Ｒ３　京都府(中)　公立　数学　問題

数-21-公-京都(中)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えよ。

問１　$(-4)^2-9\div(-3)$　を計算せよ。

問２　$6x^2y\times\frac{2}{9}y\div 8xy^2$　を計算せよ。

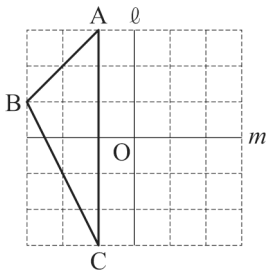
問３　$\frac{1}{\sqrt{8}}\times 4\sqrt{6}-\sqrt{27}$　を計算せよ。

問４　$x=\frac{1}{5}$，$y=-\frac{3}{4}$のとき，$(7x-3y)-(2x+5y)$　の値を求めよ。

問５　二次方程式　$(x+1)^2=72$　を解け。

問６　関数　$y=-\frac{1}{2}x^2$　について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問７　右の図のように，方眼紙上に△ABC と 2 直線ℓ，m がある。3 点 A，B，C は方眼紙の縦線と横線の交点上にあり，直線ℓ は方眼紙の縦線と，直線 m は方眼紙の横線とそれぞれ重なっている。2 直線ℓ，m の交点を O とするとき，△ABC を，点 O を中心として点対称移動させた図形を答案用紙の方眼紙上にかけ。



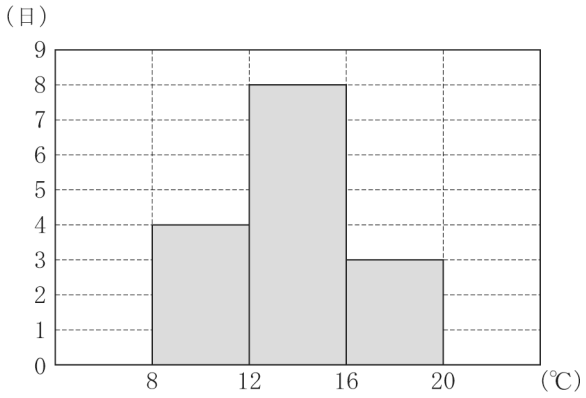
問８　4 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が 3 枚以上出る確率を求めよ。ただし，それぞれの硬貨の表裏の出方は，同様に確からしいものとする。

2 右の**図１**は，2019 年 3 月 1 日から 15 日間の一日ごとの京都市の最高気温について調べ，その結果をヒストグラムに表したものである。たとえば，**図１**から，2019 年 3 月 1 日からの 15 日間のうち，京都市の最高気温が 8℃以上 12℃未満の日は 4 日あったことがわかる。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　**図１**において，それぞれの階級にはいっている資料の個々の値が，どの値もすべてその階級の階級値であると考えて，一日ごとの京都市の最高気温の，2019 年 3 月 1 日から 15 日間の平均値を，小数第 2 位を四捨五入して求めよ。

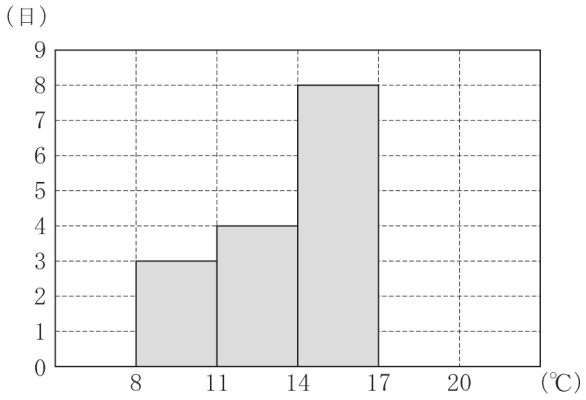
図１



「気象庁ホームページ」より作成

問２　右の**図２**は，2019 年 3 月 1 日から 15 日間の一日ごとの京都市の最高気温について，**図１**とは階級の幅を変えて表したヒストグラムである。**図１**と**図２**から考えて，2019 年 3 月 1 日からの 15 日間のうち，京都市の最高気温が 14℃以上 16℃未満の日は何日あったか求めよ。

