R５　京都府(前)　公立　数学　問題

数-23-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$-3^2\times\{7-(-4)^2\}$　を計算せよ。

問２　$\dfrac{3x-2y}{6}-\dfrac{4x-y}{8}$　を計算せよ。

問３　$3\sqrt{50}-\sqrt{2}-\sqrt{54}\div\sqrt{3}$　を計算せよ。

問４　次の連立方程式を解け。

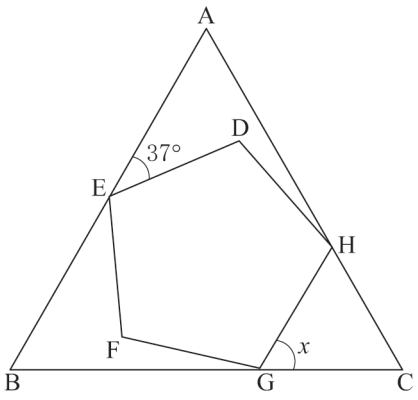
$$\begin{cases}2x-3y=5\\3x-(4x-6y)=-1\end{cases}$$

問５　関数　$y=-2x^2$　について，x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が -40 である。このとき，a の値を求めよ。

問６　$(2x+y+5)(2x+y-5)$　を展開せよ。

問７　２次方程式　$6x^2+2x-1=0$　を解け。

問８　右の図のように，正三角形 ABC と正五角形 DEFGH があり，頂点 E は辺 AB 上に，頂点 G は辺 BC 上に，頂点 H は辺 CA 上にある。このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



問９　あたりくじが 2 本，はずれくじが 2 本の合計 4 本のくじが入った箱がある。この箱から，太郎さん，次郎さん，花子さんが，この順に 1 本ずつくじをひく。このとき，花子さんだけがあたりくじをひく確率を求めよ。ただし，ひいたくじは箱にもどさず，どのくじがひかれることも同様に確からしいものとする。

数-23-公-京都(前)-問-02

2　ある中学校のボランティア部に所属する生徒 9 人と，先生 1 人の合計 10 人がごみ拾いのボランティア活動に参加した。次の**資料**は，生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数を示したものである。**資料**中の a，b は $0<a<b$ であり，生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数はすべて異なっていた。また，生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数の平均値はちょうど 8 本であった。

資料　生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数（本）

3,　9,　15,　6,　11,　8,　4,　a,　b

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

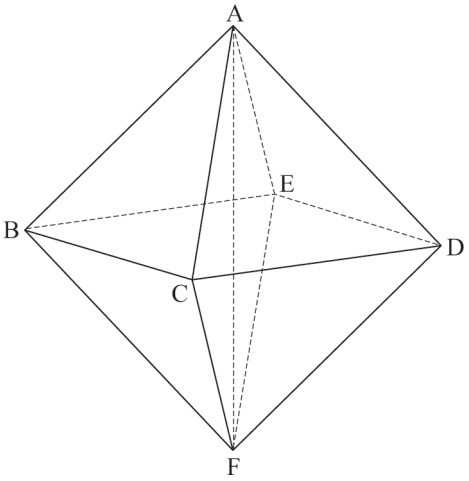
問１　a，b の値をそれぞれ求めよ。

問２　**資料**に，先生が拾ったペットボトルの本数を追加すると，生徒と先生の合計 10 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数の四分位範囲はちょうど 9 本であった。このとき，先生が拾ったペットボトルの本数を求めよ。

数-23-公-京都(前)-問-03

3　右の図のように，正八面体 ABCDEF がある。また，AF＝4 cm である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１　この正八面体の 1 辺の長さを求めよ。

