H29　京都府(中)　公立　数学　問題

数-17-公-京都(中)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えよ。

問１　$(-2)^3-(-3^2)\times(-4)$　を計算せよ。

問２　$\frac{1}{2}(46a-3b)-\frac{2}{5}(35a-2b)$　を計算せよ。

問３　$\sqrt{18}+\sqrt{56}\div\sqrt{7}$　を計算せよ。

問４　次の連立方程式を解け。

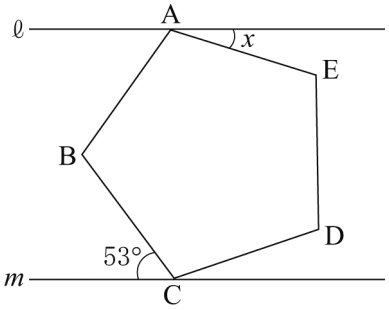
$$\begin{cases}4x+3y=1\\3x-2y=-12\end{cases}$$

問５　$(x+6)^2-13(x+6)+40$　を因数分解せよ。

問６　一次関数　$y=-\frac{3}{5}x+3$　のグラフをかけ。

問７　二次方程式　$4x^2-5x-1=0$　を解け。

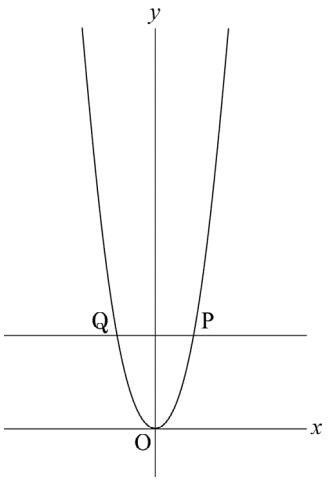
問８　次の図で，五角形 ABCDE は正五角形であり，$\ell /\!/ m$ である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



数-17-公-京都(中)-問-02

2 右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，直線 PQ は x 軸に平行である。点 P の x 座標を p とする。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，$p>0$ とする。



問１　点 Q の座標を p を用いて表せ。

問２　関数 $y=2x^2$ のグラフ上で x 座標が $2p$ である点を R とする。2 点 Q，R を通る直線の傾きが 7 のとき，p の値を求めよ。

数-17-公-京都(中)-問-03

3 箱の中に白玉と黒玉があわせて 10000 個入っている。A さんはこの箱の中に入っている黒玉の総数を調べるために，次の〈**実験**〉を何回かくり返し行った。

〈**実験**〉

箱の中の玉をよくかき混ぜ，箱の中から 30 個の玉を無作為に抽出し，その中にふくまれる黒玉の個数を数える。その後，抽出した玉をすべて箱の中にもどす。

右の表は，A さんが行った〈**実験**〉のすべての結果をまとめたものであり，黒玉の個数が 10 個の階級の相対度数は 0.16 であった。

黒玉の個数(個)	度数(回)
7	7
8	10
9	ア
10	8
11	4
12	2

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　A さんが行った〈**実験**〉の回数を求めよ。また，表中の ア に当てはまる数を求めよ。

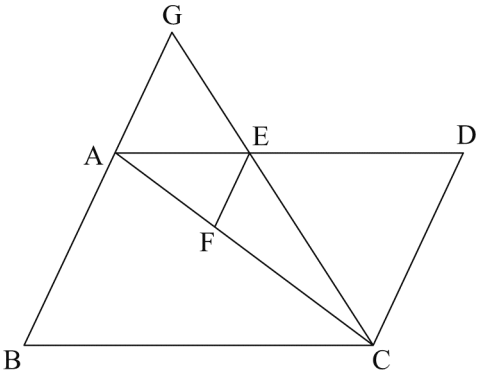
問２　次の文章は，表をもとに A さんが書いたものである。文章中の ① ・ ② に当てはまる数をそれぞれ求めよ。ただし，② に当てはまる数は小数第 1 位を四捨五入し，**整数**で求めること。

