H30　京都府(前)　公立　数学　問題

数-18-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$-2^2-8\div(-5)$　を計算せよ。

問２　$4a^2b\div\left(-\frac{2}{5}ab\right)\times 7b^2$　を計算せよ。

問３　$(2x-1)^2-(x+3)(x-6)$　を計算せよ。

問４　正三十角形の１つの内角の大きさを求めよ。

問５　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases}5x+4y=9\\2x+3y=-2\end{cases}$$

問６　$x=\sqrt{6}+2$，$y=\sqrt{6}-2$ のとき，x^2y-2xy　の値を求めよ。

問７　二次方程式　$3x^2-2x-5=0$　を解け。

問８　一次関数　$y=\frac{4}{3}x-7$　について，x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めよ。

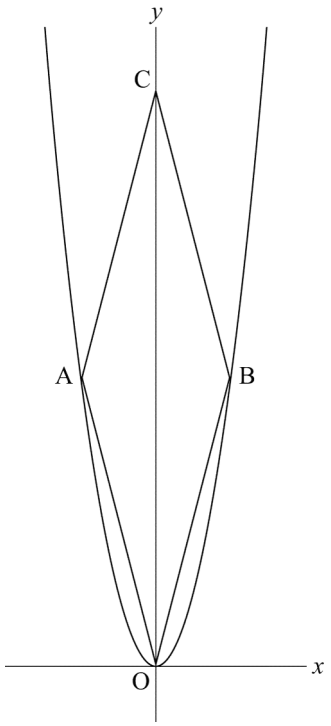
問９　右の資料は，中学生 6 人がある夏祭りで金魚すくいを 1 回ずつおこなったときにとった金魚の数（匹）を，少ない順に並べたものである。とった金魚の数の平均値と中央値（メジアン）が等しいとき，資料中の［X］に当てはまる数を求めよ。

とった金魚の数（匹）
2，2，5，［X］，13，15

数-18-公-京都(前)-問-02

2 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(−3, 12) がある。関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B，y 軸上に点 C を，四角形 OBCA がひし形となるようにとる。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　a の値を求めよ。

問２　直線 BC の式を求めよ。

問３　直線 BC 上に x 座標が正である点 D を，△ADC の面積が 12 となるようにとるとき，点 D の座標を求めよ。

数-18-公-京都(前)-問-03

3 カードが入った袋 A と袋 B がある。右の**図１**のように，袋 A には，数が 1 つ書かれたカードが 8 枚入っており，カードに書かれた数はそれぞれ，1，2，3，4，5，6，7，8 である。また，右の**図２**のように，袋 B には，数が 2 つ書かれたカードが 5 枚入っており，カードに書かれた数はそれぞれ，1 と 2，3 と 4，5 と 6，7 と 8，9 と 10 である。袋 A と袋 B からそれぞれ 1 枚ずつ，合計 2 枚のカードを取り出す。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，それぞれの袋において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１

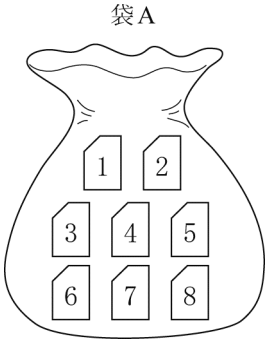
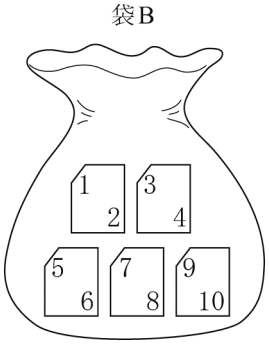


図２



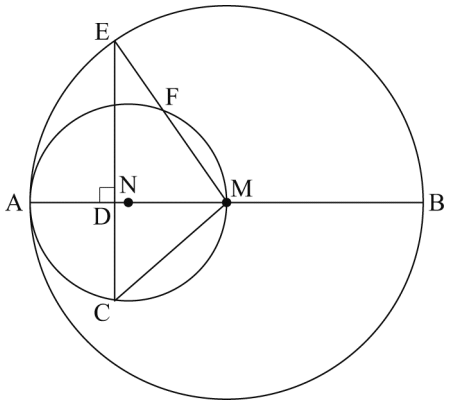
問１　取り出した 2 枚のカードに書かれた 3 つの数が，すべて異なる確率を求めよ。