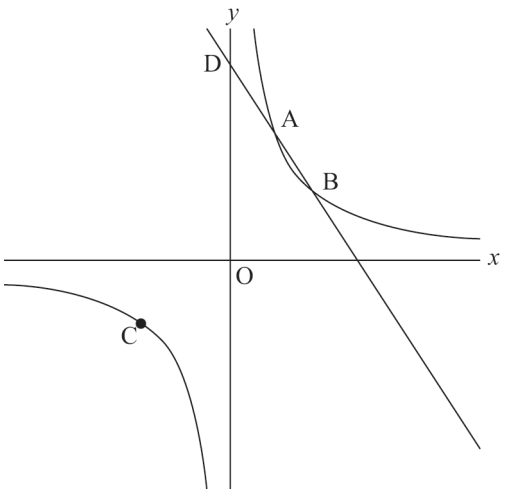
問２　線分 BD の中点を H とするとき，三角錐(すい)HBFE の体積を求めよ。

問３　点 A と平面 BFC との距離を求めよ。

数-23-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，点 A の座標は (2，6)，点 B の x 座標は 4，点 C の x 座標は−4 である。また，2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を D とする。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。



問１　a の値を求めよ。また，△BDC の面積を求めよ。

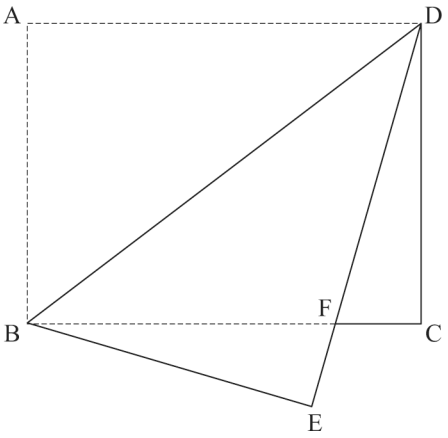
問２　点 B を通り x 軸に平行な直線と 2 点 C，D を通る直線との交点を E とする。また，線分 BE 上に点 F を，四角形 COFE の面積が△BDC の面積の $\frac{2}{5}$ 倍となるようにとる。このとき，点 F の x 座標を求めよ。

数-23-公-京都(前)-問-05

5 右の**図１**のように，AB＝6 cm，AD＝8 cm の長方形 ABCD を，対角線 BD を折り目として折り返し，点 A が移った点を E，辺 BC と線分 DE との交点を F とする。さらに，右の**図２**のように，点 D が点 E と重なるように折り，折り目となる直線と線分 BD，辺 CD との交点をそれぞれ G，H とする。また，辺 BC と線分 EG との交点を I とする。

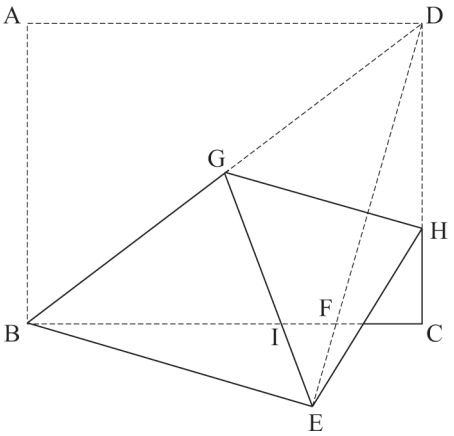
このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

図１



問１　△IGB∽△IFE であることを証明せよ。

図２



問２　線分 EF の長さを求めよ。

問３　線分 BI の長さを求めよ。

6 プログラミング教室で，規則的に図形を表示するプログラムをつくった。右の**図1**は，タブレット端末でこのプログラムを実行すると，初めに表示される画面を表している。画面上の数値ボックスに自然数を入力すると，入力した数に応じて，右の**図2**のような，右矢印，上矢印，左矢印，下矢印の 4 種類の矢印が規則的に表示される。次の**図3**は，数値ボックスに 1，2，3，…をそれぞれ入力したときの画面を表している。

