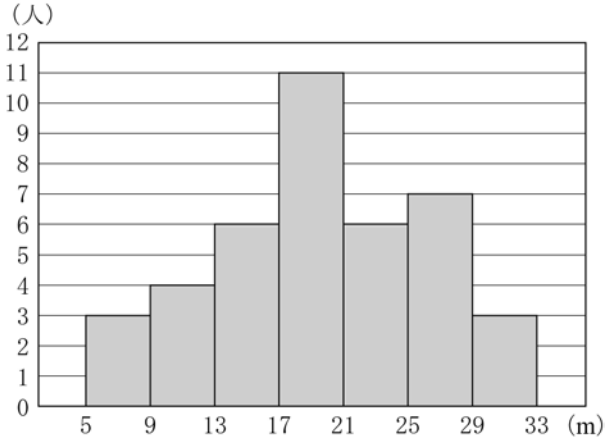


(1) 水そうの排水装置が動き始めてから 30 分後の，水そうの水の量とタンクの水の量をそれぞれ求めなさい。

(2) 水そうの排水装置が動き始めてからタンクが空になるまでに，水そうの水の量とタンクの水の量が等しくなるときが，グラフから 3 回あることがわかる。3 回目に水そうの水の量とタンクの水の量が等しくなるのは，水そうの排水装置が動き始めてから何分何秒後か，求めなさい。

3 下の図は，あるクラス 40 人のハンドボール投げの記録を，ヒストグラムに表したものである。このヒストグラムでは，例えば，5〜9 の階級では，ハンドボール投げの記録が 5 m 以上 9 m 未満の人数が 3 人であったことを表している。また，ハンドボール投げの記録の中央値は 18 m であった。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，記録の値はすべて自然数である。



問１　ハンドボール投げの記録の最頻値を求めなさい。

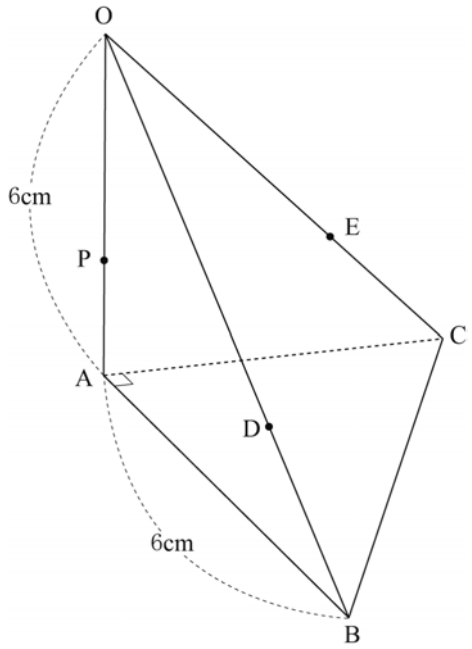
問２　ハンドボール投げの記録で，25 m 以上投げた人数の相対度数を求めなさい。

問３　ハンドボール投げの記録を小さい方から順に並べたとき，20 番目の値を a，21 番目の値を b とする。このヒストグラムから考えられる a，b の値の組は 2 つある。その 2 つの組を求めなさい。

問４　ハンドボール投げの記録の平均値を求めなさい。

4 下の図のように，AB＝6 cm，∠BAC＝90°の直角二等辺三角形 ABC を底面とする三角すい OABC があり，辺 OA は底面 ABC に垂直で，OA＝6 cm である。2 点 D，E はそれぞれ辺 OB，OC 上にあって，OD：DB＝OE：EC＝2：1 である。また，辺 OA 上に点 P をとる。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１　AP＝2 cm のとき，

(1) 線分 PD の長さを求めなさい。

(2) 三角すい OPDE の体積を求めなさい。

問２　三角すい OPDE の体積が三角すい OABC の体積の $\frac{1}{3}$ となるとき，

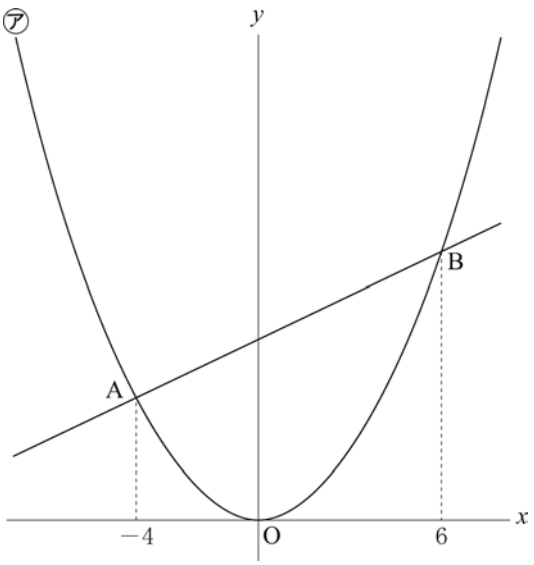
(1) 線分 AP の長さを求めなさい。

(2) 点 P と△ODE を含む平面との距離を求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

数-19-公-熊本-問-05A

5 **【問題Ａ】** 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ ……㋐のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の x 座標は -4，B の x 座標は 6 である。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１ 点 B の y 座標を求めなさい。

