Ｒ２　宮城県　公立　数学　問題

数-20-公-宮城-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$7-12$　を計算しなさい。

問２　$-\frac{9}{10}\div\frac{5}{4}$　を計算しなさい。

問３　$3(4x+y)+2(-6x+1)$　を計算しなさい。

問４　$6a^2b\times 2b\div 3ab$　を計算しなさい。

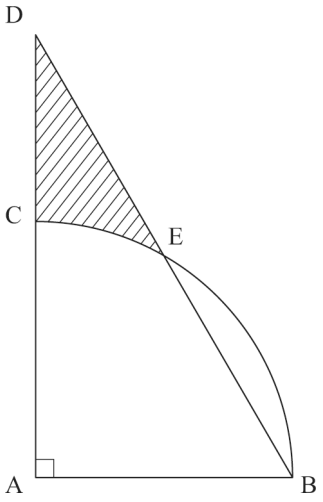
問５　$\sqrt{32}-\sqrt{18}+\sqrt{2}$　を計算しなさい。

問６　２次方程式　$x^2-5x-24=0$　を解きなさい。

問７　a を負の数とするとき，正の数であるものを，次の**ア**～**オ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

ア　$2a$　　**イ**　$-a^2$　　**ウ**　$(-a)^2$　　**エ**　$-\sqrt{a^2}$　　**オ**　$\sqrt{a^2}$

問８　下の図のような，半径 4 cm，中心角 90° のおうぎ形 ABC があります。線分 AC を C の方に延長した直線上に∠ADB＝30° となる点 D をとり，線分 BD と$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$との交点のうち，B 以外の点を E とします。$\overset{\frown}{\mathrm{CE}}$と線分 ED，DC とで囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率を π とします。



数-20-公-宮城-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　A さん，B さん，C さんの 3 人の年齢について考えます。現在，A さんは B さんより 4 歳年上で，A さんと B さんの年齢を合わせて 2 倍すると，C さんの年齢と等しくなります。18 年後には，3 人とも年齢を重ね，A さんと B さんの年齢を合わせると，C さんの年齢と等しくなります。

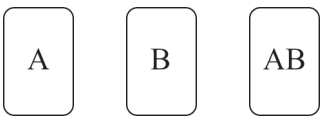
次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　A さんの現在の年齢を x 歳とするとき，B さんの現在の年齢を x を使った式で表しなさい。

(2)　現在，C さんは A さんより何歳年上ですか。

問２　下の図のような，A，B，AB の文字が書かれた 3 枚のカードがあります。この 3 枚のカードをよくきって 1 枚取り出し，書かれている文字を確認してからもとにもどします。

あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。



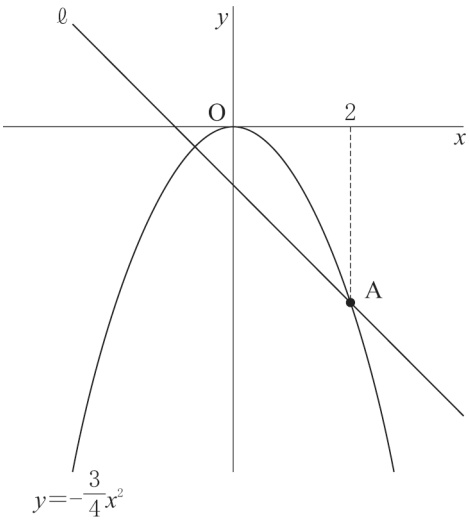
(1)　この作業を 3 回行うとき，カードの取り出し方は，全部で何通りあるか求めなさい。

(2) この作業を3回行い，書かれている文字を確認し，1回目，2回目，3回目の順にその文字を記録します。たとえば，1回目にA，2回目にAB，3回目にAの文字が書かれたカードを取り出したときは，AABAと記録します。このとき，記録した文字列に同じアルファベットが2つ以上続いている確率を求めなさい。

問3 下の図のように，関数$y=-\frac{3}{4}x^2$のグラフ上にx座標が2である点Aをとります。また，点Aを通り，傾きが-1の直線をℓとします。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 直線ℓの式を求めなさい。