図1

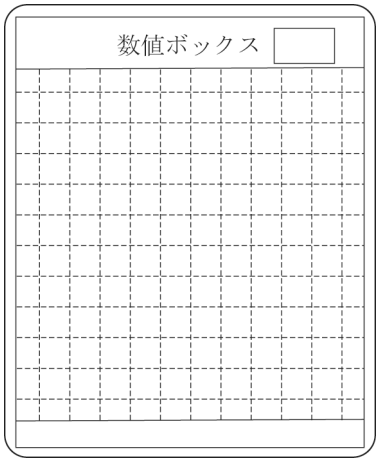
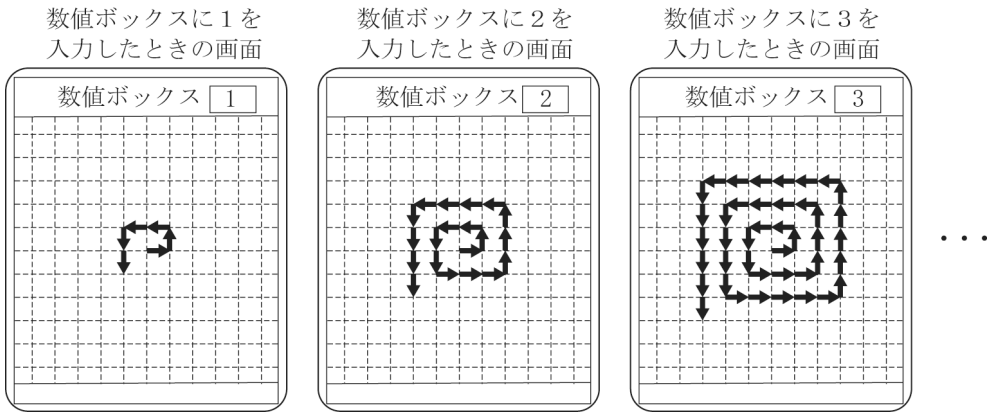


図2



図3



このとき，次の**問1**～**問3**に答えよ。ただし，数値ボックスにどのような自然数を入力しても，すべての矢印は表示されるものとする。

問1 数値ボックスに 4 を入力したとき，表示される 4 種類の矢印の個数の合計を求めよ。

問2 数値ボックスに 20 を入力したとき，表示される左矢印の個数を求めよ。

問3 表示されている 4 種類の矢印のうち，上矢印，左矢印，下矢印の個数の合計と右矢印の個数の差が 6160 個となるとき，数値ボックスに入力した自然数を求めよ。

R５　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５	$a=$		
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	$\angle x=$　　°		
		問９			
数-23-公-京都(前)-KY-02	2	問１	$a=$　　，$b=$		
		問２	本		
数-23-公-京都(前)-KY-03	3	問１	cm		
		問２	cm^3		
		問３	cm		
数-23-公-京都(前)-KY-04	4	問１	$a=$　　面積		
		問２			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(前)-KV-05	5	問1			
		問2	cm		
		問3	cm		
数-23-公-京都(前)-KV-06	6	問1	個		
		問2	個		
		問3			

R５　京都府(前)　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(前)-K-01	1	問１	81	2	
		問２	$-\frac{5}{24}y$	2	$-\frac{5y}{24}$も可
		問３	$11\sqrt{2}$	2	
		問４	$x=3,\ y=\frac{1}{3}$	2	完全解答
		問５	$a=9$	2	
		問６	$4x^2+4xy+y^2-25$	2	
		問７	$x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{6}$	2	完全解答, $-\frac{1}{6}\pm\frac{\sqrt{7}}{6}$も可
		問８	$\angle x=59$　°	2	
		問９	$\frac{1}{6}$	2	
数-23-公-京都(前)-K-02	2	問１	$a=2,\ b=14$	2	完全解答
		問２	13　本	2	
数-23-公-京都(前)-K-03	3	問１	$2\sqrt{2}$　cm	2	
		問２	$\frac{4}{3}$　cm^3	2	
		問３	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　cm	3	
数-23-公-京都(前)-K-04	4	問１	$a=12$　面積　36	3 (1，2)	
		問２	$\frac{8}{5}$	3	1.6 も可