問２　取り出した 2 枚のカードに書かれた 3 つの数の積が，8 の倍数となる確率を求めよ。

数-18-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，AB を直径とする円 M と，AM を直径とする円 N があり，AB＝8 cm である。円 N の周上に点 C を，CM＝3 cm となるようにとる。点 C から直線 AB にひいた垂線と直線 AB との交点を D とし，直線 CD と円 M との交点のうち，直線 AB に対して点 C と同じ側にないものを E とする。また，2 点 E，M を通る直線と円 N との交点のうち，M でないものを F とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　△DCM∽△CAM であることを証明せよ。

問２　△FMA と合同な三角形を，次の(**ア**)～(**ウ**)から 1 つ選べ。また，線分 FM の長さを求めよ。

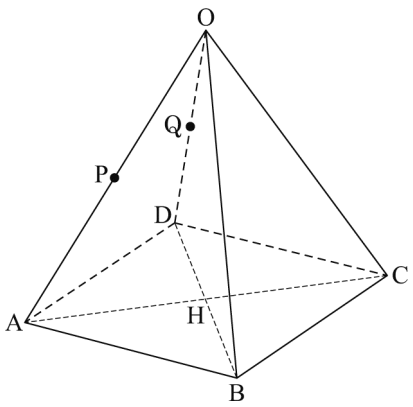
(**ア**)　△MCE　　(**イ**)　△DAE　　(**ウ**)　△DME

問３　直線 EM と円 M との交点のうち，E でないものを G とするとき，△MGB の面積を求めよ。

数-18-公-京都(前)-問-05

5 右の図のように，底面が 1 辺 6 cm の正方形で，ほかの辺がすべて $6\sqrt{3}$cm の正四角錐(すい)OABCD がある。底面の正方形 ABCD の対角線の交点を H とする。また，2 辺 OA，OD の中点をそれぞれ P，Q とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　線分 AH の長さを求めよ。また，正四角錐 OABCD の体積を求めよ。

問２　三角錐 OPBQ の体積を求めよ。

問３　2 点 O，H を通る直線と平面 PBCQ との交点を E とするとき，線分 OE の長さを求めよ。

6 右の**図１**のような 1 から 23 までの自然数のうちいずれか 1 つが書かれた 23 種類の玉と，**図２**のような**A**，**B**，**C**，**D**の 4 種類の箱が，それぞれたくさんある。

図１

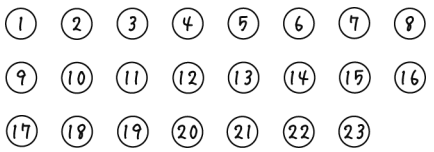
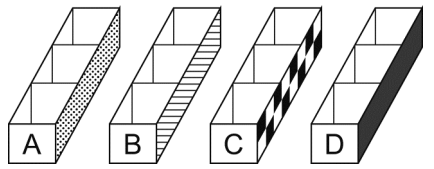


図２

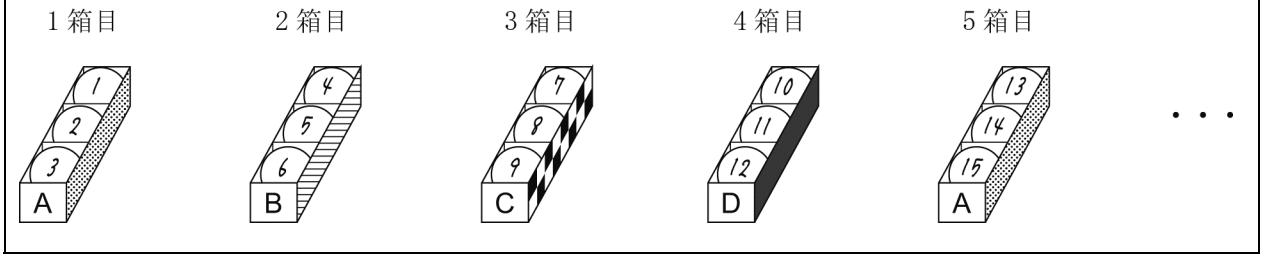


最初に，①，②，③ の順に 3 個の玉を取り，**A**の箱に入れる。次に，④，⑤，⑥ の順に 3 個の玉を取り，**B**の箱に入れる。このように，書かれた自然数が連続するように玉を取り，3 個ごとに，**A**，**B**，**C**，**D**の順に異なる種類の空の箱に入れることをくり返す。ただし，㉓ の玉の次は ① の玉を取るものとする。

次の**図３**のように，最初に玉を入れた箱から順に，1 箱目，2 箱目，3 箱目，4 箱目，5 箱目，…とする。

下の表は箱の中の玉と箱の種類の組み合わせを表したものの一部である。たとえば，8 箱目には，㉒，㉓，① の 3 個の玉が入っており，その箱の種類は**D**である。また，① の玉を，1 回目に入れるのは 1 箱目，2 回目に入れるのは 8 箱目である。