問２ 直線 AB の式を求めなさい。

問３ 直線 AB 上に x 座標が 2 である点 P をとる。また，関数㋐のグラフ上に点 Q を，線分 PQ が y 軸と平行になるようにとる。

(1) 2 点 P，Q の間の距離を求めなさい。

(2) 2 点 A，Q の間の距離を求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

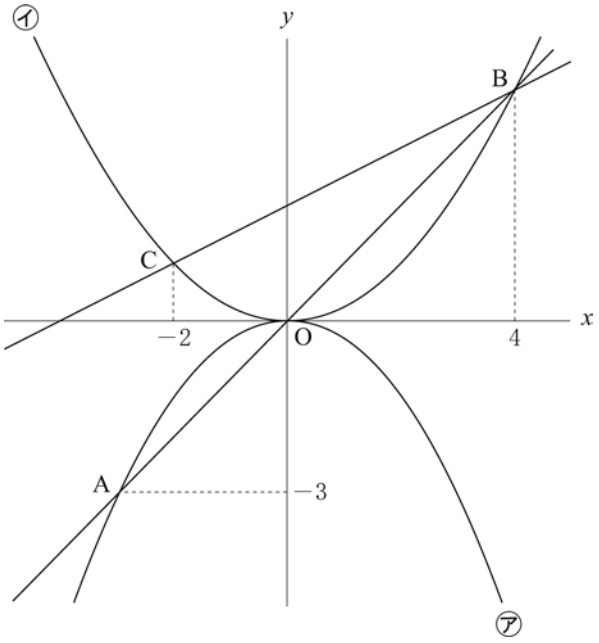
数-19-公-熊本-問-05B

5 **【問題Ｂ】** 右の図のように，2 つの関数

$y=-\frac{1}{3}x^2$ ……㋐

$y=ax^2$ (a は定数) ……㋑

のグラフがある。



点 A は関数㋐のグラフ上にあり，A の y 座標は -3 で，A の x 座標は負である。2 点 B，C は関数㋑のグラフ上にあり，B の x 座標は 4，C の x 座標は -2 である。また，直線 AB は原点 O を通る。

このとき，次の各問いに答えなさい。

問１ a の値を求めなさい。

問２ 直線 BC の式を求めなさい。

問３　線分 BC 上に 2 点 B，C とは異なる点 P を，△OPC の面積が△ABC の面積の$\frac{1}{3}$となるようにとるとき，

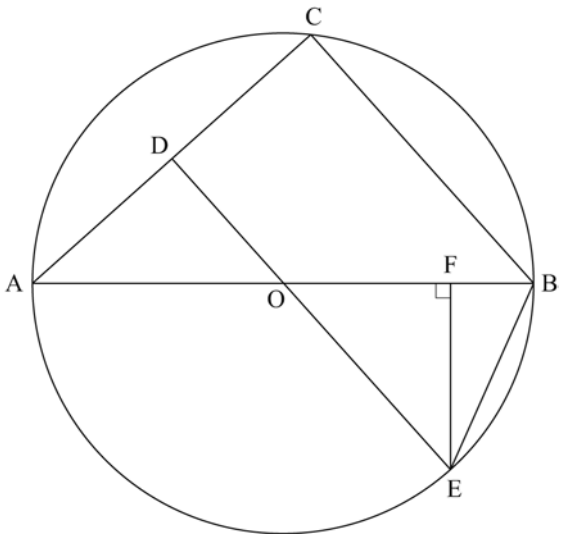
(1) 点 P の座標を求めなさい。

(2) P を通り y 軸に平行な直線と関数㋐のグラフとの交点を Q とする。四角形 AQBC の面積は，△OPC の面積の何倍であるか，求めなさい。

数-19-公-熊本-問-06A

6 **【問題A】** 右の図は，点 O を中心とする円で，線分 AB は円の直径である。点 C は$\overset{\frown}{AB}$上にあり，点 D は線分 AC 上にあって，AD＝CD である。点 E は線分 DO の延長と，C を含まない$\overset{\frown}{AB}$との交点であり，点 F は AB 上にあって，EF⊥AB である。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１ 美咲（みさき）さんは，△AOD≡△EOF であることを証明するため，次のように，最初に△AOD∽△ABC を示し，それをもとにして証明した。［ア］には当てはまる相似条件を入れ，［イ］には証明の続きを書いて，証明を完成しなさい。

