H27　京都府(前)　公立　数学　問題

数-15-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$-8^2-4\times(-2)^2$　を計算せよ。

問２　$12\left(\frac{7}{4}x-\frac{4}{3}y\right)-4(2x-7y)$　を計算せよ。

問３　$(\sqrt{20}-\sqrt{80})^2$　を計算せよ。

問４　一次関数　$y=-\frac{3}{4}x$　のグラフに平行で，点 (8, −4) を通る直線の式を求めよ。

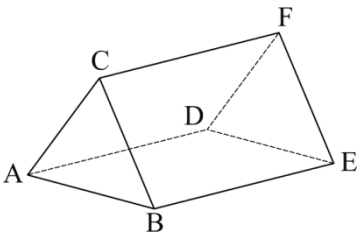
問５　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases}5x+2y=11\\4x-3y=18\end{cases}$$

問６　$ax^2-5ax-6a$　を因数分解せよ。

問７　二次方程式　$x^2-5x+3=0$　を解け。

問８　右の図のような三角柱 ABC−DEF において，直線 BC とねじれの位置にある直線を，次の(**ア**)～(**ク**)から**すべて**選べ。



(**ア**)　直線 AB　　(**イ**)　直線 AC　　(**ウ**)　直線 AD

(**エ**)　直線 BE　　(**オ**)　直線 CF　　(**カ**)　直線 DE

(**キ**)　直線 DF　　(**ク**)　直線 EF

問９　次の資料は，あるバスケットボール選手の 10 試合の得点（点）を示したものである。この得点の平均値と中央値（メジアン）をそれぞれ求めよ。

10 試合の得点（点）
7,　33,　15,　5,　13,　9,　11,　6,　8,　7

数-15-公-京都(前)-問-02

2　駅を出発した列車がまっすぐな線路上を一定の割合で加速しながら走行しているとき，列車が駅を出発してから x 秒間に走行した距離を y m とすると，y は x の 2 乗に比例し，$x=6$ のとき $y=9$ であった。

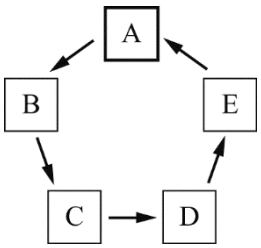
このとき，次の**問１**，**問２**に答えよ。

問１　y を x の式で表せ。また，x と y の関係を表すグラフをかけ。

問２　$x=14$ から $x=18$ までの，この列車の平均の速さは秒速何 m か求めよ。

数-15-公-京都(前)-問-03

3　右の図のような 5 つのマス A～E がある。また，1 から 6 までの目がある正六面体のさいころ P と，1 から 8 までの目がある正八面体のさいころ Q が 1 つずつある。マス A にコマを置き，どちらかのさいころ 1 つのみを投げたときは出た目の数だけ矢印の向きに 1 マスずつコマを進め，2 つのさいころを同時に投げたときは出た目の数の和だけ矢印の向きに 1 マスずつコマを進める。



このとき，次の**問１**，**問２**に答えよ。ただし，さいころ P の 1 から 6 までの目の出方と，さいころ Q の 1 から 8 までの目の出方は，それぞれ同様に確からしいものとする。

問１　2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，コマがマス A にちょうど止まる確率を求めよ。

問２　次の**(ア)**～**(ウ)**を値の**大きいものから順に記号で**書け。

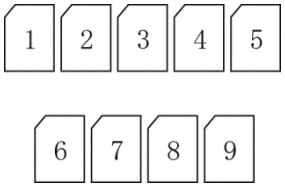
(ア)　さいころ P のみを 1 回投げるとき，コマがマス D にちょうど止まる確率

(イ)　さいころ Q のみを 1 回投げるとき，コマがマス D にちょうど止まる確率

(ウ)　2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，コマがマス D にちょうど止まる確率

数-15-公-京都(前)-問-04

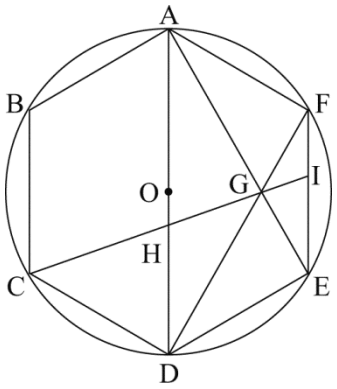
4 右の図のように，1 から 9 までの数が書かれたカードが 1 枚ずつある。この中から 3 枚のカードを 1 枚ずつ取り出し，そのカードに書かれた数を，取り出した順に百の位，十の位，一の位として 3 けたの整数をつくる。また，その整数の百の位と一の位の数を入れかえて別の整数をつくる。この 2 つの整数のうち，値が大きい方を M，小さい方を N とすると，$M-N$ は必ず 99 の倍数になる。このことを，M の百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c として証明せよ。