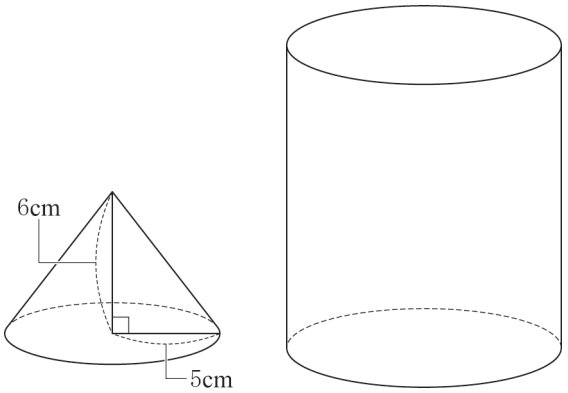


(2) グラフが直線ℓとなる1次関数について，xの変域が$a \leqq x \leqq 2$のとき，yの変域は$-3 \leqq y \leqq 2$になりました。xの変域が$a \leqq x \leqq 2$のとき，関数$y=-\frac{3}{4}x^2$のyの変域を求めなさい。

問4 下の図のような，円錐(すい)Pと円柱Qがあります。円錐Pの底面の半径は5 cmで，高さは6 cmです。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとします。

(1) 円錐Pの体積を求めなさい。



円錐P　　円柱Q

(2) 円錐 P と円柱 Q の，底面の面積の比が 9 : 16 で，高さの比が 3 : 8 のとき，円錐 P と円柱 Q の体積の比を求めなさい。

数-20-公-宮城-問-03

3 拓海さんと翼さんの学校では，来週，マラソン大会が行われます。
次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ 下の［　　］は，拓海さんと翼さんの会話です。二人は，体育の授業で計測した A 組と B 組の男子 1500 m 走の記録をもとに話をしています。また，下の表は，A 組と B 組の男子 1500 m 走の記録を度数分布表に整理したものです。
あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

拓海：もうすぐマラソン大会だね。A 組と B 組ではどちらの組に速い人が多いと言えるのかな。
翼　：度数分布表を見ると，5 分未満の記録を持つ人は，B 組の方が多いよね。
拓海：でも，男子の人数がそれぞれの組で違うから，人数で比べるよりも相対度数で比べたらどうかな。
翼　：なるほど。計算してみようか。でも，4 分 30 秒以上 5 分未満の階級の相対度数は同じ値だね。
拓海：じゃあ，記録が 5 分 30 秒未満の人の割合で比較してみようかな。

(1) A 組の 4 分 30 秒以上 5 分未満の階級の相対度数を求めなさい。

階級(分)	度数(人)	
	A組 男子	B組 男子
以上　未満		
4.5 ～ 5.0	4	5
5.0 ～ 5.5	3	3
5.5 ～ 6.0	3	5
6.0 ～ 6.5	2	3
6.5 ～ 7.0	3	2
7.0 ～ 7.5	3	4
7.5 ～ 8.0	2	3
合計	20	25

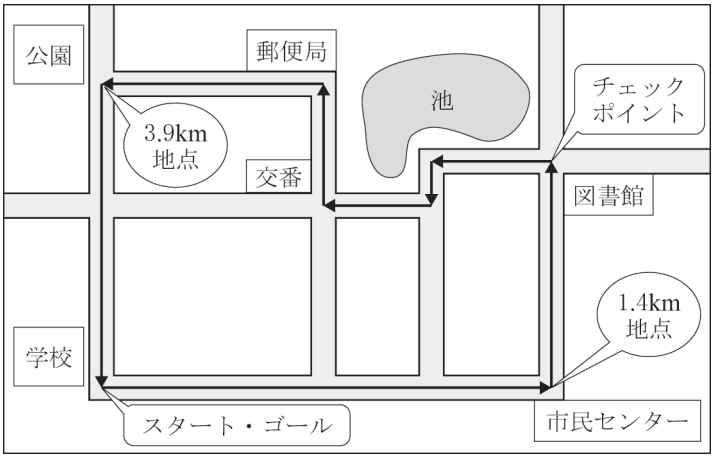
(2) 拓海さんは，下線部の考え方で A 組と B 組を比較し，A 組に速い人が多いと判断しました。拓海さんがそのように判断した理由を，根拠となる数値を用いて説明しなさい。