図２

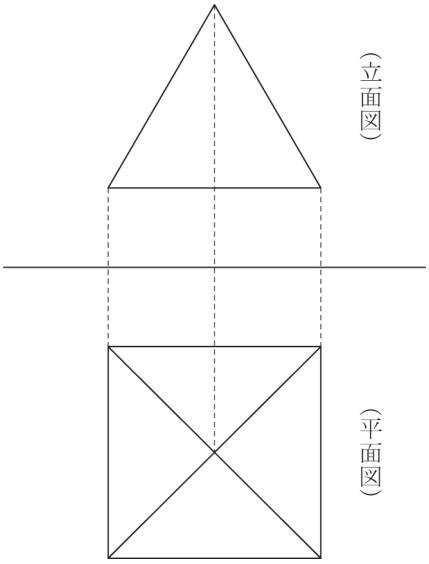


「気象庁ホームページ」より作成

数-21-公-京都(中)-問-03

3 右の図のような，正四角錐(すい)の投影図がある。この投影図において，立面図は 1 辺が 6 cm，高さが $3\sqrt{3}$cm の正三角形である。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。



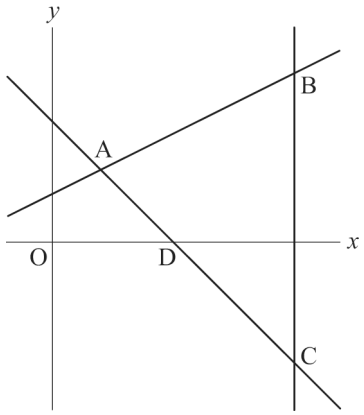
問１　この正四角錐の体積を求めよ。

問２　この正四角錐の表面積を求めよ。

数-21-公-京都(中)-問-04

4 右の図のように，直線 $y=\frac{1}{2}x+2$ と直線 $y=-x+5$ が点 A で交わっている。直線 $y=\frac{1}{2}x+2$ 上に x 座標が 10 である点 B をとり，点 B を通り y 軸と平行な直線と直線 $y=-x+5$ との交点を C とする。また，直線 $y=-x+5$ と x 軸との交点を D とする。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

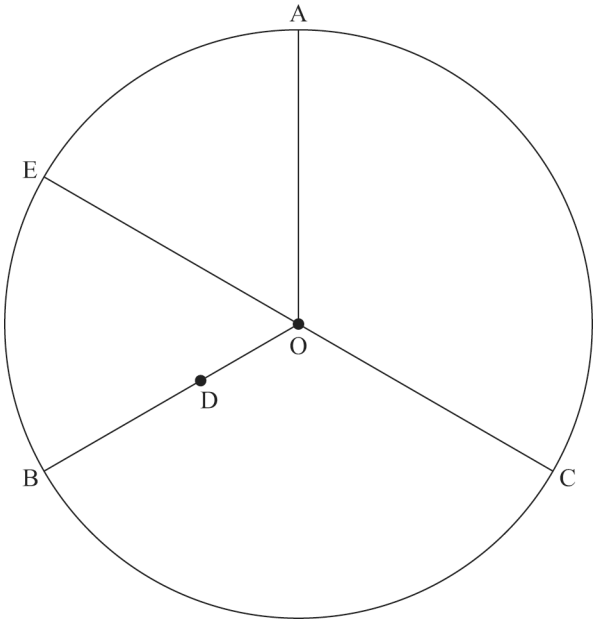


問１　2 点 B，C の間の距離を求めよ。また，点 A と直線 BC との距離を求めよ。

問２　点 D を通り△ACB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

数-21-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように, 円 O の周を 3 等分する点 A, B, C がある。線分 OB 上に点 D を, OD : DB＝5 : 8 となるようにとる。また, 円 O の周上に点 E を, 線分 CE が円 O の直径となるようにとる。点 E を含むおうぎ形 OAB の面積は $54\pi\,\mathrm{cm}^2$ である。



このとき, 次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１ 点 E を含むおうぎ形 OAB の中心角の大きさを求めよ。

