H27　京都府(中)　公立　数学　問題

数-15-公-京都(中)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えよ。

問１　$5\times(-4)^2-3^2$　を計算せよ。

問２　$\dfrac{5x-3y}{3}-\dfrac{3x-7y}{4}$　を計算せよ。

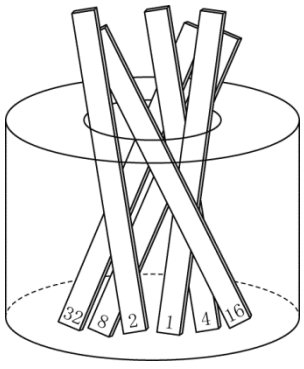
問３　$\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}$　を計算せよ。

問４　$x=\sqrt{7}+2$，$y=\sqrt{7}-2$ のとき，x^2-y^2　の値を求めよ。

問５　方程式　$2x+3y+6=0$　のグラフをかけ。

問６　二次方程式　$(x-2)^2=6$　を解け。

問７　右の図のように，1，2，4，8，16，32 の数が書かれた棒が 1 本ずつ入っている箱がある。この箱から棒を同時に 2 本取り出すとき，2 本の棒に書かれている数の和が 3 の倍数となる確率を求めよ。ただし，どの棒の取り出し方も同様に確からしいものとする。



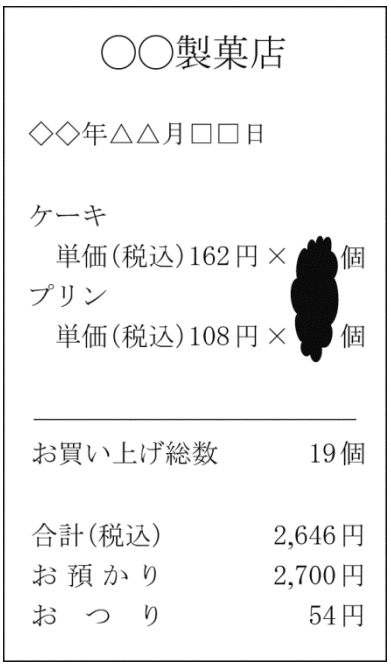
問８　箱の中に白い玉だけがたくさん入っている。この箱に赤い玉を 80 個入れてよくかき混ぜ，箱から 50 個の玉を無作為に取り出すと，赤い玉が 9 個含まれていた。最初に箱の中に入っていた白い玉はおよそ何個であると推測されるか，最も適当なものを次の(**ア**)～(**エ**)から 1 つ選べ。

(**ア**)　およそ 320 個　　(**イ**)　およそ 360 個　　(**ウ**)　およそ 400 個　　(**エ**)　およそ 440 個

数-15-公-京都(中)-問-02

2 右の図のように，ケーキとプリンを買ったときのレシートの一部が汚れ，それぞれ何個ずつ買ったか読み取れなくなった。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えよ。



問１ 買ったケーキとプリンの個数を求めるために，次のように連立方程式を用いて計算するとき，［ア］～［ウ］に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

買ったケーキの個数を x 個，プリンの個数を y 個とすると，

$$\begin{cases} x+y= \boxed{\text{ア}} & \cdots\cdots① \\ 162x+108y= \boxed{\text{イ}} & \cdots\cdots② \end{cases}$$

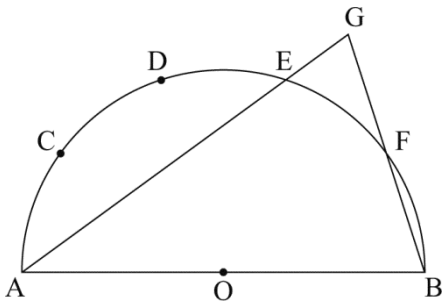
②より，　$3x+2y= \boxed{\text{ウ}}$　……②′

問２ 買ったケーキとプリンの個数をそれぞれ求めよ。

数-15-公-京都(中)-問-03

3 右の図のように，点 O を中心とし，AB を直径とする半円があり，AB＝4 cm である。$\overset{\frown}{AB}$を 5 等分する点を点 A に近い方から順に C，D，E，F とする。また，2 点 A，E を通る直線と 2 点 B，F を通る直線との交点を G とする。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。