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(前)-K-05	5	問1	(例) △IGB と△IFE で, 対頂角は等しいから,　　∠BIG＝∠EIF　　……① 長方形 ABCD において, AD // BC より，平行線の錯角は等しいから, ∠ADB＝∠IBG　　……② 線分 ED は，線分 BD を対称の軸として, 線分 AD を対称移動させたものであるから, ∠ADB＝∠GDF　　……③ 線分 EG は，線分 GH を対称の軸として, 線分 DG を対称移動させたものであるから, ∠GDF＝∠IEF　　……④ ②，③，④から,　　∠IBG＝∠IEF　　……⑤ ①，⑤から，2 組の角がそれぞれ等しいので, △IGB∽△IFE	3	
		問2	$\frac{7}{4}$ cm	2	1.75 も可
		問3	$\frac{200}{39}$ cm	3	
数-23-公-京都(前)-K-06	6	問1	72　個	2	
		問2	420　個	2	
		問3	55	3	

数-23-公-京都(前)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$-3^2\times\{7-(-4)^2\}=-3\times3\times\{7-(-4)\times(-4)\}=-9\times(7-16)=-9\times(-9)=81$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問２　$\dfrac{3x-2y}{6}-\dfrac{4x-y}{8}=\dfrac{4(3x-2y)}{24}-\dfrac{3(4x-y)}{24}=\dfrac{4(3x-2y)-3(4x-y)}{24}=\dfrac{12x-8y-12x+3y}{24}$

$=-\dfrac{5}{24}y$

問５　x の値が a から $a+2$ まで増加するときの x の増加量は，$a+2-a=2$

$x=a$ のとき，$y=-2a^2$，$x=a+2$ のとき，$y=-2(a+2)^2=-2a^2-8a-8$ だから，y の増加量は，

$-2a^2-8a-8-(-2a^2)=-8a-8$

よって，変化の割合は，$\dfrac{-8a-8}{2}=-4a-4$ と表され，その値が-40 であるから，$-4a-4=-40$

$a=9$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[定義] 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ$\left(\text{反比例}y=\dfrac{a}{x}\text{，関数}y=ax^2\right)$

→変化の割合は区間により変化するため，[定義]を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問６　$2x+y=A$ とおくと，$(A+5)(A-5)=A^2-25=(2x+y)^2-25=4x^2+4xy+y^2-25$

問８　**図１**のように，辺 GF の延長と辺 AB の交点を I とする。

正五角形の１つの内角の大きさは，$180°\times(5-2)\div5=108°$

よって，$\angle FEI=180°-(37°+108°)=35°$

△EFI の内角と外角の関係より，$\angle EIF=108°-35°=73°$

図２より，△ABC は正三角形だから，$\angle GBI=60°$なので，

△BGI の内角と外角の関係より，$\angle BGF=73°-60°=13°$

図３より，$\angle x=180°-(13°+108°)=59°$

図１

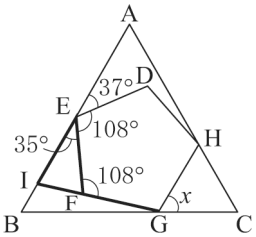


図２

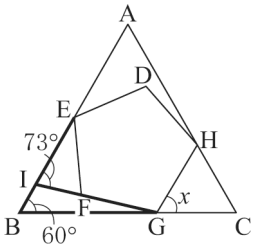
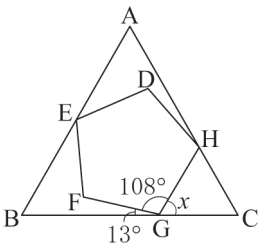
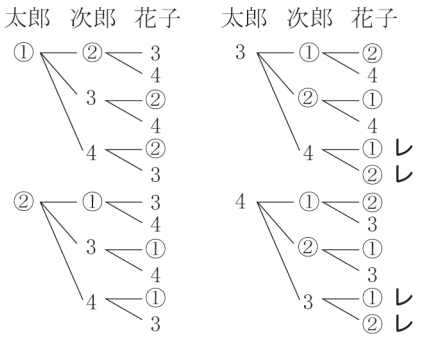