証明

△AOD と△ABC において，

2 つの三角形に共通な角だから

∠OAD＝∠BAC　……①

点 O，点 D はそれぞれ線分 AB，AC の中点だから

AO：AB＝AD：AC＝1：2　……②

①，②より，［　ア　］から

△AOD∽△ABC　……③

また，AB は円の直径だから∠ACB＝90°であり，③から

∠ADO＝∠ACB＝90°　……④

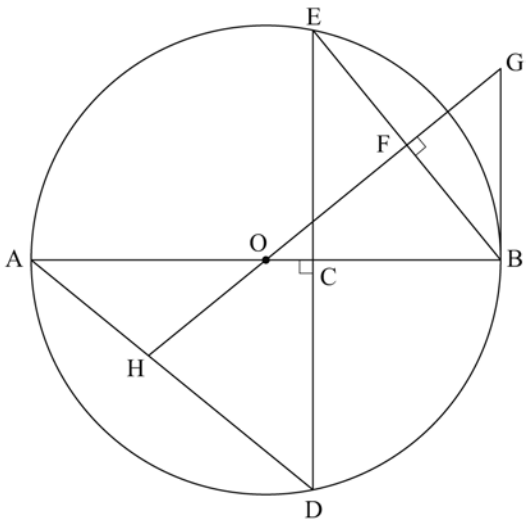
ここで，△AOD と△EOF において

［　イ　］

よって，△AOD≡△EOF

問２ AB＝6 cm，BC＝4 cm のとき，線分 BE の長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

6 **【問題Ｂ】** 右の図は，点 O を中心とする円で，線分 AB は円の直径である。点 C は線分 OB 上にあり，2 点 D，E は，C を通る線分 OB の垂線と円 O との交点である。点 F は線分 BE 上にあって，OF⊥BE である。また，点 G は OF の延長と B における円 O の接線との交点であり，点 H は FO の延長と線分 AD との交点である。



このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

問１ △ADC∽△BGF であることを証明しなさい。

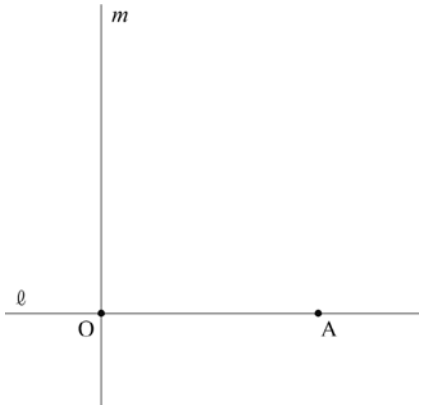
問２ AB＝10 cm，BC＝4 cm のとき，

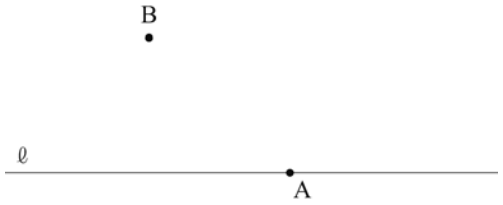
(1) 線分 CE の長さを求めなさい。

(2) 線分 DH の長さを求めなさい。

H31　熊本県　公立　**数学　解答用紙**

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－19－公－熊本－KY－01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−19−公−熊本−KY−02A	2 問題A	問１	$x=$			
		問２	(1)			
			(2)	$x=$　　，$y=$		
		問３	ア			
			イ			
		問４	〔作図〕  			
		問５	(1)	通り		
			(2)			
		問６	(1)	分		
			(2)	分　　秒		

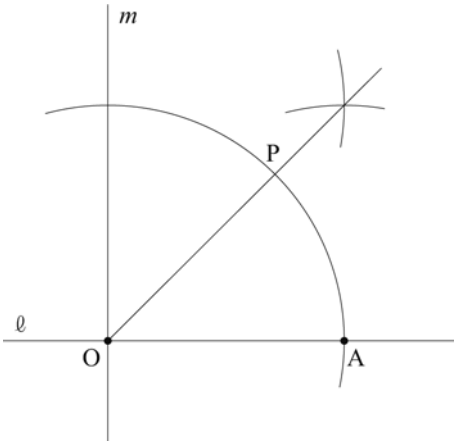
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-熊本-KY-02B	2 問題B	問1	$x=$			
		問2	(1)			
			(2)	$x=$　　，$y=$		
		問3	ア			
			イ			
		問4	〔作図〕  			
		問5	(1)			
			(2)	ア　　イ		
		問6	(1)	水そう〔　　〕L　タンク〔　　〕L		
			(2)	分　　秒後		

