H31　京都府(中)　公立　数学　問題

数-19-公-京都(中)-問-01

1　次の問１～問８に答えよ。

問１　$(-6)^2-4^2\div 2$　を計算せよ。

問２　$\dfrac{3a+1}{4}-\dfrac{4a-7}{6}$　を計算せよ。

問３　$\sqrt{27}+\sqrt{24}\times\sqrt{8}$　を計算せよ。

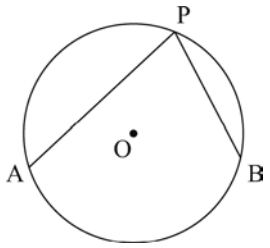
問４　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x=2+y \\ 9x-5y=2 \end{cases}$$

問５　$3a^2-24a+48$　を因数分解せよ。

問６　直線　$y=-\dfrac{2}{3}x+5$　に平行で，点$(-6,\ 2)$ を通る直線の式を求めよ。

問７　右の図のように，円Ｏの周上に３点Ａ，Ｂ，Ｐがあり，∠APB＝75°である。円周角∠APB に対する$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さが 4πcm であるとき，円Ｏの周の長さを求めよ。



問８　３枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも１枚は表が出る確率を求めよ。ただし，それぞれの硬貨の表裏の出方は，同様に確からしいものとする。

数-19-公-京都(中)-問-02

2 ある中学校では，生徒の通学時間を調査している。次の**表**は，3 年 1 組の生徒全員の通学時間を調査した結果を，度数分布表に整理したものである。また，次の**資料**は，3 年 2 組の生徒全員の通学時間を調査した結果を，通学時間の短い順に並べたものである。

このとき，下の**問１**～**問３**に答えよ。

表　3 年 1 組の生徒の通学時間

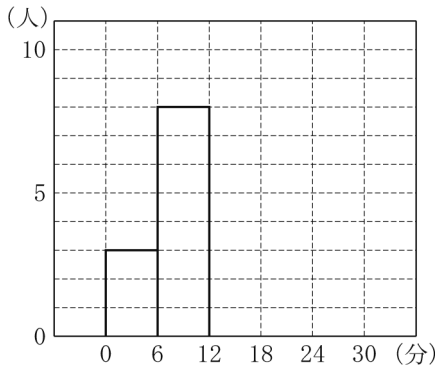
通学時間 (分) 以上 未満	度数 (人)
0 ～ 6	5
6 ～ 12	11
12 ～ 18	6
18 ～ 24	5
24 ～ 30	2
計	29

資料　3 年 2 組の生徒の通学時間（分）

3，4，5，6，7，8，9，9，10，10，
11，12，12，13，13，13，14，15，15，16，
16，18，19，20，20，21，22，22，25，27

問１　**表**について，中央値がふくまれる階級の階級値を求めよ。

問２　右の図は，3 年 2 組の生徒全員の通学時間をヒストグラムに表したものの一部であり，0 分以上 6 分未満の階級と 6 分以上 12 分未満の階級までかいてある。残りの階級について，答案用紙の図に必要な線をかき入れて，ヒストグラムを完成させよ。ただし，ヒストグラムをぬりつぶす必要はない。



問３　**表**および**資料**から必ずいえるものを，次の（**ア**）～（**オ**）から**すべて**選べ。

（**ア**）　通学時間が 18 分未満の生徒の人数は，3 年 1 組の方が 3 年 2 組よりも 1 人だけ少ない。

（**イ**）　通学時間が 24 分以上の生徒の，学級全体の生徒に対する割合は，3 年 1 組の方が 3 年 2 組より大きい。

（**ウ**）　3 年 1 組の通学時間が 6 分以上 18 分未満の生徒の人数と，3 年 2 組の通学時間が 12 分以上 24 分未満の生徒の人数は等しい。

（**エ**）　3 年 1 組と 3 年 2 組を合わせた生徒 59 人のうち，通学時間が最も短い生徒は，通学時間が 3 分の生徒である。

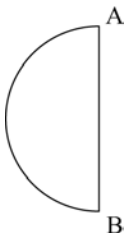
（**オ**）　3 年 1 組と 3 年 2 組を合わせた生徒 59 人の通学時間を長い順に並べたとき，値の大きい方から数えて 16 番目の通学時間は 18 分である。

