Ｒ２　京都府(前)　公立　数学　問題

数-20-公-京都(前)-問-01

1　次の問１～問９に答えよ。

問１　$8\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2-(-4^2)$　を計算せよ。

問２　$\frac{4a-3}{6}-\frac{6a-5}{9}$　を計算せよ。

問３　$\frac{2}{3}x^2y^3\div\left(-\frac{1}{8}xy\right)\div\frac{4}{9}y$　を計算せよ。

問４　半径 4 cm，面積 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ のおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。

問５　連立方程式　$\begin{cases}ax-by=23\\2x-ay=31\end{cases}$　の解が $x=5$，$y=-3$ であるとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

問６　$a=\sqrt{30}-6$ のとき，$a^2+12a+35$　の値を求めよ。

問７　二次方程式　$3x^2-8x-4=0$　を解け。

問８　$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると対応する y の値も増加する関数を，次の(**ア**)～(**カ**)から**すべて**選べ。

(**ア**)　$y=2x$　　(**イ**)　$y=-2x$　　(**ウ**)　$y=2x-1$

(**エ**)　$y=-2x+1$　　(**オ**)　$y=2x^2$　　(**カ**)　$y=-2x^2$

問９　白玉が 4 個，黒玉が 2 個入っている袋がある。この袋から玉を 1 個取り出し，それを袋にもどさずに，玉をもう 1 個取り出す。このとき，黒玉が少なくとも 1 個は袋に残る確率を求めよ。ただし，袋に入っているどの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

2 ある中学校では,生徒が図書室で借りた本の冊数を調べている。右の表は，1 年生 50 人と 3 年生 40 人が 1 か月間に図書室で借りた本の冊数をそれぞれ調べた結果を,度数分布表に整理したものである。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

冊数(冊)	1年生	3年生
	度数(人)	度数(人)
以上　未満		
0 ～ 2	2	0
2 ～ 4	6	0
4 ～ 6	10	X
6 ～ 8	8	2
8 ～ 10	15	Y
10 ～ 12	5	6
12 ～ 14	2	4
14 ～ 16	1	6
16 ～ 18	1	Z
計	50	40

問１　1 年生 50 人が図書室で借りた本の冊数の中央値として考えられるものを,次の(**ア**)～(**オ**)から**すべて**選べ。

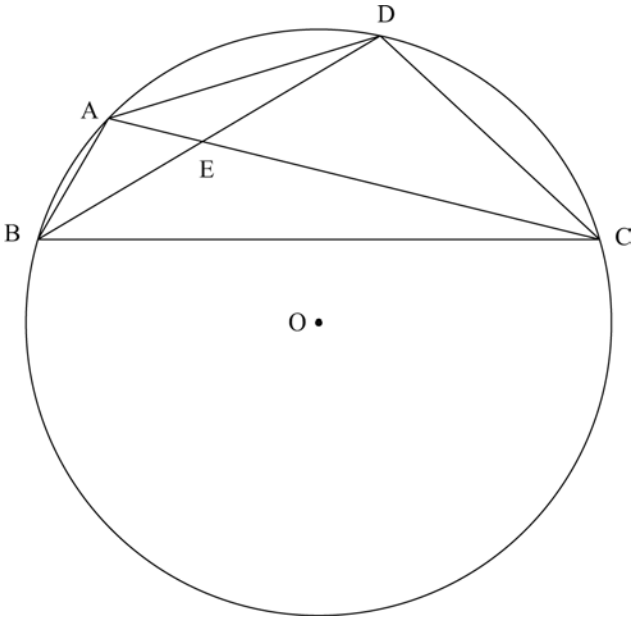
（**ア**） 6 冊　　（**イ**） 6.5 冊　　（**ウ**） 7 冊　　（**エ**） 7.5 冊　　（**オ**） 8 冊

問２　1 年生が図書室で借りた本の冊数の相対度数と 3 年生が図書室で借りた本の冊数の相対度数を比べると，冊数が 4 冊以上 6 冊未満の階級の相対度数は等しく，冊数が 8 冊以上 10 冊未満の階級の相対度数は3年生の方が大きかった。また,3年生が図書室で借りた本の冊数の最大の値は16冊であった。このとき，表中の X ～ Z に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

数-20-公-京都(前)-問-03

3 右の図のように, 円 O の周上に 4 点 A, B, C, D がこの順にある。線分 AC と線分 BD の交点を E とする。また, AD＝CD＝12 cm, DE＝9 cm である。