図３



	1箱目	2箱目	3箱目	4箱目	5箱目	6箱目	7箱目	8箱目	9箱目	…
箱の中の玉	①	④	⑦	⑩	⑬	⑯	⑲	㉒	②	…
	②	⑤	⑧	⑪	⑭	⑰	⑳	㉓	③	
	③	⑥	⑨	⑫	⑮	⑱	㉑	①	④	
箱の種類	A	B	C	D	A	B	C	D	A	…

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１ ㉓，①，② の 3 個の玉をはじめて同じ箱に入れるのは，何箱目か求めよ。また，その箱の種類を，**A**～**D**から 1 つ選べ。

問２ ① の玉を 8 回目に入れるのは，何箱目か求めよ。また，その箱の種類を，**A**～**D**から 1 つ選べ。

問３　次の文章は，(い) の玉をＡの箱に入れる場合について述べたものである。文章中の［ア］・［イ］に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

(い) の玉をＡの箱に 1 回目に入れるのは 1 箱目であり，(い) の玉をＡの箱に 2 回目に入れるのは［ア］箱目である。この続きを考えると，(い) の玉をＡの箱に 30 回目に入れるのは［イ］箱目である。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−京都(前)−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	°		
		問５	$x=$　　, $y=$		
		問６			
		問７	$x=$		
		問８			
		問９			
数−18−公−京都(前)−KY−02	2	問１	$a=$		
		問２	$y=$		
		問３	D$\left(\quad,\quad\right)$		
数−18−公−京都(前)−KY−03	3	問１			
		問２			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−京都(前)−KY−04	4	問１			
		問２	ア　　イ　　ウ		
			FM＝　　cm		
		問３	cm^2		
数−18−公−京都(前)−KY−05	5	問１	AH＝　　cm		
			体積　　cm^3		
		問２	cm^3		
		問３	cm		
数−18−公−京都(前)−KY−06	6	問１	箱目　箱の種類　A　B　C　D		
		問２	箱目　箱の種類　A　B　C　D		
		問３	ア		
			イ		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-18-公-京都(前)-大-01	1	問1	$-\frac{12}{5}$	2	−2.4 も可
		問2	$-70ab^2$	2	
		問3	$3x^2-x+19$	2	
		問4	168　°	2	
		問5	$x=5,\ y=-4$	2	完全解答
		問6	$2\sqrt{6}$	2	
		問7	$x=\frac{5}{3},\ -1$	2	完全解答，順不同
		問8	8	2	
		問9	11	2	
数-18-公-京都(前)-大-02	2	問1	$a=\frac{4}{3}$	2	
		問2	$y=-4x+24$	2	
		問3	D (1，20)	2	
数-18-公-京都(前)-大-03	3	問1	$\frac{4}{5}$	2	0.8 も可
		問2	$\frac{9}{20}$	2	0.45 も可

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−京都（前）−K−04	4	問１	(例) △DCM と△CAM で, 仮定より,　　∠CDM＝90° 半円の弧に対する円周角だから,　　∠ACM＝90° よって,　　∠CDM＝∠ACM　……① また，共通する角だから, ∠DMC＝∠CMA　……② ①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので, △DCM∽△CAM	3	
		問２	㋒	1	
			$FM=\frac{9}{4}$ cm	2	2.25 も可
		問３	$\frac{5\sqrt{7}}{2}$ cm^2	2	
数−18−公−京都（前）−K−05	5	問１	AH＝$3\sqrt{2}$ cm	1	
			体積　$36\sqrt{10}$ cm^3	1	
		問２	$\frac{9\sqrt{10}}{2}$ cm^3	2	
		問３	$2\sqrt{10}$ cm	3	
数−18−公−京都（前）−K−06	6	問１	16　箱目　　箱の種類　Ⓓ	2	完全解答
		問２	54　箱目　　箱の種類　Ⓑ	2	完全解答
		問３	ア　77	1	
			イ　913	2	

数-18-公-京都(前)-KS-01

1　問１　$-2^2-8\div(-5)=-4+\frac{8}{5}=-\frac{12}{5}$

問２　$4a^2b\div\left(-\frac{2}{5}\ ab\right)\times7b^2=4a^2b\div\left(-\frac{5}{2ab}\right)\times7b^2=-\frac{4a^2b\times5\times7b^2}{2ab}=-70ab^2$

問３　$(2x-1)^2-(x+3)(x-6)=4x^2-4x+1-(x^2-3x-18)=4x^2-4x+1-x^2+3x+18=3x^2-x+19$

問４　多角形の外角の和は 360°だから，正三十角形の１つの外角の大きさは，360°÷30＝12°
よって，正三十角形の１つの内角の大きさは，180°－12°＝168°