問２　拓海さんは，マラソン大会での目標タイムを考えることにしました。**図１**は，マラソン大会のコース図です。コースの全長は 4.8 km で，矢印で示された経路を 1 周します。スタート地点とゴール地点は学校です。図書館前の交差点にチェックポイントがあります。学校から市民センターまでは 1.4 km，交番から郵便局までは 400 m，公園から学校までは 900 m の距離があります。ただし，コースの曲がり角は，すべて直角であるものとします。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 市民センターからチェックポイントまでの距離は何 m ですか。

図１



(2) 拓海さんは，学校をスタートしてゴールするまでの目標タイムを，ちょうど 24 分として，マラソンコースを完走する計画を立てました。学校からチェックポイントまでは，1500 m を 6 分で走る一定の速さで走ることにしました。

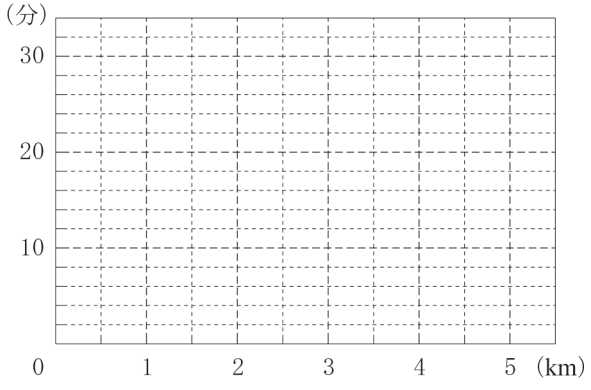
次の①，②の問いに答えなさい。

① 拓海さんが学校をスタートしてからチェックポイントに着くまでの，拓海さんが走る距離と時間との関係を表すグラフを，**解答用紙の図**にかき入れなさい。

② 拓海さんは，チェックポイントからは 1000 m を 6 分で走る一定の速さにペースを落とし，ある地点からは 1000 m を 3 分 30 秒で走る一定の速さにペースをあげてゴールまで走り続け，目標タイムを達成することにしました。この計画で，拓海さんは走るペースをあげる地点をゴールまで残り何 m の地点にしたでしょうか。

なお，**図２**を利用してもかまいません。

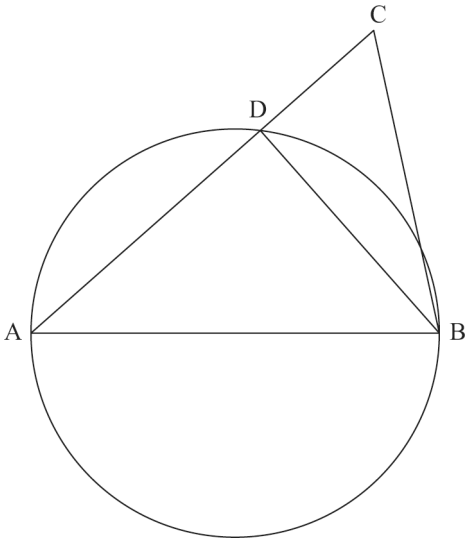
図２



4 ∠A と∠C が鋭角である△ABC があります。下の図のように，辺 AB を直径とする円と辺 AC との交点を D とし，点 B と点 D を結びます。

AB＝4 cm，AD＝3 cm，AD＝2DC のとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　線分 BD の長さを求めなさい。



問２　線分 AB を B の方に延長した直線上に，BE＝2 cm となる点 E をとり，点 C と点 E を結びます。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