このとき, 次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　△ABD∽△EAD であることを証明せよ。

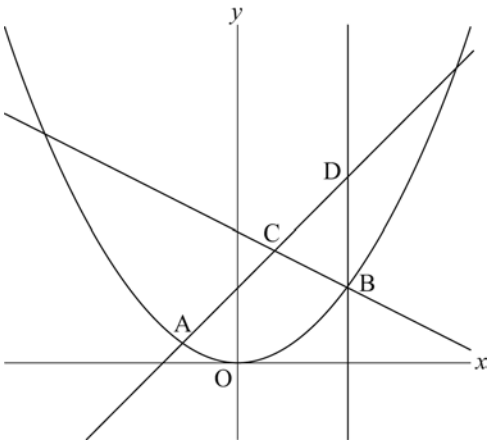
問２　線分 BE の長さを求めよ。

問３　∠ACD＝30 °のとき，線分 AC の長さを求めよ。また，このときの△ABC の面積を求めよ。

数-20-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。点 A の x 座標は負であり，点 B の x 座標は 6 である。点 B を通る直線 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 上に x 座標が 2 である点 C をとる。また，2 点 A，C を通る直線と点 B を通り y 軸と平行な直線との交点を D とすると，AC：CD＝5：4 であった。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　a の値を求めよ。また，点 A の x 座標を求めよ。

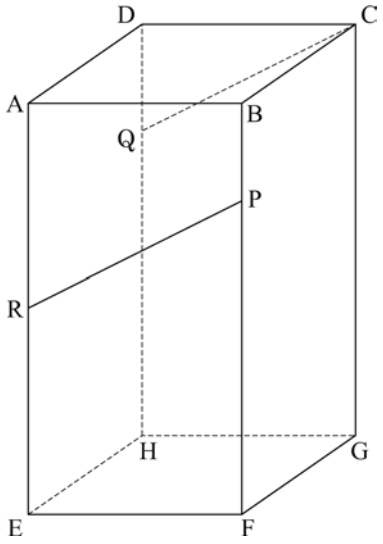
問２　直線 AC の式を求めよ。

問３　直線 AC 上に x 座標が正である点 E を，四角形 OBCA と△OEA の面積が等しくなるようにとるとき，点 E の座標を求めよ。

数-20-公-京都(前)-問-05

5 右の図のように，直方体 ABCD－EFGH があり，AB＝AD＝6 cm，AE＝12 cm である。2 点 P，Q をそれぞれ辺 BF，DH 上に BP＝DQ＝3 cm となるようにとる。また，辺 AE 上に点 R を CQ // PR となるようにとる。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　線分 PQ の長さを求めよ。

問２　四角形 CQRP の面積を求めよ。また，直線 CQ と直線 PR の距離を求めよ。

問３　線分 AF と線分 PR との交点を S とし，線分 SF の中点を M とする。このとき，三角錐(すい)MCQP の体積を求めよ。

数-20-公-京都(前)-問-06

6 1，2，3，4，5，6，7，8，9 の数が書かれた箱が 1 個ずつと，たくさんの赤玉がある。これらの箱に，次の**〈規則〉**にしたがって赤玉を入れる操作を行う。

〈規則〉

・n は 1 から始まる連続した自然数とする。
・n 回目の操作では，n の約数を求め，その約数のうち 9 以下の数について，その数と同じ数が書かれた箱にそれぞれ 1 個ずつ赤玉を入れるものとする。
・箱に入れた玉は取り出さないものとする。

たとえば，1 回目の操作では，1 の数が書かれた箱に赤玉を 1 個入れる。2 回目の操作では，1，2 の数が書かれた箱にそれぞれ 1 個ずつ赤玉を入れる。また，10 回目の操作では，1，2，5 の数が書かれた箱にそれぞれ 1 個ずつ赤玉を入れる。

次の表は，1 回目から 6 回目までの操作後，それぞれの箱に入っている赤玉の個数をまとめたものである。

	それぞれの箱に入っている赤玉の個数								
	1 の数が書かれた箱	2 の数が書かれた箱	3 の数が書かれた箱	4 の数が書かれた箱	5 の数が書かれた箱	6 の数が書かれた箱	7 の数が書かれた箱	8 の数が書かれた箱	9 の数が書かれた箱
1 回目の操作後	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2 回目の操作後	2	1	0	0	0	0	0	0	0
3 回目の操作後	3	1	1	0	0	0	0	0	0
4 回目の操作後	4	2	1	1	0	0	0	0	0
5 回目の操作後	5	2	1	1	1	0	0	0	0
6 回目の操作後	6	3	2	1	1	1	0	0	0