抽出した玉の中にふくまれる黒玉の個数の平均値は ① 個となる。この値から推測すると，箱の中に入っている黒玉の総数はおよそ ② 個と考えられる。

数-17-公-京都(中)-問-04

4 右の図のように, 平行四辺形 ABCD があり, AB＝5 cm である。辺 AD 上に点 E を AB＝DE となるようにとり, 点 E を通り直線 AB に平行な直線と対角線 AC との交点を F とすると，EF＝2 cm であった。また，2 点 C，E を通る直線と直線 AB との交点を G とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　AF : FC を最も簡単な整数の比で表せ。

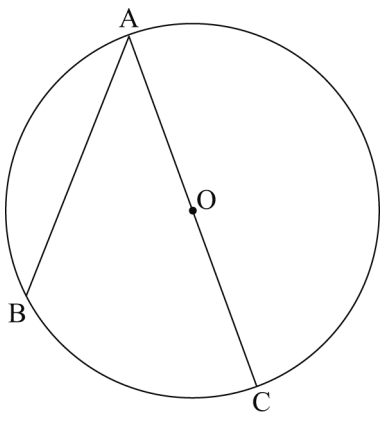
問２　線分 AG の長さを求めよ。

問３　点 D から直線 CE にひいた垂線と直線 CE との交点を H とするとき, △AEG と△BCH の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

数-17-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように，半径 6 cm の円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AC は円 O の直径である。また，AB＝9 cm である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　線分 BC の長さを求めよ。

問２　直線 AC を対称の軸として, 点 B と線対称な点を D とするとき，線分 BD の長さを求めよ。

問３　△ABC を，直線 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は，半径 6 cm の球の体積の何倍か求めよ。

6 右の**図１**のようなタイルＡとタイルＢを，次の**図２**のようにすき間なく規則的に並べて，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，…とする。

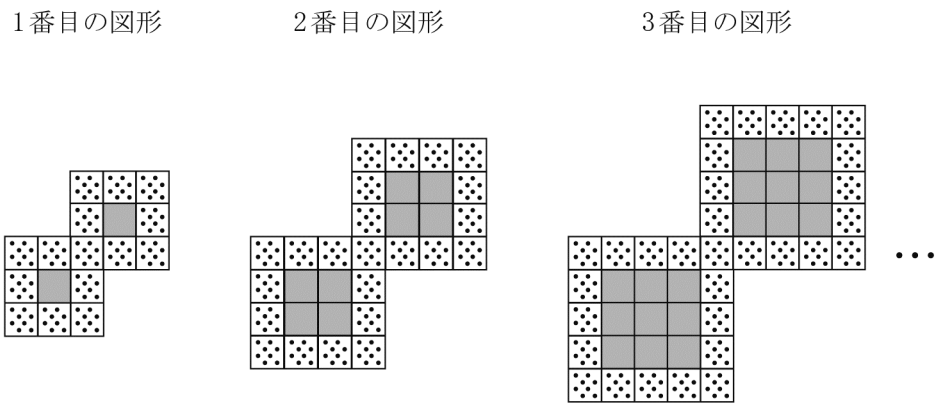
下の表は，それぞれの図形における，タイルＡの枚数とタイルＢの枚数についてまとめたものの一部である。