数-15-公-京都(前)-問-05

5 右の図のように，円 O の周を 6 等分する点 A，B，C，D，E，F を頂点とする正六角形 ABCDEF があり，1 辺の長さは 3 cm である。線分 AE と線分 DF の交点を G，2 点 C，G を通る直線と線分 AD，EF との交点をそれぞれ H，I とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　線分 AE の長さを求めよ。

問２　HG : GI を最も簡単な整数の比で表せ。

問３　AH : HD を最も簡単な整数の比で表せ。また，△CDH の面積を求めよ。

6 半径 4 cm の球を，中心 O を通る平面で切ってできる半球の形をした容器があり，右の**図１**のように，切り口を水平に保って満水にしてある。また，右の**図２**のように，頂点を A，底面の円の中心を B とする円錐(すい)の形をした鉄のおもりがあり，AB＝$3\sqrt{7}$ cm である。

このおもりを右の**図３**のように，底面を水平に保ったまま，線分 AB が点 O を通るように，おもりが容器に触れるまで静かに沈めたところ，水があふれ，AO＝$2\sqrt{7}$ cm となった。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，容器の厚さは考えないものとし，円周率はπとする。

図１

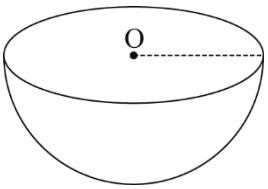


図２

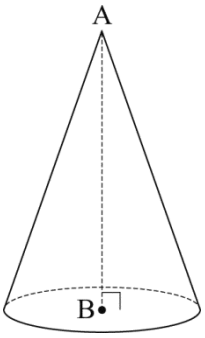
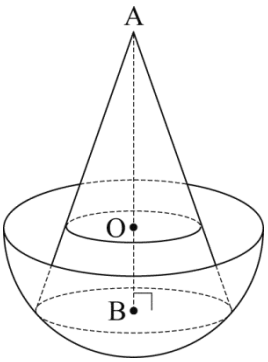


図３



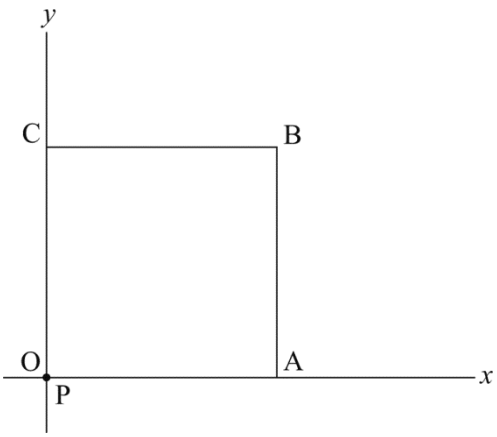
問１　**図１**の容器に入っている水の体積を求めよ。

問２　おもりの底面の円の半径を求めよ。

問３　容器に触れるまでおもりを沈めたとき，あふれた水の体積を求めよ。

7 右の**図１**のように，3 点 A，B，C があり，点 A の座標は（1，0），点 B の座標は（1，1），点 C の座標は（0，1）である。また，原点 O の位置に点 P があり，点 P は正方形 OABC の辺と内部をあわせた領域を，次の**＜規則＞**にしたがって動く。

図１



＜規則＞

・点 P は，原点 O を出発し，はじめは直線 $y=ax$ 上を進む。

・点 P は，頂点 A，B，C のいずれかに到達すると止まる。

・点 P は，正方形 OABC の頂点を除く辺に到達するとはね返り，新たな直線上を進む。その直線の傾きは，はね返る前に点 P が進んだ直線の傾きの符号を変えたものである。

点 P が原点 O を出発してから止まるまでにはね返る回数を X とする。たとえば，$a=2$ のとき，点 P は次の**図２**のように進み，$X=1$ となる。また，$a=\dfrac{1}{3}$ のとき，点 P は次の**図３**のように進み，$X=2$ となる。