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　次の文中の［ア］・［イ］に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

6 の数が書かれた箱に入っている赤玉の個数は，［ア］回目の操作ではじめて 3 個になり，［イ］回目の操作ではじめて 4 個になる。

問２　a 回目の操作で，3 の数が書かれた箱に入っている赤玉の個数は，はじめて b 個になり，そこから 85 回目の操作で 8 の数が書かれた箱に入っている赤玉の個数は，はじめて b 個になった。このときの a と b の値をそれぞれ求めよ。

問３　黄玉をたくさん用意し，267 回目の操作からは赤玉のかわりに黄玉を使って同様の操作を続けた。黄玉を使い始めてから，4 の数が書かれた箱に入っている赤玉の個数と，9 の数が書かれた箱に入っている黄玉の個数がはじめて等しくなるときの，4 の数が書かれた箱に入っている黄玉の個数を求めよ。

Ｒ２　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	°		
		問５	$a=$　　，$b=$		
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ　　カ		
		問９			
数-20-公-京都(前)-KY-02	2	問１	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
		問２	X　　Y　　Z		
数-20-公-京都(前)-KY-03	3	問１			
		問２	cm		
		問３	AC＝　　cm		
			面積　　cm^2		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-京都(前)-KY-04	4	問１	$a=$		
			点 A の x 座標		
		問２	$y=$		
		問３	E (　　,　　)		
数-20-公-京都(前)-KY-05	5	問１	cm		
		問２	面積　　cm^2		
			距離　　cm		
		問３	cm^3		
数-20-公-京都(前)-KY-06	6	問１	ア　　イ		
		問２	$a=$　　$b=$		
		問３	個		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-京都(前)-K-01	1	問１	34	2	
		問２	$\frac{1}{18}$	2	
		問３	$-12xy$	2	
		問４	135　°	2	
		問５	$a=7,\ b=-4$	2	完全解答
		問６	29	2	
		問７	$x=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{3}$	2	完全解答, $\frac{4}{3}\pm\frac{2\sqrt{7}}{3}$も可
		問８	㋐　　㋒　　㋕	2	完全解答
		問９	$\frac{14}{15}$	2	
数-20-公-京都(前)-K-02	2	問１	㋐　　㋑　　㋒	2	完全解答
		問２	X　8　Y　13　Z　1	3 (各 1)	
数-20-公-京都(前)-K-03	3	問１	(例) △ABD と△EAD で, 共通な角だから，∠ADB＝∠EDA　……① 仮定より，△DAC は二等辺三角形だから, ∠ACD＝∠EAD $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角は等しいから, ∠ACD＝∠ABD よって,　∠ABD＝∠EAD　……② ①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので, △ABD∽△EAD	3	
		問２	7　cm	2	
		問３	AC＝$12\sqrt{3}$　cm	1	
			面積　$28\sqrt{3}$　cm^2	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-京都(前)-ｷ-04	4	問１	$a=\frac{1}{9}$	2	
			点 A の x 座標　-3	1	
		問２	$y=x+4$	2	
		問３	E (9,　13)	2	
数-20-公-京都(前)-ｷ-05	5	問１	$6\sqrt{2}$　cm	1	
		問２	面積　$18\sqrt{6}$　cm^2	2	
			距離　$\frac{6\sqrt{30}}{5}$　cm	1	
		問３	27　cm^3	3	
数-20-公-京都(前)-ｷ-06	6	問１	ア　18　イ　24	1	完全解答
		問２	$a=$　51　$b=$　17	2	完全解答
		問３	147　個	2	

数-20-公-京都(前)-KS-01

1　【小問集合】

〈京都府（前期)〉

①　計算問題を中心とした小問集合。

②　基本事項からの出題となるので，ここでのミスは極力避けたい。過去問演習でわからないところがあればすべて解決していくこと。

問４　中心角を x ° とすると，$4^2\pi\times\frac{x}{360}=6\pi$　これを解いて，$x=135$ °

問６　$a+6=\sqrt{30}$として，両辺を 2 乗すると，$(a+6)^2=30$　整理して，　$a^2+12a+36=30$

よって，$a^2+12a+35=29$

問９　袋に入っている玉を白 A，白 B，白 C，白 D，黒 A，黒 B とする。

黒玉が 1 個も袋に残らないのは, 取り出した 2 個の玉がともに黒玉であるときで, その取り出し方は,（1 個目，2 個目）と表記すると，（黒 A，黒 B)，（黒 B，黒 A）の 2 通り。