数-19-公-京都(中)-問-03

3 右の**図１**のように，AB を直径とする半円があり，AB＝3 cm である。この半円を，直線 AB を回転の軸として 1 回転させてできる立体を X とする。また，右の**図２**のように，台形 CDEF があり，CD＝$\frac{5}{3}$cm，CF＝2 cm，DE＝$2\sqrt{5}$cm，∠C＝∠F＝90 °である。

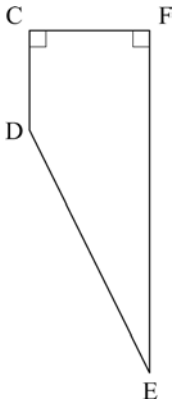
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

図１



問１　立体 X の表面積を求めよ。また，辺 EF の長さを求めよ。

図２



問２　台形 CDEF を，直線 EF を回転の軸として 1 回転させてできる立体を Y とするとき，立体 X と立体 Y の体積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

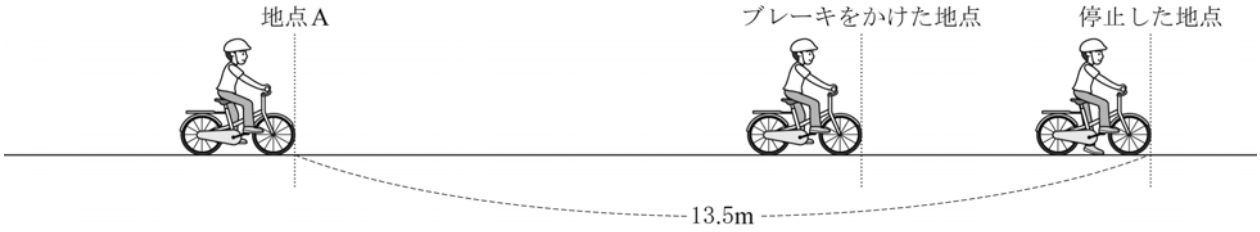
数-19-公-京都(中)-問-04

4 自転車に乗っている人がブレーキをかけるとき，ブレーキがきき始めてから自転車が止まるまでに走った距離を制動距離といい，この制動距離は速さの 2 乗に比例することが知られている。太郎さんの乗った自転車が秒速 2 m で走るときの制動距離は 0.5 m であった。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　太郎さんの乗った自転車が秒速 x m で走るときの制動距離を y m とする。y を x の式で表せ。また，x が 5 から 7 まで変化するとき，y の増加量は x の増加量の何倍か求めよ。

問２　次の図のように，太郎さんの乗った自転車が一定の速さで走っており，地点 A を越えてから 1.5 秒後にブレーキをかけると，自転車は地点 A から 13.5 m のところで停止した。このとき，ブレーキをかける直前の自転車の速さは秒速何 m か求めよ。ただし，自転車の大きさについては考えないものとし，ブレーキはかけた直後からきき始めるものとする。

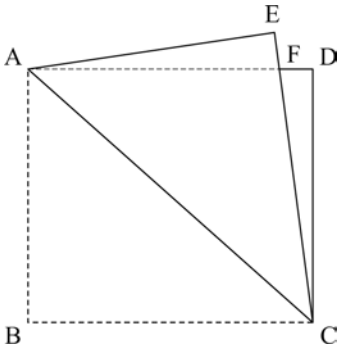


数-19-公-京都(中)-問-05

5 右の**図１**のように，AB＜BC である長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り返し，点 B が移った点を E，線分 AD と線分 CE の交点を F とする。次に，右の**図２**のように，折り返した部分をもとにもどす。線分 BD と線分 AC，線分 CF との交点をそれぞれ G，H とすると，CH＝12 cm，GH＝8 cm である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