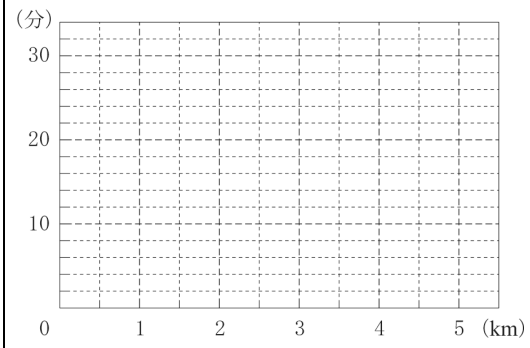
(1) 四角形 BECD が台形であることを証明しなさい。

(2) 点 D と点 E を結びます。△AED の面積を求めなさい。

(3) 線分 BC と線分 DE との交点を F とし，点 A と点 F を結びます。線分 AF の長さを求めなさい。

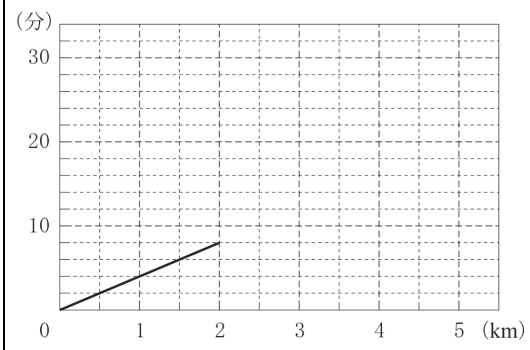
Ｒ２　宮城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-20-公-宮城-KY-01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６				
		問７				
		問８		［cm^2］		
数-20-公-宮城-KY-02	2	問１	(1)	［歳］		
			(2)	［歳］		
		問２	(1)	［通り］		
			(2)			
		問３	(1)			
			(2)			
		問４	(1)	［cm^3］		
			(2)	$\begin{pmatrix}\text{円錐P}\\ \text{の体積}\end{pmatrix}:\begin{pmatrix}\text{円柱Q}\\ \text{の体積}\end{pmatrix}=$　　:		

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-宮城-KY-03	3	問1	(1)				
			(2)				
		問2	(1)	［m］			
			(2)	①	〔図〕  		
				②	［m］		
数-20-公-宮城-KY-04	4	問1	［cm］				
		問2	(1)	〔証明〕			
			(2)	［cm^2］			
			(3)	［cm］			

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-20-公-宮城-大-01	1	問１		-5	3	
		問２		$-\frac{18}{25}$	3	
		問３		$3y+2$	3	
		問４		$4ab$	3	
		問５		$2\sqrt{2}$	3	
		問６		$x=-3$，$x=8$	3	
		問７		ウ，オ	4	
		問８		$4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$　［cm^2］	4	
数-20-公-宮城-大-02	2	問１	(1)	$x-4$　［歳］	3	
			(2)	25　［歳］	4	
		問２	(1)	27　［通り］	3	
			(2)	$\frac{19}{27}$	4	
		問３	(1)	$y=-x-1$	4	
			(2)	$-\frac{27}{4}\leqq y\leqq 0$	4	
		問４	(1)	50π　［cm^3］	4	
			(2)	$\left[\begin{pmatrix}\text{円錐P}\\\text{の体積}\end{pmatrix}:\begin{pmatrix}\text{円柱Q}\\\text{の体積}\end{pmatrix}=\right]$　9：128	4	

	問題番号		解答		配点	備考
数-20-公-宮城-木-03	3	問1	(1)	0.2	4	
			(2)	(例) 度数の合計に対する，記録が 5 分 30 秒未満の人の割合は，A 組が 0.35 で B 組が 0.32 であり，A 組の方が高いから。	5	採点基準と配点は各学校で定める。
		問2	(1)	600　［m］	5	
			(2)	①　〔図〕  	5	採点基準と配点は各学校で定める。
				②　320　［m］	6	
数-20-公-宮城-木-04	4	問1		$\sqrt{7}$　［cm］	4	
		問2	(1)	〔証明〕 (例) AD＝2DC より AD : DC＝2 : 1　…　① AB＝4 cm，BE＝2 cm より AB : BE＝2 : 1　…　② ①，②より AD : DC＝AB : BE であるから DB // CE 四角形 BECD は，向かい合う 1 組の辺が平行な四角形なので台形である。	6	採点基準と配点は各学校で定める。
			(2)	$\frac{9\sqrt{7}}{4}$　［cm^2］	4	
			(3)	$\frac{3\sqrt{43}}{5}$　［cm］	5	