このとき，下の**問１・問２**に答えよ。

図１



図２

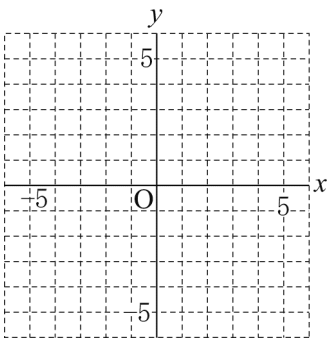


	１番目の図形	２番目の図形	３番目の図形	…
タイルＡの枚数(枚)	2	8	18	…
タイルＢの枚数(枚)	15	23	31	…

問１　n 番目の図形について，タイルＡの枚数とタイルＢの枚数を，それぞれ n を用いて表せ。

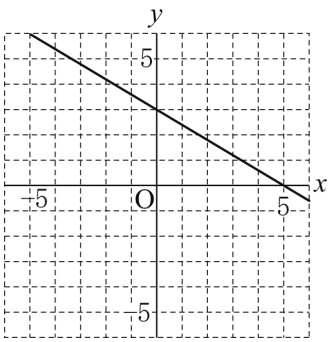
問２　タイルＡの枚数がタイルＢの枚数より 1043 枚多くなるのは，何番目の図形か求めよ。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５			
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	$\angle x=$　　°		
数-17-公-京都(中)-KY-02	2	問１	Q（　　，　　）		
		問２	$p=$		
数-17-公-京都(中)-KY-03	3	問１	回数　　回　ア		
		問２	①		
			②		
数-17-公-京都(中)-KY-04	4	問１	AF：FC＝　　：		
		問２	cm		
		問３	△AEG：△BCH＝　　：		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(中)-KY-05	5	問１	cm		
		問２	cm		
		問３	倍		
数-17-公-京都(中)-KY-06	6	問１	タイル A　　枚		
			タイル B　　枚		
		問２	番目の図形		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(中)-K-01	1	問1	-44	2	
		問2	$9a-\frac{7}{10}b$	2	$\frac{90a-7b}{10}$ も可
		問3	$5\sqrt{2}$	2	
		問4	$x=-2,\ y=3$	2	完全解答
		問5	$(x+1)(x-2)$	2	$(x-2)(x+1)$ も可
		問6		2	
		問7	$x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{8}$	2	完全解答, $\frac{5}{8}\pm\frac{\sqrt{41}}{8}$ も可
		問8	$\angle x=17$ °	2	
数-17-公-京都(中)-K-02	2	問1	Q $(-p,\ 2p^2)$	2	
		問2	$p=\frac{7}{2}$	2	3.5 も可
数-17-公-京都(中)-K-03	3	問1	回数　50　回　ア　19	2	完全解答
		問2 ①	8.96	1	
		問2 ②	2987	1	
数-17-公-京都(中)-K-04	4	問1	AF : FC＝2 : 3	2	
		問2	$\frac{10}{3}$ cm	1	
		問3	△AEG : △BCH＝8 : 15	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(中)-K-05	5	問１	$3\sqrt{7}$　cm	2	
		問２	$\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$　cm	2	
		問３	$\dfrac{63}{128}$　倍	2	
数-17-公-京都(中)-K-06	6	問１	タイルA　　$2n^2$　枚	1	
			タイルB　　$(8n+7)$　枚	1	(　　)なしも可
		問２	25　番目の図形	2	

数-17-公-京都(中)-KS-01

1　**問1**　$(-2)^3-(-3^2)\times(-4)=-8-(-9)\times(-4)=-8-36=-44$

問2　$\frac{1}{2}(46a-3b)-\frac{2}{5}(35a-2b)=23a-\frac{3}{2}b-14a+\frac{4}{5}b=23a-14a-\frac{15}{10}b+\frac{8}{10}b=9a-\frac{7}{10}b$

問3　$\sqrt{18}+\sqrt{56}\div\sqrt{7}=\sqrt{18}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

問4　$4x+3y=1$…①，$3x-2y=-12$…②とする。

①×2+②×3 より，$8x+9x=2-36$　$17x=-34$　$x=-2$…③

①に③を代入して，$4\times(-2)+3y=1$　$-8+3y=1$　$3y=9$　$y=3$

問5　$(x+6)^2-13(x+6)+40$　$x+6$ を M とおくと，

$M^2-13M+40=M^2+\{(-5)+(-8)\}M+(-5)\times(-8)=(M-5)(M-8)$

M を $x+6$ に戻して，$\{(x+6)-5\}\{(x+6)-8\}=(x+1)(x-2)$

問6　点(0，3)と，点(0，3)から右へ 5，下へ 3 進んだ点(5，0)を通る直線のグラフになる。

問7　解の公式より，$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}=\frac{5\pm\sqrt{41}}{8}$