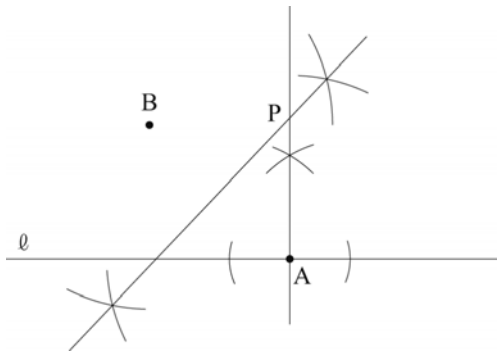
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-熊本-KY-03	3	問１		m		
		問２				
		問３	$a=$　　，$b=$	$a=$　　，$b=$		
		問４		m		
数-19-公-熊本-KY-04	4	問１	(1)	cm		
			(2)	cm^3		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm		
数-19-公-熊本-KY-05A	5 問題Ａ	問１				
		問２	$y=$			
		問３	(1)			
			(2)			
数-19-公-熊本-KY-05B	5 問題Ｂ	問１	$a=$			
		問２	$y=$			
		問３	(1)	(　　，　　)		
			(2)	倍		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−19−公−熊本−KY−06A	6 問題A	問1	ア			
			イ			
		問2		cm		
数−19−公−熊本−KY−06B	6 問題B	問1	〔証明〕			
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－19－公－熊本－大－01	1	問１	$\frac{5}{12}$	1	
		問２	13	1	
		問３	$2x+9y$	2	
		問４	$-3a$	2	
		問５	$3x^2+1$	2	
		問６	$9\sqrt{10}$	2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−19−公−熊本−K−02A	2 問題A	問１		$x=3$	2	
		問２	(1)	1340	1	
			(2)	$x=27,\ y=12$	2	
		問３	ア	$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	1	
			イ	$\dfrac{c}{a}$を右辺に移項し，両辺に$\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$を加えると $x^2+\dfrac{b}{a}x+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2=-\dfrac{c}{a}+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$ $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$ $x+\dfrac{b}{2a}=\pm\sqrt{\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}}$ $x=-\dfrac{b}{2a}\pm\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	2	
		問４		〔作図〕  	2	
		問５	(1)	12　通り	1	
			(2)	$\dfrac{3}{4}$	2	
		問６	(1)	51　分	1	
			(2)	81　分　20　秒	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−19−公−熊本−K−02B	2 問題B	問１	$x=3$	2	
		問２	(1) 1340	1	
			(2) $x=27$，$y=12$	2	
		問３	ア $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	1	
			イ $\dfrac{c}{a}$を右辺に移項し，両辺に$\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$を加えると $x^2+\dfrac{b}{a}x+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2=-\dfrac{c}{a}+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$ $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$ $x+\dfrac{b}{2a}=\pm\sqrt{\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}}$ $x=-\dfrac{b}{2a}\pm\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	2	
		問４	作図  	2	
		問５	(1) $\dfrac{5}{12}$	1	
			(2) ア 4　イ $\dfrac{7}{12}$	2	
		問６	(1) 水そう〔 165 〕L　タンク〔 275 〕L	1	
			(2) 81 分 15 秒後	2	

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-熊本-大-03	3	問1	19 m		1	
		問2	0.25		1	
		問3	$a=17,\ b=19$	$a=18,\ b=18$	2	
		問4	19.6 m		2	
数-19-公-熊本-大-04	4	問1	(1)	4 cm	1	
			(2)	$\frac{32}{3}$ cm^3	2	
		問2	(1)	$\frac{3}{2}$ cm	1	
			(2)	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm	2	
数-19-公-熊本-大-05A	5 問題A	問1	9		1	
		問2	$y=\frac{1}{2}x+6$		2	
		問3	(1)	6	1	
			(2)	$3\sqrt{5}$	2	
数-19-公-熊本-大-05B	5 問題B	問1	$a=\frac{1}{4}$		1	
		問2	$y=\frac{1}{2}x+2$		2	
		問3	(1)	$\left(\frac{3}{2},\ \frac{11}{4}\right)$	1	
			(2)	$\frac{21}{4}$ 倍	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−19−公−熊本−Ｋ−06Ａ	6 問題Ａ	問１	ア	2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい	1	
			イ	EF⊥AB だから ∠EFO＝90°　……⑤ ④，⑤より ∠ADO＝∠EFO　……⑥ 対頂角は等しいから ∠AOD＝∠EOF　……⑦ また，AO，EO はともに円の半径だから AO＝EO　……⑧ ⑥より，△AOD と△EOF はともに直角三角形であり，⑦，⑧より，斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。	3	
		問２	$\sqrt{6}$ cm		2	
数−19−公−熊本−Ｋ−06Ｂ	6 問題Ｂ	問１	〔証明〕 △ADC と△BGF において AB⊥DC だから ∠DCA＝90°　……① OF⊥BE だから ∠GFB＝90°　……② ①，②より ∠DCA＝∠GFB　……③ ∠DAC と∠DEB は$\overset{\frown}{DB}$に対する円周角だから ∠DAC＝∠DEB　……④ BG は円の接線で，AB は円の直径だから ∠ABG＝90°であって，①から，DE // BG である。 よって ∠DEB＝∠GBF　……⑤ ④，⑤より ∠DAC＝∠GBF　……⑥ ③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいから △ADC∽△BGF		3	
		問２	(1)	$2\sqrt{6}$ cm	1	
			(2)	$\frac{7\sqrt{15}}{6}$ cm	2	

数-19-公-熊本-KS-01

1　問１　$\frac{3}{4}\times\frac{5}{9}=\frac{3\times5}{4\times9}=\frac{5}{12}$

問２　$7-2\times(-3)=7+6=13$

問３　$7x+y-(5x-8y)=7x+y-5x+8y=2x+9y$

問４　$48a^2b^2\div(-4a)\div(-2b)^2=48a^2b^2\div(-4a)\div4b^2=-\frac{48a^2b^2}{4a\times4b^2}=-3a$