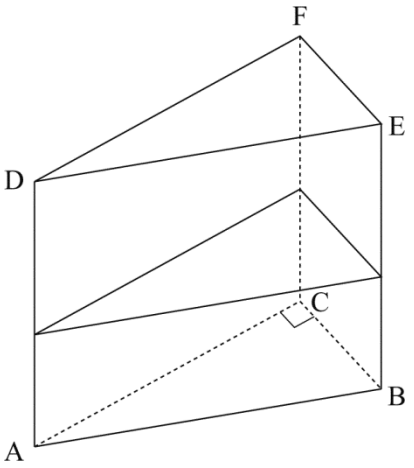
問１ ∠BAE の大きさを求めよ。また，∠AGB の大きさを求めよ。

問２ 線分 BD と線分 AG との交点を H とするとき，線分 AH の長さを求めよ。

数-15-公-京都(中)-問-04

4 三角柱 ABC－DEF の形をした透明な容器がある。この容器の側面はすべて長方形で，AB＝18 cm，BC＝6 cm，∠ACB＝90°，AD＝16 cm である。この容器を右の図のように，△ABC が底になるように置き，容器の底から高さ 7 cm のところまで水を入れ，密閉する。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，容器は水平な台の上に置くものとし，容器の厚さは考えないものとする。



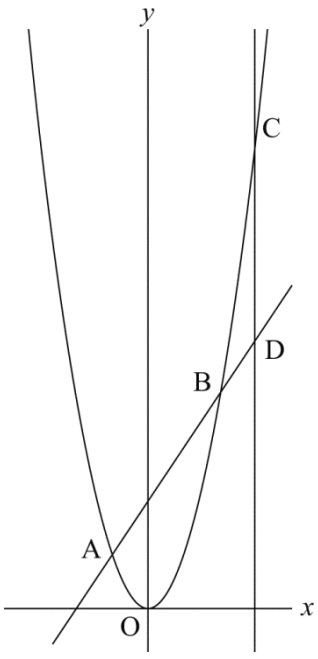
問１　容器に入っている水の体積を求めよ。

問２　この容器を四角形 ABED が底になるように置いたとき，容器の底から水面までの高さは何 cm になるか求めよ。

数-15-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，点 A の座標は（−2，3），点 B，C の x 座標はそれぞれ 4，6 である。また，点 C を通り y 軸に平行な直線と，2 点 A，B を通る直線との交点を D とする。

このとき，次の**問１～問３**に答えよ。ただし，円周率は π とする。



問１　a の値を求めよ。また，2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

問２　△ADC を，直線 CD を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

問３　線分 AC 上に点 E をとる。△ABE と四角形 BDCE の面積の比が 3 : 5 となるとき，点 E の座標を求めよ。

6 右の図のような白の碁石と黒の碁石を，次の**＜規則＞**にしたがって横一列に n 個並べる。



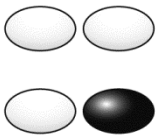
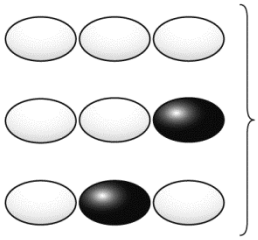
白の碁石　　黒の碁石

＜規則＞

・左端には必ず白の碁石を置く。

・黒の碁石と黒の碁石が隣り合わないようにする。

次の表は，n=l，2，3 のときの碁石の並べ方がそれぞれ何通りあるかについてまとめたものである。このとき，下の**問１～問３**に答えよ。

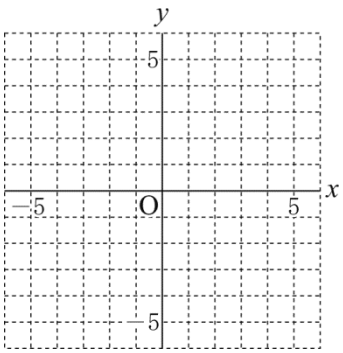
$n=1$	$n=2$	$n=3$
 … 1通り	 … 2通り	 … 3通り

問１　n=4 のときの碁石の並べ方は何通りあるか求めよ。

問２　n=5 のときの碁石の並べ方は何通りあるか求めよ。また，n=5 のときの碁石の並べ方のうち，左端からの 2 個の碁石が白，黒（  ）となる場合は何通りあるか求めよ。

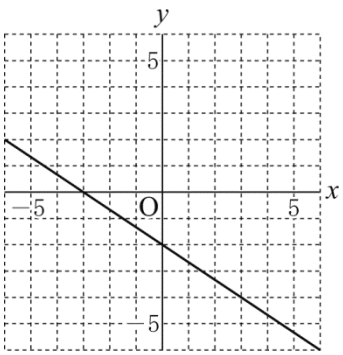
問３　碁石の並べ方が 100 通り以上になるような n の値のうち，最も小さいものを求めよ。