玉の取り出し方は全部で 6×5＝30（通り）あるので，黒玉が袋に残らない確率は，$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

よって，黒玉が少なくとも 1 個は袋に残る確率は，$1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

数-20-公-京都(前)-KS-02

2　【資料の整理】

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値 0.2＝

問２　冊数が 4 冊以上 6 冊未満の階級の相対度数は，1 年生：$\frac{10}{50}=0.2$，3 年生：$\frac{X}{40}$であり，これらは等しいので，$0.2=\frac{X}{40}$　すなわち，X＝8

また，冊数が 8 冊以上 10 冊未満の階級の相対度数は，1 年生：$\frac{15}{50}=0.3$ であり，

3 年生の方が大きいので，40×0.3＝12 より，Y＞12…①

さらに，3 年生は全員で 40 人なので，Y＋Z＝14…②であり，3 年生が借りた本の冊数の最大値は 16 冊であることから Z≧1…③

よって，①，②，③より，条件を満たす Y，Z の値は Y＝13，Z＝1 しかない。

数-20-公-京都(前)-KS-03

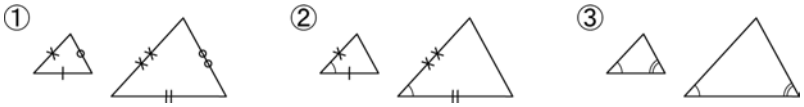
3　【平面図形】

ポイント》三角形の相似条件をまとめよう！

①　3 組の辺の比がすべて等しい。

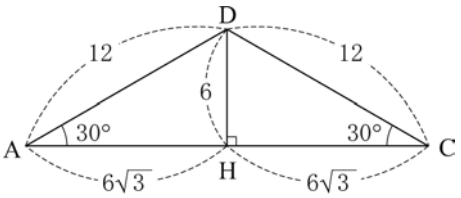
②　2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

③　2 組の角がそれぞれ等しい。



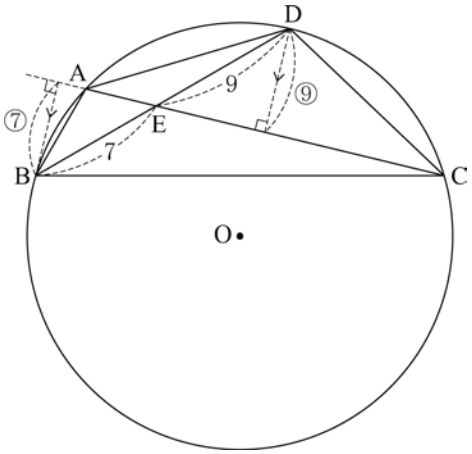
問２　問１より△ABD∽△EAD だから，対応する辺の比は等しいので，BD：AD＝AD：ED　すなわち，BE＝x とすると，$(x+9):12=12:9$　これを解いて，$x=7$　よって，線分 BE は 7cm。

問３　AD＝CD＝12cm より，△DAC は二等辺三角形となり，∠ACD＝∠CAD＝30°　よって，右図のように，頂点 D から線分 AC に垂線 DH を引くと，△DAH≡△DCH となり，ともに 1：2：$\sqrt{3}$の 3 辺の比を持つ直角三角形とわかる。



したがって，AD＝CD＝12cm より，
DH＝6cm，AH＝CH＝$6\sqrt{3}$cm となり，AC＝$12\sqrt{3}$cm
また，△DAC の面積は，$\frac{1}{2}\times 12\sqrt{3}\times 6=36\sqrt{3}$cm^2

△ABC は△DAC と底辺 AC が共通で，高さの比が 9：7 である。
よって，△DAC：△ABC＝9：7＝$36\sqrt{3}$：△ABC
△ABC＝$28\sqrt{3}$（cm^2）



数-20-公-京都(前)-KS-04

4　【関数と図形】

問１　点 B は直線 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 上にあるので，x 座標が 6 であることから，B（6，4）　これを $y=ax^2$ に代入すると，$4=36a$　$a=\frac{1}{9}$