図３



問9　2 本のあたりくじを①，②，2 本のはずれくじを 3，4 として，3 人のくじのひき方を樹形図で表すと**図4**のようになる。すべての場合の数 24 通りのうち，花子さんだけがあたりくじをひくのは，**レ**印の 4 通りだから，求める確率は，$\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$

図4



ポイント≫確率の求め方

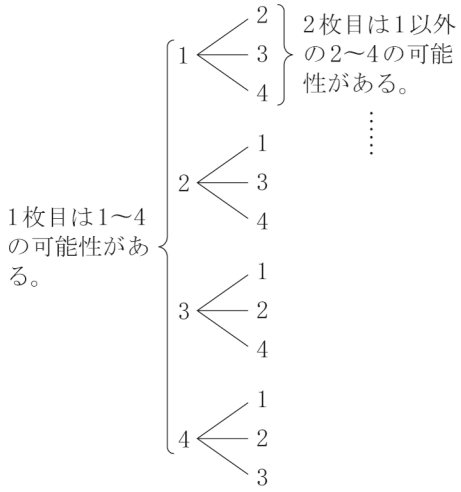
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-23-公-京都(前)-KS-02

2　【資料の活用】

問1　生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数の平均値が 8 本であることから，

$3+9+15+6+11+8+4+a+b=8\times9$　　$a+b=16$

生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数がすべて異なっており，$0<a<b$ であることに注意すると，$a=2$，$b=14$

問2　**問1**より，生徒 9 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数を小さい方から順に並べると，2，3，4，6，8，9，11，14，15 (本)となる。10 人がそれぞれ拾ったペットボトルの本数における第 1 四分位数は小さい方から数えて 3 番目，第 3 四分位数は 8 番目である。先生が拾ったペットボトルの本数を x 本とし，その本数によって順番が変化することに注意して以下のように考える。ただし，第 1 四分位数を Q_1，第 3 四分位数を Q_3 とする。

$1\leqq x\leqq3$ のとき，$Q_1=3$，$Q_3=11$ より，四分位範囲は $Q_3-Q_1=11-3=8$　　よって，不適。

$4\leqq x\leqq11$ のとき，$Q_1=4$，$Q_3=11$ より，四分位範囲は $Q_3-Q_1=11-4=7$　　よって，不適。

$x=12$ のとき，$Q_1=4$，$Q_3=12$ より，四分位範囲は $Q_3-Q_1=12-4=8$　　よって，不適。

$x=13$ のとき，$Q_1=4$，$Q_3=13$ より，四分位範囲は $Q_3-Q_1=13-4=9$　　よって，条件に適する。

$x\geqq14$ のとき，$Q_1=4$，$Q_3=14$ より，四分位範囲は $Q_3-Q_1=14-4=10$　　よって，不適。

以上のことから，先生が拾ったペットボトルの本数は 13 本。

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

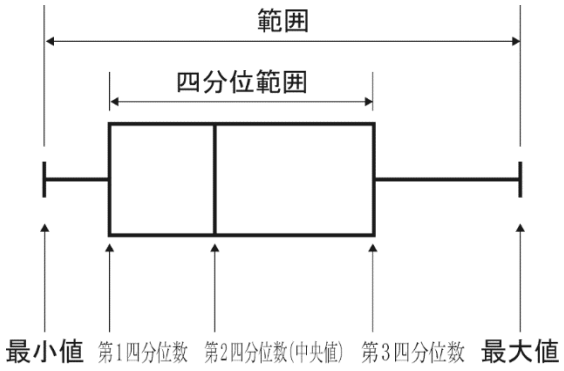
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-23-公-京都(前)-KS-03