図１

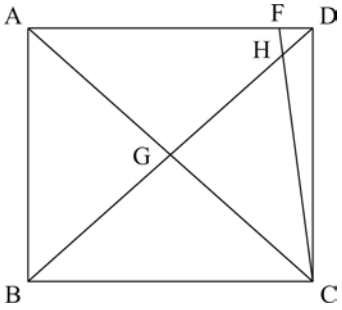


問１　∠BCG と大きさが等しい角を，次の（**ア**）～（**カ**）から**すべて**選べ。

（**ア**）　∠CBG　　（**イ**）　∠CDH　　（**ウ**）　∠DFH

（**エ**）　∠DHF　　（**オ**）　∠FDH　　（**カ**）　∠GCH

図２



問２　線分 BG の長さを求めよ。

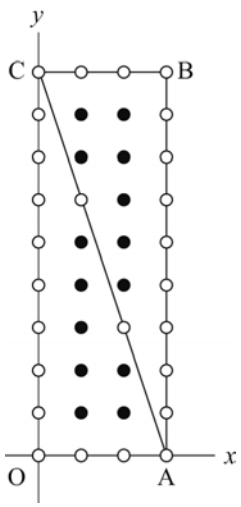
問３　△DFH の面積を求めよ。

数-19-公-京都(中)-問-06

6 m を自然数とする。原点 O，A(m，0)，B(m，3m)，C(0，3m) の 4 つの点を頂点とする長方形 OABC がある。長方形 OABC の周上および対角線 AC 上にある，x 座標，y 座標がともに整数である点を ○ で表し，白い点とよぶことにする。また，△OAC および△ABC の内部にある，x 座標，y 座標がともに整数である点を ● で表し，黒い点とよぶことにする。

右の図のように，たとえば，m＝3 のとき，白い点の個数は 26 個，黒い点の個数は 14 個である。

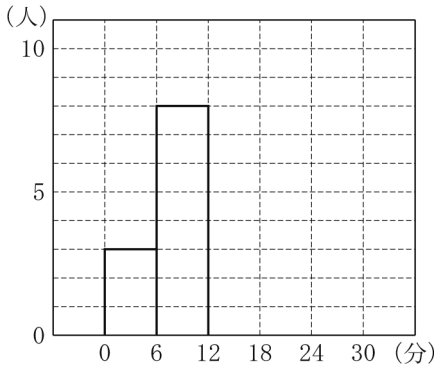
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。



問１　m＝4 のとき，白い点の個数および黒い点の個数を求めよ。

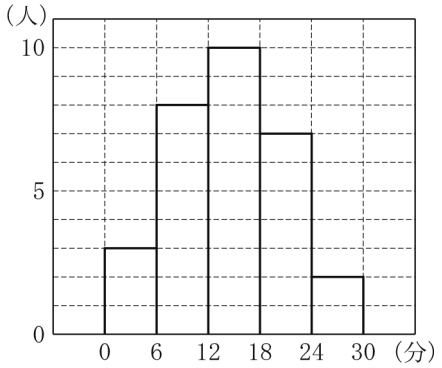
問２　白い点の個数が 458 個である m の値を求めよ。また，そのときの黒い点の個数を求めよ。

H31　京都府(中)　公立　**数学　解答用紙**

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５			
		問６	$y=$		
		問７	cm		
		問８			
数-19-公-京都(中)-KY-02	2	問１	分		
		問２	必要な線をかき入れて，ヒストグラムを完成させよ。ただし，ヒストグラムをぬりつぶす必要はない。  		
		問３	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
数-19-公-京都(中)-KY-03	3	問１	表面積　　cm^2		
			EF＝　　cm		
		問２	立体Xの体積：立体Yの体積＝　　：		
数-19-公-京都(中)-KY-04	4	問１	$y=$		
			倍		
		問２	秒速　　m		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-京都(中)-KY-05	5	問１	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ　　カ		
		問２	cm		
		問３	cm^2		
数-19-公-京都(中)-KY-06	6	問１	白い点　　個　　黒い点　　個		
		問２	m＝		
			黒い点　　個		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-京都(中)-K-01	1	問１	28	2	
		問２	$\frac{a+17}{12}$	2	$\frac{a}{12}+\frac{17}{12}$も可
		問３	$11\sqrt{3}$	2	
		問４	$x=-2,\ y=-4$	2	完全解答
		問５	$3(a-4)^2$	2	
		問６	$y=-\frac{2}{3}x-2$	2	
		問７	$\frac{48}{5}\pi$　cm	2	$\frac{48\pi}{5}$も可
		問８	$\frac{7}{8}$	2	0.875 も可
数-19-公-京都(中)-K-02	2	問１	9　分	1	
		問２	必要な線をかき入れて，ヒストグラムを完成させよ。ただし，ヒストグラムをぬりつぶす必要はない。 	2	
		問３	㋑　　㋒　　㋔	2	完全解答
数-19-公-京都(中)-K-03	3	問１	表面積　9π　cm^2	1	
			EF$=\frac{17}{3}$　cm	1	
		問２	立体 X の体積：立体 Y の体積＝3：8	2	
数-19-公-京都(中)-K-04	4	問１	$y=\frac{1}{8}x^2$	1	
			$\frac{3}{2}$　倍	2	1.5 倍も可
		問２	秒速　6　m	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−19−公−京都（中）−木−05	5	問１	㋐　　㋕　　㋖	1	完全解答
		問２	10　cm	2	
		問３	$\frac{5\sqrt{7}}{12}$　cm^2	3	
数−19−公−京都（中）−木−06	6	問１	白い点　35　個　　黒い点　30　個	1	完全解答
		問２	$m=51$	2	
			黒い点　7550　個	1	