点 C は x 座標が 2 であり，直線 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 上にあるので，その座標は C（2，6）　また，点 D の x 座標が 6 であり，AC：CD＝5：4 より，
（2 点 A，C の x 座標の差）：（2 点 C，D の x 座標の差）＝5：4 となることから，
点 A の x 座標を p とすると，$(2-p):(6-2)=5:4$　すなわち，$2-p=5$
$p=-3$

問２　問１より，点 C（2，6）であり，点 A は関数 $y=\frac{1}{9}x^2$ のグラフ上にあるので，A（−3，1）

したがって，直線 AC の傾きは $\frac{6-1}{2-(-3)}=1$

よって，直線 AC の式は $y=x+b$ とおける。これに A（−3，1）を代入すると，$1=-3+b$　$b=4$
以上より，直線 AC の式は $y=x+4$

問３　四角形 OBCA と△OEA は，△OCA の部分が共通しているので，△OBC の面積と△OEC の面積が等しくなればよい。したがって，点 B を通り，直線 OC に平行な直線と直線 AC との交点が E となる。

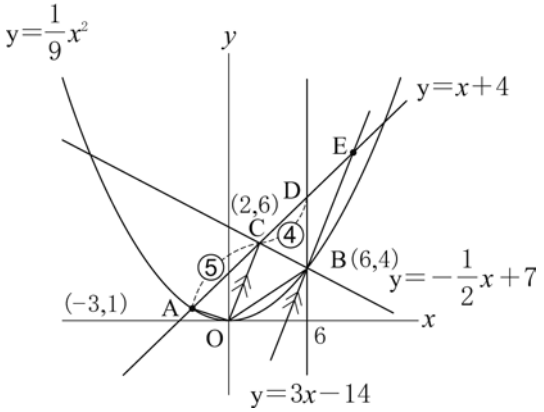
直線 OC の傾きは点 C（2，6）より，$\frac{6}{2}=3$

よって，直線 BE の式は $y=3x+c$ とおける。これに，B（6，4）を代入すると，$4=18+c$　$c=-14$

したがって，直線 BE の式は $y=3x-14$

以上より，直線 $y=x+4$ と直線 $y=3x-14$ の交点が E なので，これらを連立して解くと，

$x=9$，$y=13$　よって，点 E（9，13）



数-20-公-京都(前)-KS-05

5　【空間図形】

ポイント》空間図形の基本

よく出るのは，「ねじれの位置」・「投影図」・「展開図」！

① ねじれの位置…交わらない・平行でない直線の位置関係

② 投影図…立体を正面からと真上からの 2 方向から見た形をまとめてかいたもの

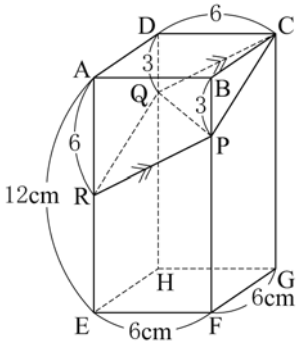
③ 展開図…立体を開いて平面にしたもの

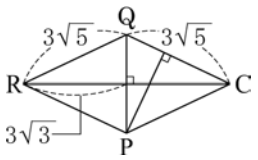
問１　BP＝DQ＝3cm より，$PQ=BD=6\sqrt{2}$cm

問２　右図のように四角形 CQRP を考えることができ，これを取り出して考えると，直方体 ABCD－EFGH は底面が正方形なので，四角形 CQRP はひし形とわかる。

ここで，直角三角形 CDQ に着目すると，

CD＝6cm，DQ＝3cm より，三平方の定理から，$CQ^2=CD^2+DQ^2$　よって，$CQ=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$（cm）　よって，四角形 CQRP は 1 辺 $3\sqrt{5}$cm のひし形であるので，その面積を考える。





△CAR にて三平方の定理より，$CR^2=CA^2+AR^2$ より，$CR^2=(6\sqrt{2})^2+6^2=108$　$CR=6\sqrt{3}$cm　また，**問１**より $PQ=6\sqrt{2}$cm なので，四角形 CQRP の面積は，$\frac{1}{2}\times CR\times PQ=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\sqrt{2}=18\sqrt{6}$（cm²）

また，直線 CQ と直線 PR の距離は，図のように点 P から線分 CQ に下ろした垂線の長さに等しいので，その長さを h cm とすると，△CQP の面積を用いて，