問５　$(3x-1)^2+6x(1-x)=9x^2-6x+1+6x-6x^2=3x^2+1$

問６　$\sqrt{90}+\frac{60}{\sqrt{10}}=\sqrt{3^2\times10}+\frac{60\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=3\sqrt{10}+6\sqrt{10}=9\sqrt{10}$

数-19-公-熊本-KS-02A

2　【問題Ａ】　問１　$\frac{2x+9}{5}=x$　$2x+9=5x$　$-3x=-9$　$x=3$

問２　(1)　$(2019-9)\times\frac{2}{3}=1340$

(2)　$(x-9)\times\frac{2}{3}=y\cdots①$　$(y-9)\times\frac{2}{3}=2\cdots②$　②より，$y-9=2\times\frac{3}{2}$　$y-9=3$　$y=12$

$y=12$ を①に代入して，$(x-9)\times\frac{2}{3}=12$　$x-9=12\times\frac{3}{2}$　$x-9=18$　$x=27$

問３　二次方程式の解の公式を導く問題である。よって，**ア**は公式をそのまま書き入れる。**イ**は，因数分解の公式が使えるように式を変形して，$(x+m)^2=n$ の形を導く。

問４　ℓ と m が交わってできる 90°の角の二等分線を作図し，その二等分線上に OP＝OA となる点 P をとる。

問５　(1)　4×2，4×4，4÷2，4÷4，5×2，5×4，5÷2，5÷4，6×2，6×4，6÷2，6÷4 の 12 通り。

(2)　計算の結果が整数にならないのは，5÷2，5÷4，6÷4 の 3 通り。それ以外の 9 通りは，計算の結果が整数になるから，確率は，$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

問６　(1)　$5\times5+5\frac{40}{60}\times3+4\frac{30}{60}\times2=25+17+9=51$(分)

(2)　スタート地点から 7km までにかかった時間は，$5\times5+5\frac{40}{60}\times2=25+\frac{34}{3}=36\frac{1}{3}$(分)

残りの 3km は時速 4km で歩いたから，歩いた時間は，$\frac{3}{4}$時間＝45 分

よって，スタートからゴールまでにかかった時間は，$36\frac{1}{3}+45=81\frac{1}{3}$(分)

数-19-公-熊本-KS-02B

2　【問題Ｂ】　問１　$\frac{2x+9}{5}=x$　$2x+9=5x$　$-3x=-9$　$x=3$

問２　(1)　$(2019-9)\times\frac{2}{3}=1340$

(2)　$(x-9)\times\frac{2}{3}=y\cdots①$　$(y-9)\times\frac{2}{3}=2\cdots②$　②より，$y-9=2\times\frac{3}{2}$　$y-9=3$　$y=12$

$y=12$ を①に代入して，$(x-9)\times\frac{2}{3}=12$　$x-9=12\times\frac{3}{2}$　$x-9=18$　$x=27$

問３　二次方程式の解の公式を導く問題である。よって，**ア**は公式をそのまま書き入れる。**イ**は，因数分解の公式が使えるように式を変形して，$(x+m)^2=n$ の形を導く。

問４　円の中心 P は 2 点 A，B から等しい距離にあるから，線分 AB の垂直二等分線上にある。また，円の接線は接点を通る半径に垂直だから，円の中心 P は A を通る直線ℓの垂線上にある。

問５　(1) できる計算式は，5＋3，5＋4，5－3，5－4，6＋3，6＋4，6－3，6－4，7＋3，7＋4，7－3，7－4 の 12 通り。計算の結果が素数になるのは，5－3＝2，6－3＝3，6－4＝2，7＋4＝11，7－4＝3 の 5 通り。よって，確率は$\frac{5}{12}$

(2) 箱 A に 3 や 4 の数字が書かれたカードを入れたときも，できる計算式はそれぞれ 12 通りある。したがって，それぞれの場合に，計算の結果が正の奇数になる場合の数を比べればよい。
箱 A に 5 の数字が書かれたカードを入れたとき，計算の結果が正の奇数になるのは，
5＋4＝9，5－4＝1，6＋3＝9，6－3＝3，7＋4＝11，7－4＝3 の 6 通り。
箱 A に 3 の数字が書かれたカードを入れたとき，計算の結果が正の奇数になるのは，
3＋4＝7，6＋5＝11，6－5＝1，7＋4＝11，7－4＝3 の 5 通り。
箱 A に 4 の数字が書かれたカードを入れたとき，計算の結果が正の奇数になるのは，
4＋3＝7，4＋5＝9，4－3＝1，6＋3＝9，6＋5＝11，6－3＝3，6－5＝1 の 7 通り。
よって，確率が最も高いのは箱 A に 4 の数字が書かれたカードを入れたときで，確率は$\frac{7}{12}$

問６　(1) 排水装置が動き始めてから 25 分後に，水そうの水の量は，200－2×25＝150(L)になって，給水装置が動き始める。よって，排水装置が動き始めてから 25 分後から 30 分後までの 5 分間では，2×5＝10(L)の水が水そうから排水され，5×5＝25(L)の水が水そうに給水されるから，水そうの水の量は，150－10＋25＝165(L)　また，タンクの水の量は，300－25＝275(L)