数-19-公-京都(中)-KS-01

1　問１　$(-6)^2-4^2\div 2=36-16\div 2=36-8=28$

問２　$\dfrac{3a+1}{4}-\dfrac{4a-7}{6}=\dfrac{3(3a+1)}{12}-\dfrac{2(4a-7)}{12}=\dfrac{9a+3}{12}-\dfrac{8a-14}{12}=\dfrac{a+17}{12}$

問３　$\sqrt{27}+\sqrt{24}\times\sqrt{8}=3\sqrt{3}+8\sqrt{3}=11\sqrt{3}$

問４　$x=2+y$……①，$9x-5y=2$……②とおく。①を②に代入すると，$9(2+y)-5y=2$　$18+9y-5y=2$　$4y=-16$　$y=-4$　$y=-4$ を①に代入すると，$x=-2$

問５　$3a^2-24a+48=3(a^2-8a+16)=3(a^2-2\times 4a+4^2)=3(a-4)^2$

問６　$y=-\dfrac{2}{3}x+5$ に平行だから，傾きは$-\dfrac{2}{3}$である。よって，求める直線の式を $y=-\dfrac{2}{3}x+b$ とおくと，この直線は点$(-6,\ 2)$を通るから，$2=-\dfrac{2}{3}\times(-6)+b$　$b=-2$　したがって，$y=-\dfrac{2}{3}x-2$

問７　円 O の周の長さを $x$cm とすると，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さは $x\times\dfrac{75}{180}$と表され，その長さが 4πだから，$x\times\dfrac{75}{180}=4\pi$　$x=\dfrac{48}{5}\pi$(cm)

問８　3 枚の硬貨を同時に投げるとき，表裏の出方は全部で 8 通りある。そのうち，すべて裏が出るのは 1 通りだから，その確率は$\dfrac{1}{8}$　よって，求める確率は，$1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

数-19-公-京都(中)-KS-02

2　問１　3 年 1 組の生徒数は 29 人だから，中央値は通学時間が短い方から数えて 15 番目である。よって，中央値がふくまれる階級の階級値は，$\dfrac{6+12}{2}=9$(分)である。

問２　3 年 2 組の生徒全員の通学時間を度数分布表にまとめると下のようになる。今回は**資料**が通学時間の短い順に並べられているので，度数分布表をかかなくてもヒストグラムをかきやすいが，通学時間がばらばらにかかれているときは，表にまとめておくとヒストグラムがかきやすくなる。

通学時間（分）	度数（人）
以上　未満 0 ～ 6	3
6 ～ 12	8
12 ～ 18	10
18 ～ 24	7
24 ～ 30	2
計	30

問３　（**ア**）　通学時間が 18 分未満の生徒の人数は，3 年 1 組が 5＋11＋6＝22(人)で，3 年 2 組が 3＋8＋10＝21(人)であるから，3 年 1 組の方が 3 年 2 組よりも 1 人だけ多い。よって，誤り。

（**イ**）　通学時間が 24 分以上の生徒の数は，3 年 1 組も 3 年 2 組も 2 人だが，3 年 2 組の方が生徒数が多いから，学級全体の生徒に対する割合は，3 年 1 組の方が大きい。よって，正しい。

（**ウ**）　3 年 1 組の通学時間が 6 分以上 18 分未満の生徒の人数は，11＋6＝17(人)で，3 年 2 組の通学時間が 12 分以上 24 分未満の生徒の人数は，10＋7＝17(人)だから，等しい。よって，正しい。

（**エ**）　3 年 1 組の生徒の中に通学時間が 3 分より短い生徒がいる可能性があるので，最も短い通学時間が 3 分であるとはいえない。よって，誤り。

（**オ**）　通学時間が 18 分以上の生徒の人数は，59 人中 5＋2＋7＋2＝16(人)である。**資料**を見ると，通学時間が 18 分の生徒がいるから，値の大きい方から数えて 16 番目の通学時間は 18 分である。よって，正しい。