このとき，下の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，$a>0$ とする。

図２

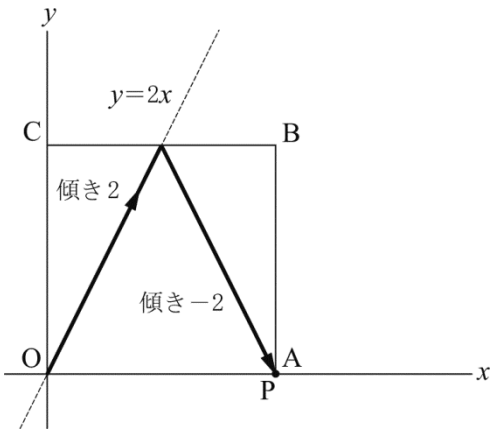
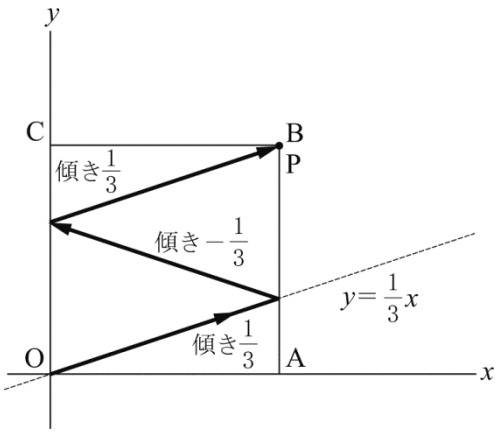


図３

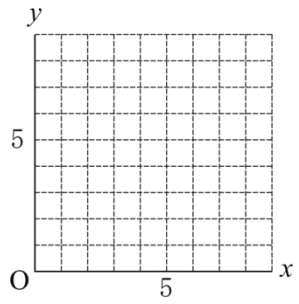


問１　$a=\dfrac{1}{5}$ のときの X の値を求めよ。また，$a=\dfrac{2}{3}$ のときの X の値を求めよ。

問２　m，n はともに正の整数で，1 以外に共通の約数をもたないものとする。$a=\dfrac{m}{n}$ と表したときの X の値を m，n を用いて表せ。

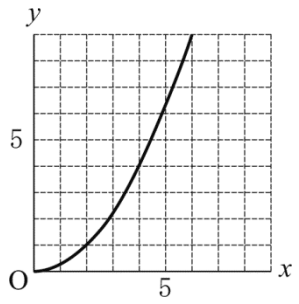
問３　a を有理数とするとき，$X=10$ となるような a の値を**すべて**求めよ。

H27　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-京都(前)-KY-01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４	$y=$			
		問５	$x=$　　，$y=$			
		問６				
		問７	$x=$			
		問８	ア　イ　ウ　エ　オ　カ　キ　ク			
		問９	平均値　　点	中央値(メジアン)　　点		
数-15-公-京都(前)-KY-02	2	問１	$y=$			
		問２	秒速　　m			
数-15-公-京都(前)-KY-03	3	問１				
		問２	(　　) → (　　) → (　　)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−京都(前)−KY−04	4					
数−15−公−京都(前)−KY−05	5	問１	cm			
		問２	HG : GI＝　　:			
		問３	AH : HD＝　　:	面積　　cm^2		
数−15−公−京都(前)−KY−06	6	問１	cm^3			
		問２	cm			
		問３	cm^3			
数−15−公−京都(前)−KY−07	7	問１	$a=\frac{1}{5}$ のとき　　$X=$			
			$a=\frac{2}{3}$ のとき　　$X=$			
		問２	$X=$			
		問３	$a=$			

数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−I−5−公−京都(前)−K−01	1	問１	-80		2	
		問２	$13x+12y$		2	
		問３	20		2	
		問４	$y=-\frac{3}{4}x+2$		2	
		問５	$x=3,\ y=-2$		2	完全解答
		問６	$a(x+1)(x-6)$		2	$a(x-6)(x+1)$ も可
		問７	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$		2	完全解答 $\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$ も可
		問８	㋒　　㋕　㋖		2	完全解答
		問９	平均値　　11.4　点	中央値 (メジアン)　　8.5　点	2 (各 1)	
数−I−5−公−京都(前)−K−02	2	問１	$y=\frac{1}{4}x^2$		3 (1，2)	$\frac{x^2}{4}$ も可
		問２	秒速　8　m		2	
数−I−5−公−京都(前)−K−03	3	問１	$\frac{3}{16}$		2	
		問２	(　イ　) → (　ウ　) → (　ア　)		2	完全解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-I5-公-京都(前)-K-04		問１	(例) 条件より，$M=100a+10b+c$　と表される。 また，　　$N=100c+10b+a$　と表される。 このとき， $M-N=(100a-10b+c)-(100c+10b+a)$ $=99(a-c)$ $a-c$ は整数だから，$99(a-c)$ は 99 の倍数である。 つまり，$M-N$ は 99 の倍数である。	3	
数-I5-公-京都(前)-K-05	5	問１	$3\sqrt{3}$　cm	2	
		問２	HG : GI＝2 : 1	2	
		問３	AH : HD＝3 : 2　　面積　$\frac{9\sqrt{3}}{5}$　cm^2	3 (2，1)	
数-I5-公-京都(前)-K-06	6	問１	$\frac{128}{3}\pi$　cm^3	2	$\frac{128\pi}{3}$ も可
		問２	3　cm	2	
		問３	$\frac{19\sqrt{7}}{3}\pi$　cm^3	2	$\frac{19\sqrt{7}\pi}{3}$ も可
数-I5-公-京都(前)-K-07	7	問１	$a=\frac{1}{5}$ のとき　　$X=4$ $a=\frac{2}{3}$ のとき　　$X=3$	2 (各 1)	
		問２	$X=m+n-2$	2	
		問３	$a=\frac{1}{11}$，$\frac{5}{7}$，$\frac{7}{5}$，11	3	完全解答, 順不同