(2) 排水装置が動き始めてから x 分後の水そうとタンクの水の量をそれぞれ yL とすると，3 回目にそれぞれの y の値が等しくなるのは，グラフより，$75 \leqq x \leqq 95$ のときとわかる。このとき，水そうの水は毎分 2L の割合で排水され，毎分 5L の割合で給水されるから，毎分 5－2＝3(L)の割合で増える。よって，y を x の式で表すと，$y=3x+b$　$x=75$ のとき $y=150$ だから，$150=3\times75+b$　$b=-75$
よって，$y=3x-75$…①　また，タンクの水の量は毎分 5L の割合で減るから，$y=-5x+c$ と表される。$x=75$ のとき $y=200$ だから，$200=-5\times75+c$　$c=575$　よって，$y=-5x+575$…②
①，②を連立方程式として解いて，$x=\frac{325}{4}$，$y=\frac{675}{4}$　$\frac{325}{4}=81\frac{1}{4}$より，水そうとタンクの水の量が等しくなるのは，排水装置が動き始めてから，81 分 15 秒後。

数-19-公-熊本-KS-03

3　**問１**　度数が最も多いのは 17m 以上 21m 未満の階級の 11 人だから，最頻値はこの階級の階級値になる。$\frac{17+21}{2}=19$(m)

問２　25m 以上 29m 未満の階級が 7 人，29m 以上 33m 未満の階級が 3 人で，あわせて 10 人だから，相対度数は，$\frac{10}{40}=0.25$

問３　17m 未満の人数は 3＋4＋6＝13(人)で，17m 以上 21m 未満の人数が 11 人だから，a，b とも 17m 以上 21m 未満の階級に入る。また，この階級に入る記録は 17m，18m，19m，20m のいずれかになる。中央値は a と b の平均で，これが 18m になるから，$\frac{a+b}{2}=18$　$a+b=36$
したがって，考えられる a と b($a \leqq b$)の組み合わせは，(a，b)＝(17，19)，(18，18)の 2 通り。

問４　度数分布表から平均値を求めるときは，記録の値として階級値を使う。

$$\frac{7\times3+11\times4+15\times6+19\times11+23\times6+27\times7+31\times3}{40}$$

$$=\frac{21+44+90+209+138+189+93}{40}$$

$$=\frac{784}{40}$$

$$=19.6(\mathrm{m})$$

別解　仮の平均を 19m として計算すると，

$$19+\frac{(-12)\times3+(-8)\times4+(-4)\times6+0\times11+4\times6+8\times7+12\times3}{40}$$

$$=19+\frac{-36-32-24+24+56+36}{40}$$

$$=19+\frac{24}{40}$$

$$=19+0.6$$

$$=19.6(\mathrm{m})$$

数-19-公-熊本-KS-04

4　**問１**　(1)　OP＝6－2＝4(cm)だから，OP：PA＝2：1　したがって，△OAB で，OP：PA＝OD：DB となるから，PD // AB で，PD：AB＝OP：OA　PD＝$x$cm とすると，x：6＝4：6　x＝4

(2)　OD：OB＝OE：EC＝OP：PA＝2：1 だから，△ABC∽△PDE　よって，△PDE は∠DPE＝90°の直角二等辺三角形で，面積は，$\frac{1}{2}\times4\times4=8(\mathrm{cm}^2)$

これを三角すい OPDE の底面とすると，高さは OP だから，体積は，$\frac{1}{3}\times8\times4=\frac{32}{3}(\mathrm{cm}^3)$

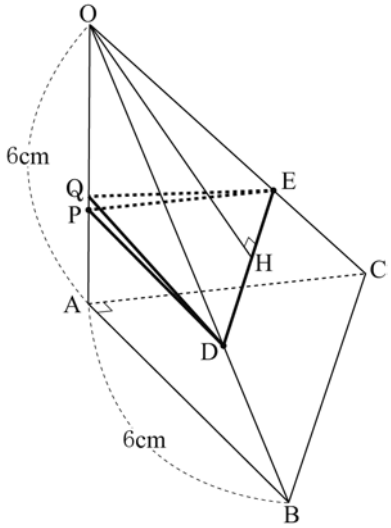
問２　(1)　三角すい OABC の体積は$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36(\mathrm{cm}^3)$ だから，三角すい OPDE の体積は，

$36\times\frac{1}{3}=12(\mathrm{cm}^3)$　これを**問１**の三角すい OPDE の体積と比べると，$12-\frac{32}{3}=\frac{4}{3}(\mathrm{cm}^3)$大きい。

したがって，辺 OA 上に AQ＝2cm となる点 Q をとると，点 P は線分 AQ 上にあり，三角すい PQDE の体積は$\frac{4}{3}\mathrm{cm}^3$ となる。

問１より△QDE＝8cm^2 だから，PQ＝$y$cm として，三角すい PQDE の体積に着目すると，

$\frac{1}{3}\times8\times y=\frac{4}{3}$　$y=\frac{1}{2}$　よって，AP＝AQ－PQ＝$2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$(cm)