問8　点 B を通り直線 ℓ に平行な直線を n とすると，$\ell\ /\!/\ m$，$\ell\ /\!/\ n$ より，$m\ /\!/\ n$ となる。

直線 n と辺 DE との交点を F とし，点 C より左側にある直線 m 上に点 G，点 A より左側にある直線 ℓ 上に点 H をとる。ここで，平行線の錯角は等しいから，$\angle FBC=\angle BCG=53^\circ$

正五角形の 1 つの外角の大きさは $360^\circ\div5=72^\circ$ だから，

正五角形の 1 つの内角の大きさは，$180^\circ-72^\circ=108^\circ$

よって，平行線の錯角は等しいから，$\angle BAH=\angle ABF=\angle ABC-\angle FBC=108^\circ-53^\circ=55^\circ$

したがって，$\angle x=180^\circ-(55^\circ+108^\circ)=17^\circ$

数-17-公-京都(中)-KS-02

2　**問1**　条件から，点 P の y 座標と点 Q の y 座標は等しくなり，この 2 点は y 軸について対称である。

よって，点 P の x 座標と点 Q の x 座標の絶対値は等しい。

$y=2x^2$ に $x=p$ を代入すると，$y=2p^2$ になるから，$P(p,\ 2p^2)$

したがって，$Q(-p,\ 2p^2)$

問2　$y=2x^2$ に $x=2p$ を代入すると，$y=2\times(2p)^2=8p^2$ になるから，$R(2p,\ 8p^2)$

2 点 Q，R を通る直線の傾きは，$\frac{8p^2-2p^2}{2p-(-p)}=\frac{6p^2}{3p}=2p$ と表される。

よって，$2p=7$　$p=\frac{7}{2}$

数-17-公-京都(中)-KS-03

3　**問1**　黒玉の個数が 10 個の階級の度数は 8 回で，その相対度数は 0.16 であるから，

A さんが行った〈**実験**〉の回数は，$8\div0.16=50$ (回)

また，表中の［ア］に当てはまる数は，$50-(7+10+8+4+2)=19$

問2　抽出した玉の中にふくまれる黒玉の個数の平均値は，

$(7\times7+8\times10+9\times19+10\times8+11\times4+12\times2)\div50=448\div50=8.96$ (個) (…①)

よって，抽出した玉の中にふくまれる黒玉の個数の割合は，$8.96\div30=\frac{112}{375}$

この値から推測すると，箱の中に入っている黒玉の総数は，$10000\times\frac{112}{375}=2986.6\cdots$ より，

小数第 1 位を四捨五入して，およそ 2987 個 (…②) と考えられる。

数-17-公-京都(中)-KS-04

4 **問1**　四角形 ABCD は平行四辺形だから，DC＝AB＝5 cm
AB // DC，AB // EF より，EF // DC だから，△AFE∽△ACD
よって，AF : AC＝EF : DC＝2 : 5 だから，AF : FC＝2 : (5−2)＝2 : 3

問2　DE＝AB＝5 cm より，△DEC は DE＝DC の二等辺三角形だから，∠DEC＝∠DCE
対頂角は等しいから，∠AEG＝∠DEC　平行線の錯角は等しいから，∠AGE＝∠DCE
よって，∠AEG＝∠AGE より，△AEG は AE＝AG の二等辺三角形である。
AE＝x cm とすると，△AFE∽△ACD より，AE : AD＝EF : DC
$x : (x+5)=2 : 5$　$5x=2(x+5)$　$5x=2x+10$　$3x=10$　$x=\dfrac{10}{3}$
したがって，AG＝AE＝$\dfrac{10}{3}$ cm