3 【空間図形】

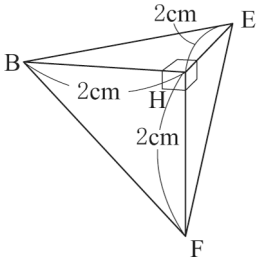
問1 正八面体は，すべての辺の長さが等しい正四角錐を 2 つ組み合わせたような立体だから，四角形 ABFD は正方形である。よって，△ABF は直角二等辺三角形であり，AB：AF＝1：$\sqrt{2}$ だから，

$AB=\dfrac{AF}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ (cm)

問2 三角錐 HBFE は，**図1**のように BH＝EH＝FH＝2cm，BH⊥EH⊥FH だから，その体積は，

$\triangle BEH\times FH\times\dfrac{1}{3}=2\times2\times\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$ (cm^3)

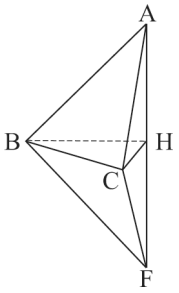
図1



問3 **図2**のように，三角錐 ABFC は，三角錐 HBFC と三角錐 HBAC を組み合わせた立体であり，三角錐 HBFC と三角錐 HBAC はともに三角錐 HBFE と合同な立体である。

よって，**問2**より，三角錐 ABFC の体積は，$\dfrac{4}{3}\times2=\dfrac{8}{3}$ (cm^3)　…①

図2



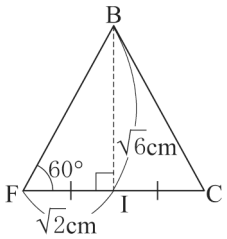
また，**図3**のように，1辺が$2\sqrt{2}$ cmの正三角形BFCにおいて，頂点Bから辺FCに垂線BIをおろすと，△BFIは1：2：$\sqrt{3}$の辺の比をもつ直角三角形だから，FI：BI＝1：$\sqrt{3}$　　BI＝$\sqrt{3}$ FI＝$\sqrt{6}$ (cm)
よって，△BFCの面積は，

FC×BI×$\frac{1}{2}$＝$2\sqrt{2}$ ×$\sqrt{6}$ ×$\frac{1}{2}$＝$2\sqrt{3}$ (cm^2)　…②

①，②より，点Aと平面BFCとの距離を$h$cmとすると，

△BFC×h×$\frac{1}{3}$＝$\frac{8}{3}$　　$2\sqrt{3}$ ×h×$\frac{1}{3}$＝$\frac{8}{3}$　　h＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

図3



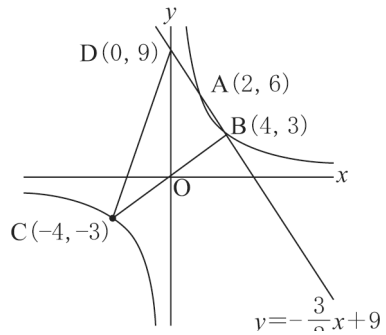
数-23-公-京都(前)-KS-04

4　【関数のグラフと図形】

問1　関数 y＝$\frac{a}{x}$ のグラフ上に点A(2，6)があることから，6＝$\frac{a}{2}$　　a＝12

点Bが関数 y＝$\frac{12}{x}$ のグラフ上にあり，そのx座標が4であることから，y＝3　　よって，B(4，3)
点Cについても同様にして，C(−4，−3)
ここで，直線ABの式をy＝bx＋cとおくと，
2点A(2，6)，B(4，3)を通ることから，6＝2b＋c，3＝4b＋cの2つの式を得る。連立方程式として解くことで，直線ABの式はy＝−$\frac{3}{2}$$x$＋9
よって，その切片が9であることから，D(0，9)