(2)　(1)の△OQD，△OQE，△QDE は，OQ＝QD＝QE＝4cm より，合同な直角二等辺三角形だから，△ODE は OD＝OE＝DE の正三角形。

また，OD＝OE＝DE＝$\sqrt{2}$OQ＝$\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$(cm)

△ODE で，O から DE に垂線 OH をひくと，H は DE の中点で，DH＝$2\sqrt{2}$cm

また，△ODH は∠ODH＝60°の直角三角形だから，DH：OH＝1：$\sqrt{3}$

よって，OH＝$\sqrt{3}$DH＝$\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$(cm)

$\triangle ODE=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

点 P と△ODE を含む平面との距離は，三角すい OPDE で△ODE を底面としたときの高さに等しい。

よって，この高さを $h$cm として，三角すい OPDE の体積に着目して方程式をつくると，

$\frac{1}{3}\times8\sqrt{3}\times h=12$　　$h=\frac{12\times3}{8\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

数-19-公-熊本-KS-05A

5 【問題Ａ】　問１　$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入して，$y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$

問２　点 A の y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2=4$　A(−4，4)，B(6，9)より，

直線 AB の傾きは，$\frac{9-4}{6-(-4)}=\frac{1}{2}$　よって，直線 AB の式は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおける。B(6，9)を通るから，

$x=6$，$y=9$ を代入して，$9=\frac{1}{2}\times 6+b$　$b=6$　よって，直線 AB の式は，$y=\frac{1}{2}x+6$

問３　(1) 点 P の y 座標は，$y=\frac{1}{2}x+6$ に $x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times 2+6=7$

また，点 Q の x 座標は点 P の x 座標と等しく 2 だから，点 Q の y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$

よって，PQ＝7−1＝6

(2) A(−4，4)，Q(2，1)より，A から PQ に垂線 AH をひくと，H(2，4)

また，AH＝2−(−4)＝6，HQ＝4−1＝3 だから，△AQH で，三平方の定理より，

$AQ^2=AH^2+HQ^2=6^2+3^2=45$　　AQ＞0 だから，$AQ=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

数-19-公-熊本-KS-05B

5 【問題Ｂ】　問１　点 A の x 座標は，$y=-\frac{1}{3}x^2$ に $y=-3$ を代入して，$-3=-\frac{1}{3}x^2$　$x^2=9$　$x=\pm 3$

$x<0$ だから，$x=-3$　よって，A(−3，−3)　直線 AO の式は $y=x$ だから，点 B の y 座標は 4

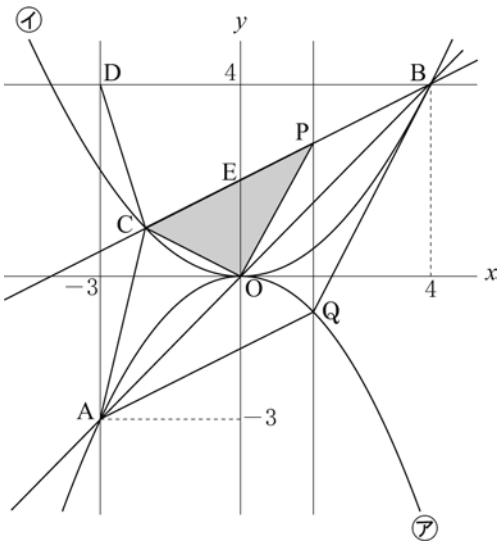
よって，B(4，4)　$y=ax^2$ に $x=4$，$y=4$ を代入して，$4=a\times 4^2$　$a=\frac{1}{4}$

問２　点 C の y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$　C(−2，1)，B(4，4)だから，直線 BC の傾きは，$\frac{4-1}{4-(-2)}=\frac{1}{2}$

よって，直線 BC の式は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおける。B(4，4)を通るから，$x=4$，$y=4$ を代入して，

$4=\frac{1}{2}\times 4+b$　$b=2$　よって，直線 BC の式は $y=\frac{1}{2}x+2$

問３　(1) 点 A を通り y 軸に平行な直線と，点 B を通り x 軸に平行な直線との交点を D とする。



A(−3，−3)，B(4，4)，C(−2，1)，D(−3，4)で，

AD＝4−(−3)＝7，DB＝4−(−3)＝7 だから，

$\triangle ABC=\triangle ABD-\triangle ACD-\triangle DCB$

$=\frac{1}{2}\times7\times7-\frac{1}{2}\times7\times1-\frac{1}{2}\times7\times3=\frac{21}{2}$

よって，$\triangle OPC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times\frac{21}{2}=\frac{7}{2}$

直線 BC と y 軸の交点を E とすると，**問２**より

E(0，2)

点 P の x 座標を t とすると，

$\triangle OPC=\triangle OPE+\triangle OCE$ で，$\triangle OCE=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