数-15-公-京都(前)-KS-01

1　**問１**　$-8^2-4\times(-2)^2=-64-4\times4=-64-16=-80$

問２　$12\left(\frac{7}{4}x-\frac{4}{3}y\right)-4(2x-7y)=21x-16y-8x+28y=13x+12y$

問３　$(\sqrt{20}-\sqrt{80})^2=20-80+80=20$

問４　平行な直線の傾きは等しいので，求める式を $y=-\frac{3}{4}x+b$ とおく。この直線が(8，−4)を通るので，

$-4=-\frac{3}{4}\times8+b$　$b=2$　よって，$y=-\frac{3}{4}x+2$

問５　$5x+2y=11\cdots①$　$4x-3y=18\cdots②$とすると，①×3＋②×2 より，$23x=69$　$x=3$　①に代入して，$15+2y=11$　$2y=-4$　$y=-2$

問６　$ax^2-5ax-6a=a(x^2-5x-6)=a(x+1)(x-6)$

問７　解の公式に代入して，$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

問８　直線 BC とねじれの位置にある直線は，交わる直線 AC，直線 AB，直線 CF，直線 BE と平行である直線 EF を除いたものだから，直線 AD と直線 DE と直線 DF　したがって，**(ウ)**，**(カ)**，**(キ)**。

問９　小さい順に並べると，5，6，7，7，8，9，11，13，15，33　平均値は，
(5＋6＋7＋7＋8＋9＋11＋13＋15＋33)÷10＝11.4(点)　中央値はデータを小さい順に並べたときの 5 番目と 6 番目の値の平均だから，(8＋9)÷2＝8.5(点)

数-15-公-京都(前)-KS-02

2　**問１**　$y=ax^2$ に $x=6$，$y=9$ を代入して，$9=36a$　$a=\frac{1}{4}$　よって，求める式は，$y=\frac{1}{4}x^2$　グラフは原点を頂点とする(2，1)，(6，9) を通るような放物線を $x\geqq0$ で描く。

問２　列車の平均の速さは，変化の割合と一致する。$x=14$ のとき，$y=\frac{1}{4}\times14^2=49$　$x=18$ のとき，
$y=\frac{1}{4}\times18^2=81$　よって，平均の速さは，$\frac{81-49}{18-14}=\frac{32}{4}=8$ より，秒速 8 m

数-15-公-京都(前)-KS-03

3　**問１**　2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，目の出方は全部で 48(通り)。コマがマス A にちょうど止まるのは，2 つのさいころの目の和が 5 または 10 になるときで，目の出方は，
(P，Q)＝(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)，(2，8)，(3，7)，(4，6)，(5，5)，(6，4)の 9 通り。よって，
求める確率は，$\frac{9}{48}=\frac{3}{16}$

問２　**(ア)**　P の目が 3 のときの 1 通り。その確率は $\frac{1}{6}$

(イ)　Q の目が 3 か 8 のときの 2 通り。その確率は $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

(ウ)　P と Q のさいころの目の和が 3，8，13 になるときで，(P，Q)＝(1，2)，(2，1)，(1，7)，(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)，(5，8)，(6，7) の 10 通り。その確率は $\frac{10}{48}=\frac{5}{24}$

よって，$\frac{1}{6}<\frac{5}{24}<\frac{1}{4}$ だから，確率の大きいものから順に書くと**(イ)**→**(ウ)**→**(ア)**