問５　$5x+4y=9$…①，$2x+3y=-2$…②とする。①×2－②×5 より，$-7y=28$　$y=-4$…③
②に③を代入して，$2x+3\times(-4)=-2$　$2x=10$　$x=5$

問６　$x^2y-2xy=xy(x-2)$に $x=\sqrt{6}+2$，$y=\sqrt{6}-2$ を代入すると，
$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)\{(\sqrt{6}+2)-2\}=(6-4)\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

問７　２次方程式の解の公式より，$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}=\frac{2\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{2\pm8}{6}=\frac{5}{3}$，$-1$

問８　１次関数の変化の割合は直線の傾きと等しいから，$\frac{4}{3}$
(変化の割合)$=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ だから，(y の増加量)＝(変化の割合)×(x の増加量)$=\frac{4}{3}\times6=8$

問９　X に当てはまる数を $x(5\leqq x\leqq13)$，平均値と中央値を y 匹とすると，
平均値について，$\frac{2+2+5+x+13+15}{6}=y$　$x+37=6y$…①
中央値(メジアン)について，$\frac{5+x}{2}=y$　$5+x=2y$…②
①，②を連立方程式として解いて，$x=11$，$y=8$

数-18-公-京都(前)-KS-02

2　問１　点 A(－3，12)は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，$12=a\times(-3)^2$　$9a=12$　$a=\frac{4}{3}$

問２　四角形 OBCA はひし形だから，対角線 AB は対角線 OC の垂直二等分線となる。
よって，線分 AB は x 軸に平行だから，点 B の y 座標は点 A の y 座標と等しく 12 となり，B(3，12)
対角線 AB は対角線 OC との交点を M とすると M(0，12)で，2OM＝OC＝24 だから，C(0，24)
したがって，直線 BC の式を $y=mx+24$ として $x=3$，$y=24$ を代入すると，$24=m\times3+24$　$m=-4$
よって，$y=-4x+24$

問３　AB＝3－(－3)＝6，CM＝OM＝12 だから，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times12=36$
よって，$\triangle ADC=12$ のとき，$\triangle ABD=36-12=24$ だから，点 D を線分 AB との距離を h とすると，
$\triangle ABD$ の面積について，$\frac{1}{2}\times6\times h=24$　$h=8$
したがって，点 D の y 座標は，12＋8＝20　点 D は直線 BC 上の点だから，D(1，20)

数-18-公-京都(前)-KS-03

3　問１　カードの取り出し方は，8×5＝40(通り)　取り出した 2 枚のカードに書かれた 3 つの数に同じ数が含まれている取り出し方は，(1，1　2)，(2，1　2)，(3，3　4)，(4，3　4)，(5，5　6)，(6，5　6)，(7，7　8)，(8，7　8)の 8 通りだから，取り出した 2 枚のカードに書かれた 3 つの数がすべて異なる取り出し方は，40－8＝32(通り)　よって，求める確率は，$\frac{32}{40}=\frac{4}{5}$

問２　袋Ａから取り出したカードが 1, 3, 5, 7 のとき，袋Ｂから取り出したカードが 7　8 であればよいので，4×1＝4(通り)
袋Ａから取り出したカードが 2, 6 のとき，袋Ｂから取り出したカードが 3　4, 7　8 であればよいので，2×2＝4(通り)
袋Ａから取り出したカードが 4, 8 のとき，袋Ｂから取り出したカードは 5 枚のうちどれでもよいので，2×5＝10(通り)
よって，求める確率は，$\frac{4+4+10}{40}=\frac{9}{20}$

数-18-公-京都(前)-KS-04

4　**問１**　半円の弧に対する円周角が 90°になることに注目するとよい。

問２　△FMA と△DME において，半円の弧に対する円周角だから，∠AFM＝90°
仮定より，∠EDM＝90°なので，∠AFM＝∠EDM＝90°…①
円 M の半径だから，MA＝ME…②　共通な角だから，∠AMF＝∠EMD…③
①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので，△FMA≡△DME　よって，FM＝DM…④
また，**問１**より，△DCM∽△CAM だから，DM：CM＝CM：AM　DM：3＝3：4　$DM=\frac{9}{4}$ (cm)
よって，④より $FM=\frac{9}{4}$ (cm)