問２ 円 O の半径を求めよ。

問３ 線分 AD と線分 CE との交点を F とするとき, 線分 CF の長さを求めよ。

数-21-公-京都(中)-問-06

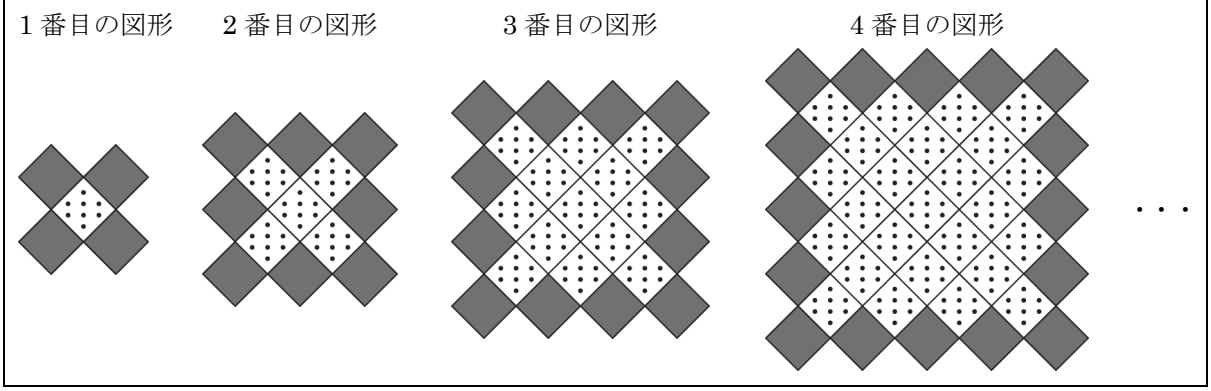
6 右の**図１**のような, タイル A とタイル B が, それぞれたくさんある。タイル A とタイル B を, 次の**図２**のように, すき間なく規則的に並べたものを, 1 番目の図形, 2 番目の図形, 3 番目の図形, …とする。

たとえば, 2 番目の図形において, タイル A は 8 枚, タイル B は 5 枚である。

図１



図２



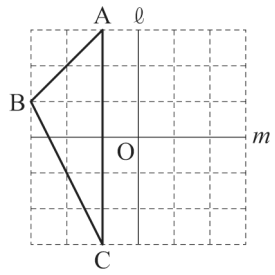
このとき, 次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１ 5 番目の図形について, タイル A の枚数を求めよ。

問２　9 番目の図形について，タイル B の枚数を求めよ。

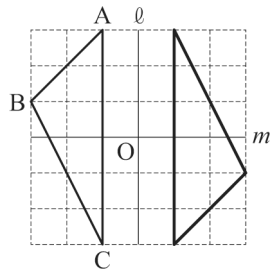
問３　タイル A の枚数がタイル B の枚数よりちょうど 1009 枚少なくなるのは，何番目の図形か求めよ。

Ｒ３　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６			
		問７			
		問８			
数-21-公-京都(中)-KY-02	2	問１	℃		
		問２	日		
数-21-公-京都(中)-KY-03	3	問１	cm^3		
		問２	cm^2		
数-21-公-京都(中)-KY-04	4	問１	2 点 B，C の間の距離		
			点 A と直線 BC との距離		
		問２	$y=$		
数-21-公-京都(中)-KY-05	5	問１	°		
		問２	cm		
		問３	cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(中)-KY-06	6	問１	枚		
		問２	枚		
		問３	番目の図形		

Ｒ３　京都府(中)　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(中)-K-01	1	問１	19	2	
		問２	$\frac{1}{6}x$	2	$\frac{x}{6}$も可
		問３	$-\sqrt{3}$	2	
		問４	7	2	
		問５	$x=-1\pm 6\sqrt{2}$	2	完全解答
		問６	-4	2	
		問７		2	
		問８	$\frac{5}{16}$	2	
数-21-公-京都(中)-K-02	2	問１	13.7　℃	2	
		問２	5　日	2	
数-21-公-京都(中)-K-03	3	問１	$36\sqrt{3}$　cm^3	2	
		問２	108　cm^2	2	
数-21-公-京都(中)-K-04	4	問１	2 点 B，C の間の距離　　12	1	
			点 A と直線 BC との距離　　8	2	
		問２	$y=\frac{23}{25}x-\frac{23}{5}$	2	
数-21-公-京都(中)-K-05	5	問１	120　°	1	
		問２	$9\sqrt{2}$　cm	2	
		問３	$\frac{23\sqrt{2}}{2}$　cm	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(中)-木-06	6	問１	20　枚	1	
		問２	145　枚	2	
		問３	24　番目の図形	2	

数-21-公-京都(中)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$(-4)^2-9\div(-3)=(-4)\times(-4)-9\div(-3)=16+3=19$

ポイント》累乗の"効力"に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　$(7x-3y)-(2x+5y)=7x-3y-2x-5y=5x-8y=5\times\dfrac{1}{5}-8\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)=1+6=7$

問６　$x=2$ のとき，$y=-\dfrac{1}{2}\times2^2=-2$，$x=6$ のとき，$y=-\dfrac{1}{2}\times6^2=-18$