(注)　上記以外については，各学校で適宜基準を設けるものとする。

数-20-公-宮城-KS-01

1　【小問集合】

問５　$\sqrt{32}-\sqrt{18}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

問７　**ア**　正の数２と負の数 a の積なので，$2a$ は負である。

イ　a^2 は正だから，$-a^2$ は負である。

ウ　$(-a)^2=a^2$ だから，$(-a)^2$ は正である。

エ　$-\sqrt{a^2}$ は，a^2 の平方根のうちの負の方である。

オ　$\sqrt{a^2}$ は，a^2 の平方根のうちの正の方である。

したがって，正しい選択肢は，**ウ**と**オ**。

問８　**図１**のように，△ABD の内角の和より，

∠ABD＝180°－(90°＋30°)＝60°

図１

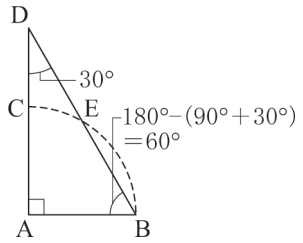


図２のように，△ABD において，AB：AD＝1：$\sqrt{3}$

4：AD＝1：$\sqrt{3}$　　AD＝$4\sqrt{3}$cm

よって，$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times AB\times AD=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$(cm^2)

図２

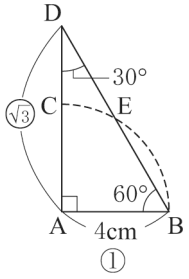


図３のように，おうぎ形 ABC の半径だから，AB＝AE より，

△ABE は二等辺三角形である。

よって，∠ABE＝∠AEB＝60°

すなわち，△ABE は正三角形であるから，AE＝AB＝BE

図３

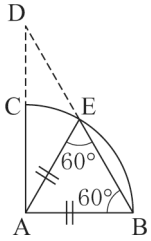


図４のように，∠DAE＝90°－60°＝30°だから，２つの角が等しいので，

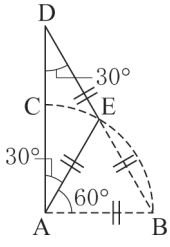
△DAE は DE＝AE の二等辺三角形である。よって，DE＝BE

したがって，$\triangle DAE=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm^2)

おうぎ形 AEC の面積は，$\pi\times 4^2\times\frac{30}{360}=\frac{4}{3}\pi$ (cm^2)

よって，求める面積は，$4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$ (cm^2)

図４



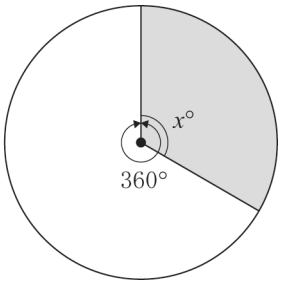
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times \frac{x}{360}$

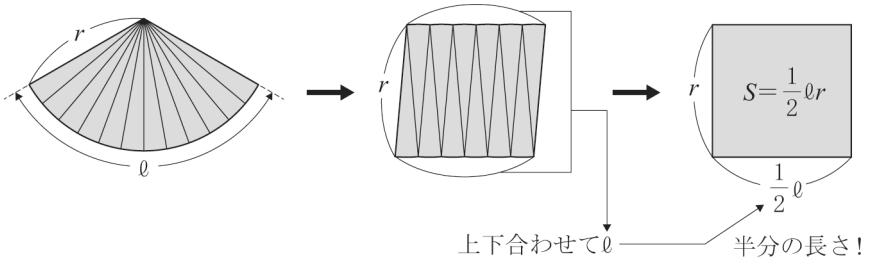
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times \frac{x}{360}$

←「一部分」……「1周360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，$S=\frac{1}{2}\ell r$



数-20-公-宮城-KS-02

2 【方程式の利用，確率，関数，空間図形】

問1 (2) (1)より，Bさんの年齢は，$x-4$(歳)だから，Cさんの年齢は $2\{x+(x-4)\}=4x-8$(歳)

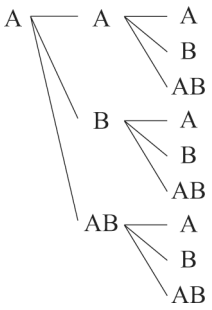
よって，18年後のAさん，Bさん，Cさんの年齢はそれぞれ，$x+18$(歳)，$x-4+18=x+14$(歳)，$4x-8+18=4x+10$(歳)