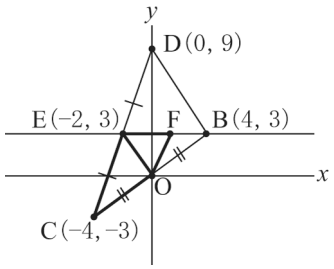
図1



次に，直線CBの式をy＝dx＋eとおくと，2点C(−4，−3)，B(4，3)を通ることから，−3＝−4d＋e，3＝4d＋eの2つの式を得る。連立方程式として解くことで，直線CBの式はy＝$\frac{3}{4}$$x$
よって，直線CBは原点Oを通る。
したがって，△BDC＝△BDO＋△CDO＝DO×4×$\frac{1}{2}$＋DO×4×$\frac{1}{2}$＝9×4×$\frac{1}{2}$＋9×4×$\frac{1}{2}$＝36

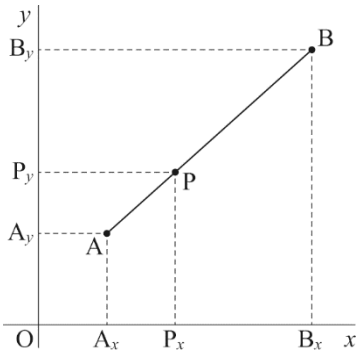
問2　点Eのy座標は点Bのy座標と等しく3であるから，3点C，E，Dのy座標を比較することで，
CE：ED＝{3−(−3)}：(9−3)＝6：6＝1：1
3点C，O，Bでも同様にして，
CO：OB＝{0−(−3)}：(3−0)＝3：3＝1：1
△BCE＝$\frac{1}{2}$△BDC，△OEC＝$\frac{1}{2}$△BCEより，
△OEC＝$\frac{1}{4}$△BDC＝$\frac{1}{4}$×36＝9

図2



四角形COFEの面積が△BDCの面積の$\frac{2}{5}$倍であるから，(四角形COFEの面積)＝$\frac{2}{5}$×36＝$\frac{72}{5}$
よって，△EFO＝(四角形COFEの面積)−△OEC＝$\frac{72}{5}$−9＝$\frac{27}{5}$
ここで，△EFO＝EF×3×$\frac{1}{2}$より，EF×3×$\frac{1}{2}$＝$\frac{27}{5}$　　EF＝$\frac{18}{5}$
CE：ED＝1：1より点Eのx座標が−2だから，点Fのx座標は，$\frac{18}{5}$−2＝$\frac{8}{5}$

ポイント≫グラフ上の線分の比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒　AP：PB＝A_xP_x：P_xB_x＝A_yP_y：P_yB_y