よって，x の増加量は，$6-2=4$，y の増加量は，$-18-(-2)=-16$ なので，求める変化の割合は，$\dfrac{-16}{4}=-4$

別解として，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められることを利用すると，$-\dfrac{1}{2}\times(2+6)=-4$

ポイント》変化の割合のポイント

変化の割合とは，x の値が 1 増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを示すもの。

[公式] 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，関数によって，注意点が異なる。

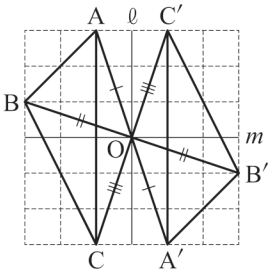
・グラフが直線であるもの(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，比例定数 a の値に等しい。

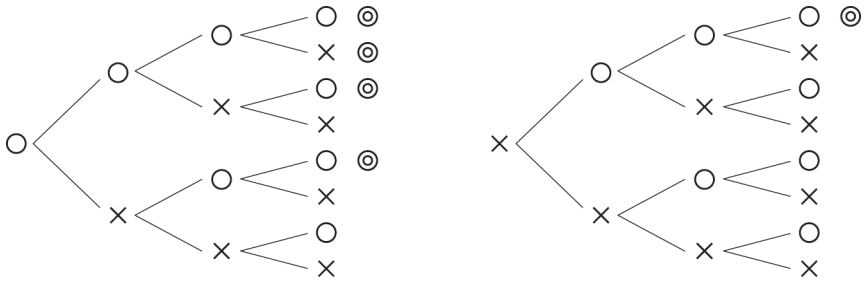
・グラフが曲線であるもの(反比例 $y=\dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→変化の割合が一定ではないため，**[公式]**を利用して計算する必要がある。

問７　点対称な図形の性質より，右のように，直線 OA 上に，OA＝OA′となる点 A′(点 A と一致しない)をとり，同様に点 B′，C′をとる。



問８　「4 枚の硬貨を同時に投げるとき」の硬貨の表裏の出方を，表を○，裏を×として樹形図に表すと，下のようになる。表裏の出方は全部で 16 通りあり，これは同様に確からしい。表が 3 枚以上出る場合の数は◎をつけた 5 通りなので，求める確率は，$\dfrac{5}{16}$



ポイント》確率のポイント

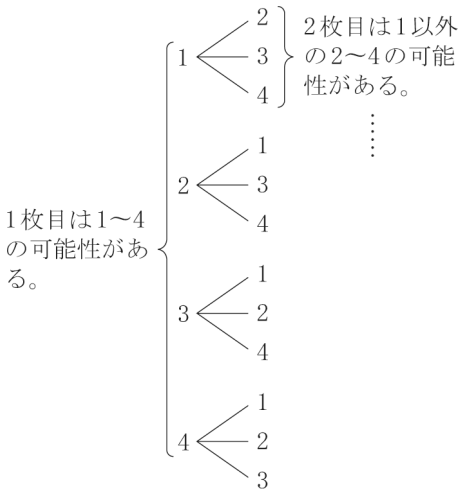
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図は，右のようになる。



数-21-公-京都(中)-KS-02

2 【データの活用】

問1 8℃以上 12℃未満の階級の階級値は 10℃であり，4 日すべてがその気温だったと考えるので，気温の合計は，10×4＝40(℃)である。

他の階級も同様に考えると，平均値は，$\dfrac{10\times4+14\times8+18\times3}{15}=13.73\cdots\fallingdotseq13.7$(℃)

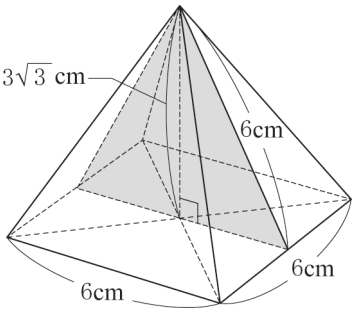
問2 **図1**より，8℃以上 16℃未満であったのが，4＋8＝12(日)，**図2**より，8℃以上 14℃未満であったのが，3＋4＝7(日)なので，14℃以上 16℃未満であったのは，12－7＝5(日)

数-21-公-京都(中)-KS-03

3 【空間図形】

問1 立面図の三角形は，右の投影図中の影をつけた部分にあたる。よって，正四角錐の高さは $3\sqrt{3}$ cm であり，

求める体積は，$\dfrac{1}{3}\times6\times6\times3\sqrt{3}=36\sqrt{3}$(cm^3)