よって，$\triangle OPE=\triangle OPC-\triangle OCE=\frac{7}{2}-2=\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}\times2\times t=\frac{3}{2}$　$t=\frac{3}{2}$

y 座標は，直線 BC の式 $y=\frac{1}{2}x+2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+2=\frac{11}{4}$　よって，$P\left(\frac{3}{2},\ \frac{11}{4}\right)$

別解　A(−3，−3)，B(4，4)，C(−2，1)より，OA：OB＝3：4　よって，$\triangle OBC=\frac{4}{7}\triangle ABC$

$\triangle OPB=\triangle OBC-\triangle OCP=\frac{4}{7}\triangle ABC-\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{5}{21}\triangle ABC$　よって，CP：PB＝$\frac{1}{3}:\frac{5}{21}$＝7：5　点 B，C の x 座標の差が 4−(−2)＝6 だから，$6\times\frac{7}{7+5}=\frac{7}{2}$より，点 P の x 座標 $t=-2+\frac{7}{2}=\frac{3}{2}$　y 座標は，直線 BC の式 $y=\frac{1}{2}x+2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+2=\frac{11}{4}$　よって，$P\left(\frac{3}{2},\ \frac{11}{4}\right)$

(2) 点 Q の y 座標は，$y=-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{3}{4}$　よって，$Q\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{4}\right)$

線分 AQ の傾きは，$\left\{-\frac{3}{4}-(-3)\right\}\div\left\{\frac{3}{2}-(-3)\right\}=\frac{9}{4}\div\frac{9}{2}=\frac{1}{2}$　したがって，AQ // BC

△ABC と△BAQ は，それぞれ CB，AQ を底辺としたときの高さが等しいから，

$\triangle ABC:\triangle BAQ=CB:AQ$　ここで，B(4，4)，C(−2，1)，$Q\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{4}\right)$，A(−3，−3)より，

$CB:AQ=\{4-(-2)\}:\left\{\frac{3}{2}-(-3)\right\}=6:\frac{9}{2}=12:9=4:3$　よって，$\triangle BAQ=\frac{3}{4}\triangle ABC$ だから，

四角形 AQBC＝△ABC＋△BAQ＝$\triangle ABC+\frac{3}{4}\triangle ABC=\frac{7}{4}\triangle ABC=\frac{7}{4}\times3\triangle OPC=\frac{21}{4}\triangle OPC$

数-19-公-熊本-KS-06A

6　**【問題Ａ】**　**問１**　**ア**　②で 2 組の辺の比がそれぞれ等しいこと，①でその間の角が等しいことを示している。

イ　対頂角が等しいことと円の半径が等しいことを用いて，直角三角形の合同条件にあてはまることを示す。

問２　△ABC で，三平方の定理より，$AC^2=AB^2-BC^2=6^2-4^2=20$

AC＞0 だから，$AC=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)　　$AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}=\sqrt{5}$(cm)

また，△ABC で，2 点 O，D はそれぞれ辺 AB，AC の中点だから，中点連結定理より，

$OD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)

△AOD≡△EOF より，$EF=AD=\sqrt{5}$cm　OF＝OD＝2cm　よって，BF＝OB−OF＝3−2＝1(cm)

△BEF で，三平方の定理より，$BE^2=EF^2+BF^2=(\sqrt{5})^2+1^2=6$　BE＞0 だから，$BE=\sqrt{6}$cm

6 【問題Ｂ】 問１ 同じ弧に対する円周角は等しいことと，円の接線は接点を通る半径に垂直であることを利用して，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問２ (1) O と E を結ぶ。OB，OE は円 O の半径だから，OB＝OE＝10÷2＝5(cm)

また，OC＝OB－BC＝5－4＝1(cm)

△OCE は∠OCE＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，$CE^2=OE^2-OC^2=5^2-1^2=24$

CE＞0 だから，$CE=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

(2) AC＝AB－BC＝10－4＝6(cm)

円は直径について対称で，AB⊥DE だから，

$CD=CE=2\sqrt{6}$cm

△ADC で，三平方の定理より，

$AD^2=AC^2+CD^2=6^2+(2\sqrt{6})^2=60$

AD＞0 だから，$AD=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$(cm)

右図のように，H から AB に垂線 HI をひくと，

HI // DC

よって，△ADC で，AH：AD＝AI：AC…㋐

また，△BGF と△OGB において，

∠BFG＝∠OBG＝90°,

∠BGF＝∠OGB(共通)より，

∠GBF＝∠GOB

対頂角は等しいから，∠GOB＝∠HOA

よって，∠GBF＝∠HOA

問１より，∠GBF＝∠HAO　よって，∠HOA＝∠HAO

△OAH は 2 つの角が等しいから，$OH=AH$ の二等辺三角形で，$AI=\frac{1}{2}AO=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$(cm)

よって，㋐より，$AH:2\sqrt{15}=\frac{5}{2}:6$　$6AH=5\sqrt{15}$　$AH=\frac{5\sqrt{15}}{6}$cm

$DH=AD-AH=2\sqrt{15}-\frac{5\sqrt{15}}{6}=\frac{7\sqrt{15}}{6}$(cm)