数-23-公-京都(前)-KS-05

5　【平面図形】

問2　∠BEF＝∠DCF＝90°　…①

対頂角は等しいから，∠BFE＝∠DFC　…②

①と△BEF，△DCF それぞれの内角の和より，

∠EBF＝90°－∠BFE，∠CDF＝90°－∠DFC　…③

②，③より，∠EBF＝∠CDF　…④

AB＝EB，AB＝CD より，EB＝CD　…⑤

①，④，⑤より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

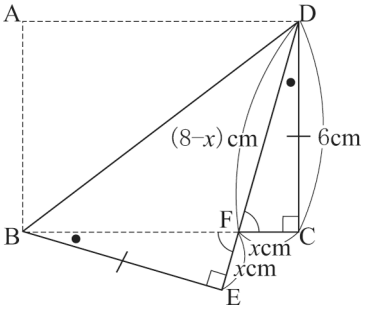
△BEF≡△DCF

EF＝CF＝x cm とすると，DF＝DE－EF＝8－x(cm)だから，

△DCF で三平方の定理より，

$CF^2+CD^2=DF^2$　　$x^2+6^2=(8-x)^2$　　これを解いて，$x=\frac{7}{4}$ cm

図1



問3　△ABD で三平方の定理より，$BD^2=AB^2+AD^2=6^2+8^2=100$

BD＞0 より，BD＝10 cm

図2 のように，線分 GH と線分 DE の交点を J とする。

線分 GH に関して，2 点 D，E は対称だから，

DJ＝JE，∠DJG＝90°

また，∠DEB＝90°だから，∠DJG＝∠DEB

よって，同位角が等しいので，GJ // BE

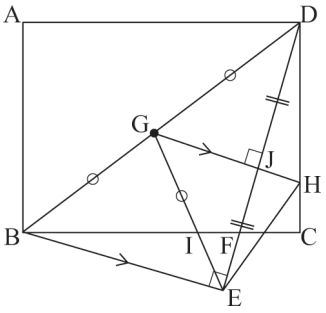
したがって，△DBE で平行線と線分の比より，

DG：GB＝DJ：JE＝1：1

すなわち，$DG=GB=\frac{1}{2}BD=5$ cm

よって，DG＝GE だから，GB＝GE＝5 cm

図2



次に，**図3**のように，線分 EG の延長と辺 AD の交点を K とする。

KD // BI より，△DKG と△BIG で平行線と線分の比より，

GK：GI＝DG：BG＝1：1　よって，GK＝GI

ここで，**図4**のように，EI＝$y$cm とおくと，

GI＝GE－EI＝5－y(cm)

よって，GK＝GI＝5－y(cm)

IF // KD より，△EFI と△EDK で平行線と線分の比より，

EI：IK＝EF：FD　　$y:2(5-y)=\frac{7}{4}:\left(8-\frac{7}{4}\right)=7:25$

$25y=14(5-y)$　　$y=\frac{70}{39}$ cm

したがって，**問1**より，△IGB∽△IFE だから，

BI：EI＝BG：EF　　$BI:\frac{70}{39}=5:\frac{7}{4}$　　$BI=\frac{200}{39}$ cm

図3

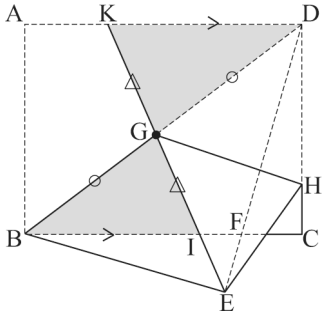
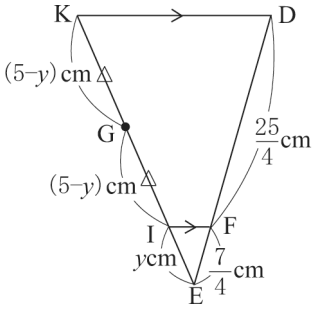


図4



数-23-公-京都(前)-KS-06

6　【規則性に関する問題】

数値ボックスに入力した値と，そのときに表示される 4 種類の矢印の個数をまとめると，**表1**のようになる。右矢印と上矢印の個数に着目すると，数値ボックスに入力した値の 2 乗となっている。また，左矢印と下矢印の個数は，右矢印と上矢印の個数に，数値ボックスに入力した値を加えたものになっている。以上のことから，数値ボックスに n を入力したときの 4 種類の矢印の個数は**表1**の通りになる。

表1

数値ボックスに入力した値	1	2	3	…	n	…
右矢印の個数	1	4	9	…	n^2	…
上矢印の個数	1	4	9	…	n^2	…
左矢印の個数	2	6	12	…	n^2+n	…
下矢印の個数	2	6	12	…	n^2+n	…
矢印の個数の合計	6	20	42	…	$4n^2+2n$	…

問1　n＝4 のとき，表示される 4 種類の矢印の個数の合計は，$4n^2+2n=4\times4^2+2\times4=72$(個)

問2　n＝20 のとき，表示される左矢印の個数は，$n^2+n=20^2+20=420$(個)

問3　上矢印，左矢印，下矢印の個数の合計と右矢印の個数の差が 6160 個になることから，

$n^2+(n^2+n)+(n^2+n)-n^2=6160$　　式を整理して，$n^2+n-3080=0$　　$(n+56)(n-55)=0$

n は自然数だから，n＝55