問３　△MEA と△MGB において，円 M の半径だから，MA＝MB…①，ME＝MG…②
対頂角は等しいから，∠AME＝∠BMG…③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△MEA≡△MGB
△DME において，三平方の定理より，$ED=\sqrt{4^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2}=\frac{5\sqrt{7}}{4}$ (cm)だから，
$\triangle MGB=\triangle MEA=\frac{1}{2}\times4\times\frac{5\sqrt{7}}{4}=\frac{5\sqrt{7}}{2}$ (cm²)

数-18-公-京都(前)-KS-05

5　**問１**　△ABH は AH＝BH，∠AHB＝90°の直角二等辺三角形なので，$AH=AB\times\frac{1}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$ (cm)
OH⊥面 ABCD より，∠OHA＝90°だから，△OAH において，三平方の定理より，$OH=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{10}$ (cm)　よって，正四角錐(すい)OABCD の体積は，$\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{10}=36\sqrt{10}$ (cm³)

問２　(正四角錐 OABCD の体積)：(三角錐 OABD の体積)＝(四角形 ABCD の面積)：△ABD＝2：1 だから，三角錐 OABD の体積は，$36\sqrt{10}\div2=18\sqrt{10}$ (cm³)　(三角錐 OABD の体積)：(三角錐 OPBD の体積)＝△OAD：△OPD＝2：1 だから，三角錐 OPBD の体積は，$18\sqrt{10}\div2=9\sqrt{10}$ (cm³)　(三角錐 OPBD の体積)：(三角錐 OPBQ の体積)＝△OPD：△OPQ＝2：1 だから，三角錐 OPBQ の体積は，$9\sqrt{10}\div2=\frac{9\sqrt{10}}{2}$ (cm³)

問３　線分 OH と線分 CP との交点が E となる。点 P から線分 AC に引いた垂線と線分 AC との交点を I とすると，三角形と比の定理より，PI：OH＝AP：AO＝1：2　$PI=3\sqrt{10}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (cm)
△OAC は OA＝OC の二等辺三角形だから，AH＝CH であり，AI：IH＝AP：PO＝1：1 だから，CH：CI＝2：3　よって，EH：PI＝2：3 だから，$EH=\frac{3\sqrt{10}}{2}\times\frac{2}{3}=\sqrt{10}$ (cm)
したがって，$OE=3\sqrt{10}-\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ (cm)

数-18-公-京都(前)-KS-06

6　**問１**　m を自然数とすると，㉓，①，②の 3 個が入っている箱の前には，$23m+22$(個)の玉が使われている。1 箱に玉が 3 個ずつ入っていることから，$23m+22$ は 3 の倍数であり，そのような m のうち最も小さい値は $m=1$ のときである。よって，㉓，①，②の 3 個が入っている箱の前には，23×1＋22＝45(個)の玉が使われており，使われた箱は，45÷3＝15(箱)　よって，求める箱は 16 箱目。

問２　8 回目に入れる①の玉は，全体で，23×7＋1＝162(個目)の玉である。162÷3＝54 より，①の玉を 8 回目に入れる箱は 54 箱目。箱は 4 種類あるので，箱の番号を 4 でわった余りが 1 のとき A，余りが 2 のとき B，余りが 3 のとき C，4 でわりきれるとき D だから，54÷4＝13 余り 2 より B の箱。

問３　まず 2 回目に①，②，③の 3 個が同じ箱に入るのが何箱目かを考える。n を自然数とすると，①，②，③の 3 個が入っている箱の前には，$23n$ 個の玉が使われている。1 箱に玉が 3 個ずつ入っていることから，$23n$ は 3 の倍数であり，そのような n のうち最も小さい値は $n=3$ のときである。よって，①，②，③の 3 個が入っている箱の前には，23×3＝69(個)の玉が使われており，使われた箱は，69÷3＝23(箱)　よって，2 回目に①，②，③の 3 個が同じ箱に入るのは 24 箱目であり，このことから，玉の入り方は 23 箱ごとに同じ並びを繰り返すことがわかる。また，箱の種類は 4 箱ごとに同じ並びを繰り返すので，23×4＝92(箱)ごとに玉の並びと箱の並びが同じ順に繰り返すことがわかる。

ここで，はじめの 23 箱について，①が入っている箱は，1，8，16(箱目)だから，23 箱ごとに玉の並びが同じになることに注意して，はじめの 92 箱について，①が入っている箱は，1，8，16，24，31，39，47，54，62，70，77，85(箱目)　このうち，箱の番号を 4 でわったあまりが 1 となるのは，1，77，85(箱目)だから，①の玉を A の箱に 2 回目に入れるのは 77 箱目である。

①の玉を A の箱に入れることは 92 箱ごとに 3 回ずつ起きるので，30 回目に入れるのは，92×9＋85＝913(箱目)である。