H27　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−京都(中)−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$x=$		
		問７			
		問８	ア　　イ　　ウ　　エ		
数−15−公−京都(中)−KY−02	2	問１	ア　　イ　　ウ		
		問２	ケーキ　　個　　プリン　　個		
数−15−公−京都(中)−KY−03	3	問１	∠BAE＝　　°		
			∠AGB＝　　°		
		問２	cm		
数−15−公−京都(中)−KY−04	4	問１	cm^3		
		問２	cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−京都(中)−KY−05	5	問１	$a=$		
			$y=$		
		問２			
		問３	E(　　,　　)		
数−15−公−京都(中)−KY−06	6	問１	通り		
		問２	$n=5$ のとき　　通り		
			白，黒 (○●) となる場合　　通り		
		問３	$n=$		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−京都(中)−K−01	1	問１	71	2	
		問２	$\frac{11x+9y}{12}$	2	$\frac{11}{12}x+\frac{3}{4}y$ も可
		問３	$-6\sqrt{3}$	2	
		問４	$8\sqrt{7}$	2	
		問５		2	
		問６	$x=2\pm\sqrt{6}$	2	完全解答
		問７	$\frac{3}{5}$	2	0.6 も可
		問８	㋑	2	
数−15−公−京都(中)−K−02	2	問１	ア　19　イ　2646　ウ　49	2	完全解答
		問２	ケーキ　11　個　プリン　8　個	2	完全解答
数−15−公−京都(中)−K−03	3	問１	∠BAE＝　36　°	1	
			∠AGB＝　72　°	1	
		問２	$(-2+2\sqrt{5})$　cm	2	(　　) なしも可
数−15−公−京都(中)−K−04	4	問１	$252\sqrt{2}$　cm^3	2	
		問２	$\sqrt{2}$　cm	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−京都(中)−K−05	5	問１	$a=\frac{3}{4}$	1	$a=0.75$ も可
			$y=\frac{3}{2}x+6$	1	
		問２	256π	2	
		問３	E(　2　,　15　)	2	
数−15−公−京都(中)−K−06	6	問１	5　通り	1	
		問２	$n=5$ のとき　　8　通り	1	
			白，黒 () となる場合　　3　通り	1	
		問３	$n=11$	2	

数-15-公-京都(中)-KS-01

1　問1　$5\times(-4)^2-3^2=5\times16-9=80-9=71$

問2　$\dfrac{5x-3y}{3}-\dfrac{3x-7y}{4}=\dfrac{4(5x-3y)-3(3x-7y)}{12}=\dfrac{20x-12y-9x+21y}{12}=\dfrac{11x+9y}{12}$

問3　$\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

問4　$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$　これに，$x=\sqrt{7}+2$，$y=\sqrt{7}-2$ を代入して，
$\{(\sqrt{7}+2)+(\sqrt{7}-2)\}\{(\sqrt{7}+2)-(\sqrt{7}-2)\}=2\sqrt{7}\times4=8\sqrt{7}$

問5　$2x+3y+6=0$　これを y について解くと，$3y=-2x-6$　$y=-\dfrac{2}{3}x-2$　よって，傾き$-\dfrac{2}{3}$，切片-2 の直線をかく。

問6　$(x-2)^2=6$　$x-2=\pm\sqrt{6}$　$x=2\pm\sqrt{6}$

問7　2 本の棒の取り出し方は，(1，2)，(1，4)，(1，8)，(1，16)，(1，32)，(2，4)，(2，8)，(2，16)，(2，32)，(4，8)，(4，16)，(4，32)，(8，16)，(8，32)，(16，32) の 15 通り。そのうち，和が 3 の倍数になるのは下線の 9 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

問8　最初に箱の中に入っていた白い玉の数を x 個とすると，$(x+80):80=50:9$　$9(x+80)=4000$
$9x+720=4000$　$9x=3280$　$x=364.444\cdots$　よって，白い玉はおよそ 360 個の(**イ**)となる。

数-15-公-京都(中)-KS-02

2　問1　買ったケーキを x 個，プリンを y 個とすると，買ったケーキとプリンの個数の和より，
$x+y=19\cdots①$　代金の合計より，$162x+108y=2646\cdots②$　②÷54 より，$3x+2y=49\cdots②'$

問2　①×2 より，$2x+2y=38\cdots①'$　②′－①′より，$x=11$　①に代入して，$11+y=19$　$y=8$
よって，ケーキは 11 個，プリンは 8 個

数-15-公-京都(中)-KS-03

3　問1　$\angle BOE=180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$　円周角の定理より，$\angle BAE=\dfrac{1}{2}\angle BOE=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$　$\overset{\frown}{BE}:\overset{\frown}{AF}$
$=2:4=1:2$ より，$\angle ABF=2\angle BAE=2\times36^\circ=72^\circ$　よって，$\angle AGB=180^\circ-36^\circ-72^\circ=72^\circ$