$CQ\times h\times\frac{1}{2}=18\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$　$\frac{3\sqrt{5}}{2}h=9\sqrt{6}$　$h=\frac{18\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{30}}{5}$（cm）

問３　点 M から面 CQP に下ろした垂線の長さが三角錐 M－CQP の高さとなるので，まずこれを求めたい。

図①より，△SAR∽△SFP であり，その相似比は AR：FP＝6：9＝2：3　したがって，

AS：FS＝2：3　さらに，点 M は線分 SF の中点なので，AS：SM：MF＝4：3：3　と表せる。

また，2 点 B，F からそれぞれ線分 AC，EG に垂線 BI，FJ を下ろしたとすると，切断面 AEGC は**図**②のようになる。同様に，2 点 S，M からそれぞれ切断面 AEGC に垂線 SS’，MM’を下ろすと，線分 AJ 上に S’，M’はあり，**図**①と同じく AS’：S’M’：M’J＝4：3：3 となる。よって，求める三角錐 M－CQP の高さは，**図**②の点 M’から線分 CR に下ろした垂線 M’K に等しい。

さらに，△CAR∽△ALR∽△CLA∽△GCA なので，AG⊥CR とわかり，△ALR∽△GLC は相似比が AR：GC＝6：12＝1：2＝4：8…(ア)　また，∠ALS’＝∠M’KS’＝90°より錯角は等しいことから AG//KM’なので，△S’KM’∽△S’LA であり，その相似比は S’M’：S’A＝3：4　したがって，KM’：LA＝3：4…(イ)

以上，(ア)，(イ)より，KM’：AG＝3：12＝1：4 となり，$KM'=AG\times\frac{1}{4}$　とわかる。

ここで，△AEG において，三平方の定理より，$AG^2=AE^2+EG^2$ なので，

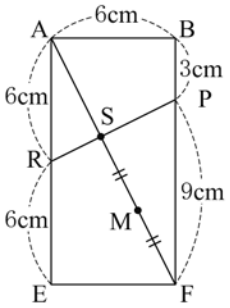
$AG=\sqrt{12^2+(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{6}$(cm)　ゆえに，

$KM'=6\sqrt{6}\times\frac{1}{4}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$(cm)

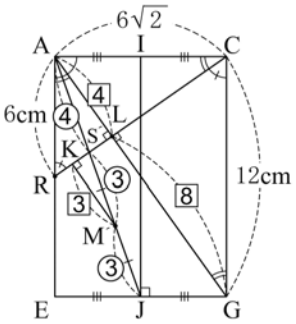
以上より，三角錐 MCQP の体積は，

$\triangle CQP\times KM'\times\frac{1}{3}$から，$9\sqrt{6}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\times\frac{1}{3}$

$=27(cm^3)$



図①



図②

数-20-公-京都(前)-KS-06

6　【数学的思考力を問う問題】

問１　6 の数が書かれた箱は，n が 6 の倍数のときに赤玉が 1 つずつ増えていくので，赤玉がはじめて 3 個になるのは，6×3＝18（回目）…**ア**

また，はじめて 4 個になるのは，6×4＝24（回目）…**イ**

問２　3 つの数が書かれた箱に入っている赤玉の個数は，3 の倍数のときに増えるので，はじめて 1 個になるのが 3 回目，2 個になるのが 6 回目ということから，b 個になるのは $3b$ 回目である。よって，

$a=3b$…①

また，そこから 85 回目の操作で 8 の数が書かれた箱に入っている赤玉の個数がはじめて b 個になるので，同様にして，$a+85=8b$…②

よって，①，②を連立して解くと，$a=51$，$b=17$

問３　266 回目の操作までは赤玉を使用しているので，ここまでで

4 の数が書かれた箱には，266÷4＝66 あまり 2 より，66 個の赤玉

9 の数が書かれた箱には，266÷9＝29 あまり 5 より，29 個の赤玉

が入っている。9 の数が書かれた箱に入っている黄玉の個数がはじめて 66 個になるときを考えると，9 の数が書かれた箱に入っている玉が合計で 29＋66＝95（個）になるときを考えればよいので，それは 9×95＝855（回目）の操作とわかる。

このときに 4 の数が書かれた箱には，855÷4＝213 あまり 3 より，213 個の玉が入っており，そのうち黄玉の個数は，213－66＝147（個）である。