問3　AG // CD より，△AEG∽△DEC だから，相似比は，AE : DE＝$\dfrac{10}{3}$: 5＝2 : 3
よって，面積の比は，$2^2 : 3^2=4 : 9$ なので，△AEG＝4S とすると，△DEC＝9S
ここで，DA : DE＝(3＋2) : 3＝5 : 3 より，△DAC＝$\dfrac{5}{3}$△DEC＝$\dfrac{5}{3}\times 9S=15S$
よって，△EBC＝△ABC＝△DAC＝15S
△DEH と△DCH において，∠DHE＝∠DHC＝90°，DE＝DC，DH＝DH より，
直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから，△DEH≡△DCH
このことから，EH＝CH となり，△BCH＝$\dfrac{1}{2}$△BCE＝$\dfrac{1}{2}\times 15S=\dfrac{15}{2}S$
したがって，△AEG : △BCH＝4S : $\dfrac{15}{2}S$＝4 : $\dfrac{15}{2}$＝8 : 15

数-17-公-京都(中)-KS-05

5 **問1**　半円の弧に対する円周角は直角であるから，∠ABC＝90°
△ABC において，三平方の定理より，
$9^2+BC^2=(6+6)^2$　$BC^2=12^2-9^2$　$BC^2=63$　BC＞0 だから，BC＝$3\sqrt{7}$ cm

問2　条件より，BD⊥AC である。また，線分 BD と直線 AC との交点を E とすると，BE＝DE となる。
△ABC と△AEB において，∠ABC＝∠AEB＝90°，∠BAC＝∠EAB より，
2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△AEB　このことから，AC : AB＝BC : EB
$12 : 9=3\sqrt{7}$: EB　$12EB=27\sqrt{7}$　$EB=\dfrac{9\sqrt{7}}{4}$
よって，DE＝BE＝$\dfrac{9\sqrt{7}}{4}$ cm だから，BD＝BE＋DE＝$\dfrac{9\sqrt{7}}{4}+\dfrac{9\sqrt{7}}{4}=\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$ (cm)

問3　△ABC＝△ABE＋△CBE より，
△ABC を，直線 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は，
△ABE を，直線 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積と，
△CBE を，直線 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積の和になる。
よって，AE＝x cm とすると，$\dfrac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\dfrac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2\right\}\times x+\dfrac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\dfrac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2\right\}\times(12-x)$
$=\dfrac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\dfrac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2\right\}\times\{x+(12-x)\}=\dfrac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\dfrac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2\right\}\times 12=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{567}{16}\pi\times 12$
$=\dfrac{567}{4}\pi$ (cm^3)
半径 6 cm の球の体積は，$\dfrac{4}{3}\pi\times 6^3=288\pi$ (cm^3)
したがって，$\dfrac{567}{4}\pi\div 288\pi=\dfrac{63}{128}$ (倍)

6 **問１**　１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形のタイルＡの枚数は，それぞれ
$(1\times1)\times2=2$(枚)，$(2\times2)\times2=8$(枚)，$(3\times3)\times2=18$(枚)となるから，
n 番目の図形のタイルＡの枚数は，$(n\times n)\times2=2n^2$(枚)
また，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形のタイルの総数は，それぞれ
$(1+2)\times(1+2)\times2-1=17$(枚)，$(2+2)\times(2+2)\times2-1=31$(枚)，$(3+2)\times(3+2)\times2-1=49$(枚)
となるから，n 番目の図形のタイルの総数は，
$(n+2)\times(n+2)\times2-1=2(n+2)^2-1=2(n^2+4n+4)-1=2n^2+8n+8-1=2n^2+8n+7$(枚)
よって，n 番目の図形のタイルＢの枚数は，$(2n^2+8n+7)-2n^2=8n+7$(枚)

問２　求める図形を x 番目の図形とすると，**問１**より，
タイルＡの枚数は $2x^2$(枚)，タイルＢの枚数は $8x+7$(枚) と表される。
よって，$2x^2=(8x+7)+1043$　$2x^2-8x-1050=0$　$x^2-4x-525=0$　$(x+21)(x-25)=0$
$x=-21$，25　x は正の整数だから，$x=-21$ は問題にあわない。$x=25$ は問題にあっている。