問2　△ABG において，$\angle ABG=\angle AGB=72^\circ$ より，AG＝AB＝4 cm　また，$\angle HAB=\angle ABD=\angle BAE=36^\circ$ より，△HAB において，HA＝HB　△BHG において，$\angle BGH=\angle BHG=72^\circ$ より，BG＝BH
ここで，HA＝HB＝BG＝x cm とすると，△ABG∽△BGH になっているので，AB：BG＝BG：GH
より，$4:x=x:(4-x)$　$4(4-x)=x^2$　$x^2+4x-16=0$　解の公式を利用して，
$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-16)}}{2\times1}=\dfrac{-4\pm4\sqrt{5}}{2}=-2\pm2\sqrt{5}$　$x>0$ より，$x=-2+2\sqrt{5}$ (cm)

数-15-公-京都(中)-KS-04

4　問1　△ABC において，$\angle ACB=90^\circ$ より，三平方の定理を利用して，$AC=\sqrt{18^2-6^2}=12\sqrt{2}$ (cm)
よって，水の体積は，$\triangle ABC\times7=\dfrac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times6\times7=36\sqrt{2}\times7=252\sqrt{2}$ (cm^3)

問2　四角形 ABED が底になるように置いたときの水の入っていない部分の体積は，$\dfrac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times6\times9=324\sqrt{2}$ (cm^3)　できる水面と AC，BC との交点をそれぞれ，G，H とすると，$\triangle CGH\times16=324\sqrt{2}$
$\triangle CGH=\dfrac{81\sqrt{2}}{4}$ (cm^2)　△CGH∽△ABC で，面積比は，$\dfrac{81\sqrt{2}}{4}:36\sqrt{2}=9:16=3^2:4^2$
よって，相似比は 3：4　C から AB にひいた垂線をひき，GH，AB との交点をそれぞれ，I，J とする。$\dfrac{1}{2}\times18\times CJ=36\sqrt{2}$　$CJ=4\sqrt{2}$ (cm)　CI：CJ＝3：4 より，CI：$4\sqrt{2}=3:4$　$CI=3\sqrt{2}$ (cm)
よって，求める高さ $IJ=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)

数-15-公-京都(中)-KS-05

5 **問１**　A(−2，3)は$y=ax^2$上の点より，$3=a\times(-2)^2$　$4a=3$　$a=\frac{3}{4}$　B は$y=\frac{3}{4}x^2$上の点で，x座標が 4 より，$y=\frac{3}{4}\times4^2=12$　B(4，12)　求める直線の式を$y=mx+n$とする。A(−2，3)，B(4，12）を通るから，傾きmは，$m=\frac{12-3}{4-(-2)}=\frac{3}{2}$　したがって，$y=\frac{3}{2}x+n$　この直線は A(−2，3) を通るから，$x=-2$，$y=3$を代入して整理すると，$n=6$

よって，求める式は$y=\frac{3}{2}x+6$

問２　点 C，D の座標を求めると，C(6，27)，D(6，15)　A から直線 CD に垂線をひき，交点を H とすると，H(6，3)　求める体積は，△CAH を直線 CD を軸に 1 回転してできる円すいから△DAH を直線 CD を軸に 1 回転してできる円すいの体積をひけばよい。よって，$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times24-\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times12$

$=512\pi-256\pi=256\pi(\mathrm{cm}^3)$

問３　平行線と比の性質を利用して，AB：BD＝(4＋2)：(6−4)＝6：2＝3：1　よって，△ABE：△EBD＝3：1　△ABE：(四角形 BDCE)＝3：5 より，△ABE：△EBD：△EDC＝3：1：4　よって，△EAD：△EDC＝4：4＝1：1　したがって，E は AC の中点となるので，E(2，15)

数-15-公-京都(中)-KS-06

6 **問１**　$n=4$のとき，○○○○，○○○●，○○●○，○●○○，○●○●の 5 通り。

問２　$n=5$のとき，○○○○○，○○○○●，○○○●○，○○●○○，○○●○●，○●○○○，○●○○●，○●○●○，の 8 通り。左端からの 2 個が○●になるのは 3 通り。

問３　前の並び方の右端の碁石に注目する。前の並び方の右端が白でも黒でも，右端に白い碁石を置くことができる。一方，前の並び方の右端が黒のときは右端に黒い碁石を置くことはできない。よって，下の表のように碁石の並べ方が変化するので，100 通り以上になるのは$n=11$のとき。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
右端の碁石が白	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	…
右端の碁石が黒	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	…
並び方の合計	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	…