数-15-公-京都(前)-KS-04

4　それぞれ $M=100a+10b+c$，$N=100c+10b+a$ と表せる。$M-N=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)$
$=99a-99c=99(a-c)$　$a-c$ は整数だから，$99(a-c)$は 99 の倍数である。よって，$M-N$ は必ず 99 の倍数になる。

数-15-公-京都(前)-KS-05

5 **問1**　△ADE において，AD は直径より∠AED＝90°　∠ADE＝60°より，AD：AE＝2：$\sqrt{3}$
よって，6：AE＝2：$\sqrt{3}$　AE＝$3\sqrt{3}$ (cm)

問2　AD // FE だから，HG：GI＝AG：GE＝AD：EF＝6：3＝2：1

問3　直線 AF と直線 CI を延長し，交点を K とする。AK // CD より，FK：DC＝GF：GD＝EF：AD
＝3：6＝1：2　FK：3＝1：2　FK＝$\frac{3}{2}$ (cm)　よって，AH：HD＝AK：DC＝$\left(3+\frac{3}{2}\right)$：3＝$\frac{9}{2}$：3
＝3：2　△CDH＝$\frac{2}{5}$△ACD＝$\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{5}$ (cm^2)

数-15-公-京都(前)-KS-06

6 **問1**　水の体積は，$\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times4^3=\frac{128}{3}\pi$ (cm^3)

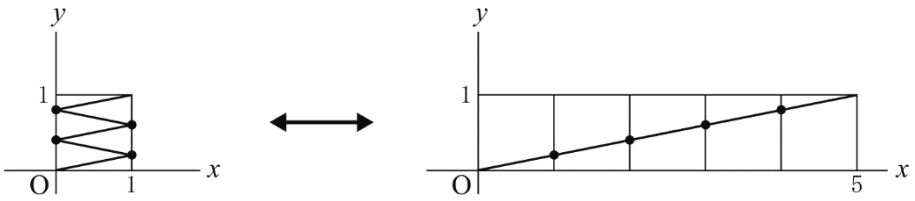
問2　OB＝$3\sqrt{7}-2\sqrt{7}=\sqrt{7}$ (cm)　おもりの底面の円周上の点を P とすると，OP＝4 cm　△OBP において，三平方の定理より，BP＝$\sqrt{4^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}$＝3　よって，求める半径は 3 cm

問3　おもりの体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{7}=9\sqrt{7}\pi$ (cm^3)　おもりの水面から出ている分とおもり全体は相似であり，相似比は 2：3 だから，体積比は 8：27　よって，あふれた水の体積はおもりの水面に沈んでいる部分の体積と一致し，おもり全体の体積の$\frac{19}{27}$倍である。よって，$9\sqrt{7}\pi\times\frac{19}{27}$
＝$\frac{19\sqrt{7}}{3}\pi$ (cm^3)

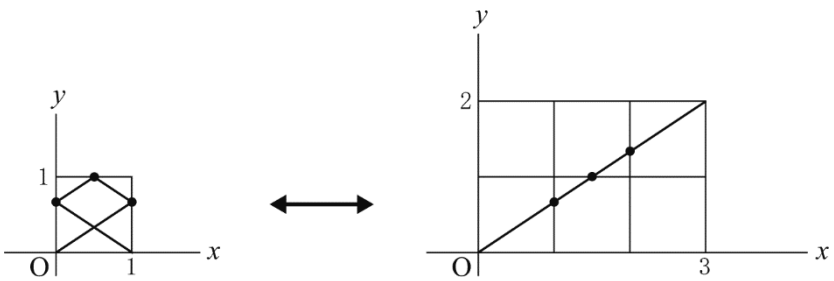
数-15-公-京都(前)-KS-07

7 **問1**　図のように，1 辺が 1 の正方形を並べると，X の値が求まりやすい。

$a=\frac{1}{5}$ のとき，横に 5 個，縦に 1 個の正方形を並べると，X＝4



$a=\frac{2}{3}$ のとき，横に 3 個，縦に 2 個の正方形を並べると，X＝3



問2　横に n 個，縦に m 個の正方形を並べると，縦の線との交点が $n-1$(個)，横の線との交点が $m-1$(個)だから，$X=m-1+n-1=m+n-2$

問3　$m+n-2=10$ より，$m+n=12$　m と n は 1 以外に共通の約数をもたないので，$(m,\ n)=(1,\ 11)$，$(5,\ 7)$，$(7,\ 5)$，$(11,\ 1)$　よって，$a=\frac{1}{11}$，$\frac{5}{7}$，$\frac{7}{5}$，11