数-19-公-京都(中)-KS-03

3 問１　立体 X は半径$\frac{3}{2}$cm の球だから，その表面積は，$4\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=9\pi(\text{cm}^2)$

頂点 D から辺 EF に垂線を下ろし，その交点を H とする。$\text{FH}=\text{CD}=\frac{5}{3}\text{cm}$　また，△DEH において，三平方の定理より，$\text{EH}^2=(2\sqrt{5})^2-2^2=16$　EH＞0 より，EH＝4(cm)　よって，$\text{EF}=4+\frac{5}{3}=\frac{17}{3}(\text{cm})$

問２　立体 X の体積は，$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{9}{2}\pi(\text{cm}^3)$　立体 Y の体積は，半径 2cm の円を底面にもつ高さ$\frac{5}{3}$cm の円柱と半径 2cm の円を底面にもつ高さ 4cm の円錐の体積の和だから，

$\pi\times2^2\times\frac{5}{3}+\frac{1}{3}\pi\times2^2\times4=12\pi(\text{cm}^3)$

よって，立体 X と立体 Y の体積比は，$\frac{9}{2}\pi:12\pi=3:8$

数-19-公-京都(中)-KS-04

4 問１　求める式を $y=ax^2$ とおく。秒速 2m で走るときの制動距離は 0.5m だから，$0.5=4a$　$a=\frac{1}{8}$

よって，求める式は $y=\frac{1}{8}x^2$

また，x が 5 から 7 まで変化するとき，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{1}{8}\times(7^2-5^2)\div(7-5)=\frac{1}{16}\times24=\frac{3}{2}$(倍)

問２　ブレーキをかける直前の自転車の速さを秒速 xm とする。1.5 秒の間に進んだ距離は 1.5xm だから，ブレーキをかけた地点から停止した地点までの距離は，$(13.5-1.5x)$m である。$13.5-1.5x=\frac{1}{8}x^2$

$x^2+12x-108=0$　$(x+18)(x-6)=0$　$x>0$ より，$x=6$　これは，問題に合っている。よって，ブレーキをかける直前の自転車の速さは，秒速 6m である。

数-19-公-京都(中)-KS-05

5 問１　△GBC は二等辺三角形だから，∠BCG＝∠CBG……(**ア**)　また，AD//BC より，平行線の錯角は等しいから，∠FDH＝∠CBG　よって，∠BCG＝∠FDH……(**オ**)　さらに，△FAC は二等辺三角形だから，∠GCH＝∠FAC で，平行線の錯角が等しいことから，∠BCG＝∠FAC

よって，∠BCG＝∠GCH……(**カ**)

問２　BG＝$x$cm とおくと，△CHG∽△BHC より，CH：BH＝HG：HC　12：$(x+8)$＝8：12　$x+8=18$

$x=10$(cm)

問３　△BCH において，∠GCH＝∠BCG より，直線 CG は∠BCH の二等分線である。

よって，BG：GH＝BC：CH　10：8＝BC：12　BC＝15(cm)

△BCD において，三平方の定理より，$\text{CD}=\sqrt{20^2-15^2}=5\sqrt{7}$(cm)

△BCH と△DFH の相似比は，18：2＝9：1 だから，$\text{DF}=\frac{1}{9}\text{BC}=\frac{5}{3}$(cm)，FH：HC＝1：9

よって，$\triangle\text{DFH}=\frac{1}{10}\triangle\text{CDF}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times5\sqrt{7}=\frac{5\sqrt{7}}{12}(\text{cm}^2)$

数-19-公-京都(中)-KS-06

6 問１　$m=4$ のとき，A(4，0)，B(4，12)，C(0，12)である。白い点と黒い点の個数の合計は，$(12+1)\times(4+1)=65$(個)　白い点は，$(12+1)\times2+(4-1)\times3=35$(個)だから，黒い点は，$65-35=30$(個)

問２　A(m，0)，B(m，3m)，C(0，3m)のとき，白い点は，$(3m+1)\times2+(m-1)\times3=9m-1$(個)である。白い点の個数は 458 個だから，$9m-1=458$　$m=51$

白い点と黒い点の個数の合計は，$(3m+1)(m+1)$個だから，$m=51$ を代入すると，$154\times52=8008$(個)

よって，黒い点の個数は，$8008-458=7550$(個)