問2 **問1**と同様に，正四角錐の側面の三角形において，長さが 6cm の辺を底辺としたときの高さは 6cm であるとわかる。

よって，側面積が$\dfrac{1}{2}\times6\times6\times4=72$(cm^2)であり，

底面積が，6×6＝36(cm^2)なので，表面積は，72＋36＝108(cm^2)

数-21-公-京都(中)-KS-04

4 【関数のグラフと図形】

問1 点 B は，x 座標が 10 で，直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ 上の点なので，$y=\dfrac{1}{2}\times10+2=7$ ⇒ B(10, 7)

直線 BC と y 軸は平行なので，点 C の x 座標も 10 である。点 C は，直線 $y=-x+5$ 上の点なので，$y=-10+5=-5$ ⇒ C(10, －5)

よって，BC＝7－(－5)＝12

点 A は，2 直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$，$y=-x+5$ の交点なので，2 つの式を連立して解くと，$(x, y)=(2, 3)$

⇒ A(2, 3)

よって，点 A と直線 BC との距離は，10－2＝8

問２　線分 AC の中点を M とすると，A(2，3)，C(10，−5)より，$M\left(\frac{2+10}{2}, \frac{3+(-5)}{2}\right)$ ⇒ M(6，−1)

BD//EM となるような，点 E を直線 BC 上にとる。

△EDC＝△EDM＋△EMC＝△EBM＋△EMC＝△BMC

$=\frac{1}{2}$△ACB

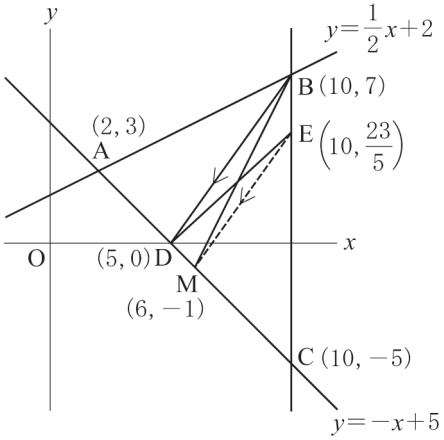
より，点 D を通り△ACB の面積を 2 等分する直線は，直線 DE である。

点 D は，y 座標が 0 で，直線 $y=-x+5$ 上の点なので，

$0=-x+5$ ⇒ $x=5$ ⇒ D(5，0)

B(10，7)，D(5，0)より，直線 BD の傾きを求めると，

$\frac{7-0}{10-5}=\frac{7}{5}$である。



DC//EM より，直線 BD と直線 EM の傾きは等しいので，直線 EM の傾きも$\frac{7}{5}$である。

よって，直線 EM の式を $y=\frac{7}{5}x+b$ とおき，点 M の座標(6，−1)を代入すると，

$-1=\frac{7}{5}\times 6+b$ ⇒ $b=-\frac{47}{5}$　よって，直線 EM の式は，$y=\frac{7}{5}x-\frac{47}{5}$

点 E は，x 座標が 10 で，直線 $y=\frac{7}{5}x-\frac{47}{5}$上の点なので，$y=\frac{7}{5}\times 10-\frac{47}{5}=\frac{23}{5}$ ⇒ $E\left(10, \frac{23}{5}\right)$

よって，直線 DE の式を $y=mx+n$ とおき，点 D の座標(5，0)，点 E の座標$\left(10, \frac{23}{5}\right)$を代入して，

できた連立方程式を解くと，$m=\frac{23}{25}$，$n=-\frac{23}{5}$

よって，直線 DE の式は，$y=\frac{23}{25}x-\frac{23}{5}$

数-21-公-京都(中)-KS-05

5　【平面図形】

問１　点 A，B，C は，円 O の周を 3 等分する点なので，$\overset{\frown}{AB}$の長さは，円周の$\frac{1}{3}$である。

よって，点 E を含むおうぎ形 OAB の中心角は，$360°\times\frac{1}{3}=120°$

問２　点 E を含むおうぎ形 OAB の面積は，円 O の半径を r とすると，$\pi r^2\times\frac{120}{360}=\frac{1}{3}\pi r^2$ と表せる。

よって，$\frac{1}{3}\pi r^2=54\pi$ ⇒ $r^2=162$ ⇒ $r>0$ より，$r=9\sqrt{2}$(cm)

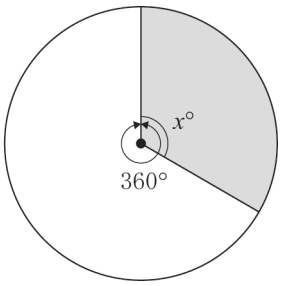
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) × $\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) × $\frac{x}{360}$

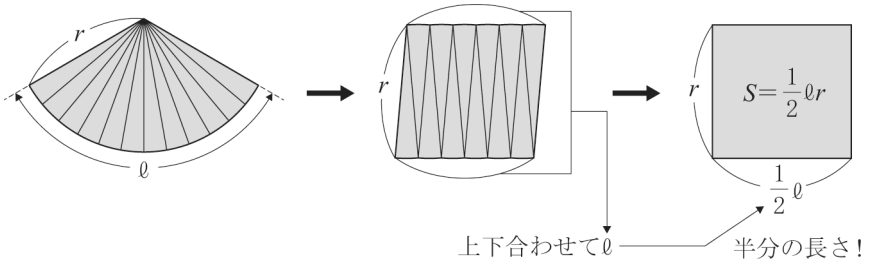
←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，

$S=\dfrac{1}{2}\ell r$



問３　問１と同様にして，∠AOC＝120°より，円周角の定理から，∠AEC＝60°

円の半径だから，OA＝OE より，△OAE は二等辺三角形である。底角は等しいから，

∠OAE＝∠OEA＝60°

よって，∠AOE＝180°－60°×2＝60°

だから，△OAE は正三角形である。

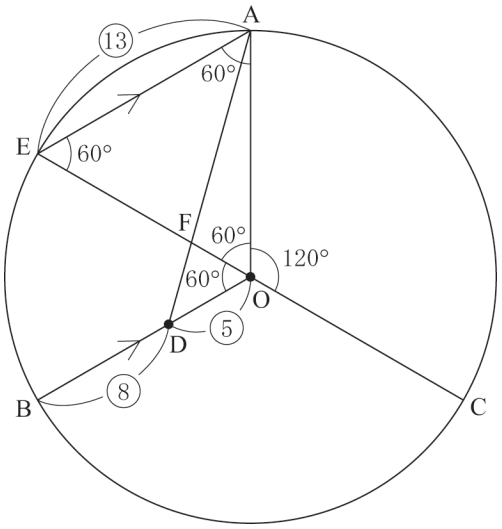
よって，AE＝OA で，AE は円 O の半径の長さと等しいから，　AE＝OB

OD：DB＝5：8 より，AE：OD＝13：5

∠BOE＝∠AOB－∠AOE＝120°－60°＝60°より，

∠OEA＝∠BOE＝60°だから，錯角が等しいので，

AE//OB



よって，△FAE∽△FDO だから，平行線と線分の比より，EF：OF＝AE：DO＝13：5

$OF=\dfrac{5}{18}OE=\dfrac{5}{18}\times 9\sqrt{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$(cm)

$CF=OC+OF=9\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{2}}{2}=\dfrac{23\sqrt{2}}{2}$(cm)

数-21-公-京都(中)-KS-06

6　【規則性】

問１　タイル A の枚数の増え方に注目すると，1 番目の図形では 4 枚，2 番目の図形では 8 枚，3 番目の図形では 12 枚，4 番目の図形では 16 枚，……というように，n 番目の図形では $4n$(枚)となることがわかる。よって，5 番目の図形では 4×5＝20(枚)

問２　4 番目の図形におけるタイル B の枚数について，数え方を工夫してみる。**図１**と**図２**のように，4×4＝16(枚)と，3×3＝9(枚)とに分けて数えることができることに注目すると，n 番目の図形におけるタイル B の枚数は，$n^2+(n-1)^2$(枚)となることがわかる。

よって，9 番目の図形では，$9^2+8^2=145$(枚)

図１

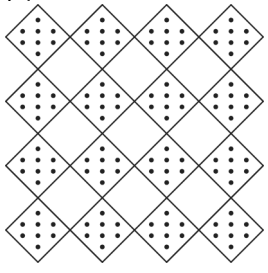
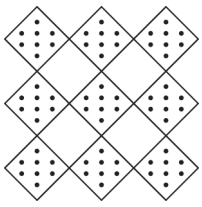


図２



問３　問１，問２より，n 番目の図形におけるタイル A とタイル B の枚数がそれぞれ，$4n$ 枚，
$\{n^2+(n-1)^2\}$ 枚と表せることがわかったので，
$n^2+(n-1)^2-4n=1009 \Rightarrow n^2-3n-504=0 \Rightarrow (n-24)(n+21)=0 \Rightarrow n>0$ より，$n=24$
よって，24 番目の図形。