よって，$(x+18)+(x+14)=4x+10$　これを解いて，$x=11$　これは問題に合っている。

したがって，現在のAさんの年齢は11歳，Cさんの年齢は，$4x-8=4\times11-8=36$(歳)だから，CさんはAさんより $36-11=25$(歳)年上である。

問2 (1) 1回目にAの文字が書かれたカードを取り出したときの樹形図は，**図1**のようになり，その場合の数は9通り。1回目にB，ABの文字が書かれたカードを取り出した場合も同様に考えればよいから，$9\times3=27$(通り)

図1

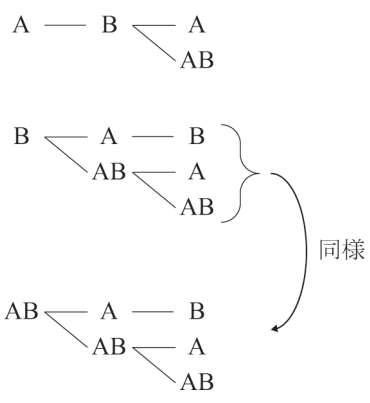


(2) 記録した文字列に同じアルファベットが2つ以上続いている確率は，それが起こらない確率，すなわち，記録した文字列に同じアルファベットが続かない確率を用いて求めることができる。

記録した文字列に同じアルファベットが続かない場合だけを取り出した樹形図をかくと，**図2**のようになる。(なお，1回目に取り出したカードがB，ABだった場合は，同様の樹形図になることに注目するとよい)

よって，求める確率は，$1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$

図2



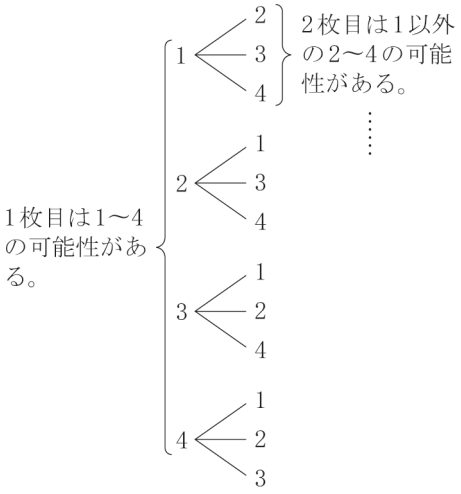
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問３ (1) 直線 ℓ の傾きが -1 だから，その式は，$y=-x+b$ とおくことができる。

点 A は関数 $y=-\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，x 座標を関数の式に代入することで，

$y=-\frac{3}{4}\times 2^2=-3$ だから，A$(2,\ -3)$

よって，直線 ℓ の式に点 A の座標を代入し，$-3=-1\times 2+b$　　$b=-1$

したがって，直線 ℓ の式は，$y=-x-1$

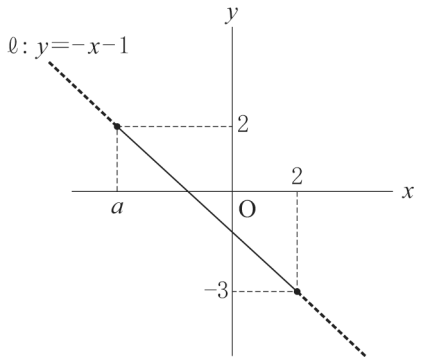
ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

(2) **図３**のように，直線 ℓ のグラフから変域を考えると，
$x=a$ のとき，$y=2$ となることがわかる。
よって，$2=-a-1$　　$a=-3$

図３



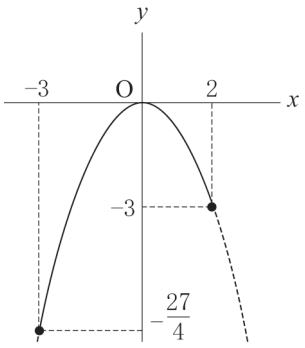
次に，**図４**のように，x の変域が$-3 \leqq x \leqq 2$ のときの，

$y=-\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフを考えると，

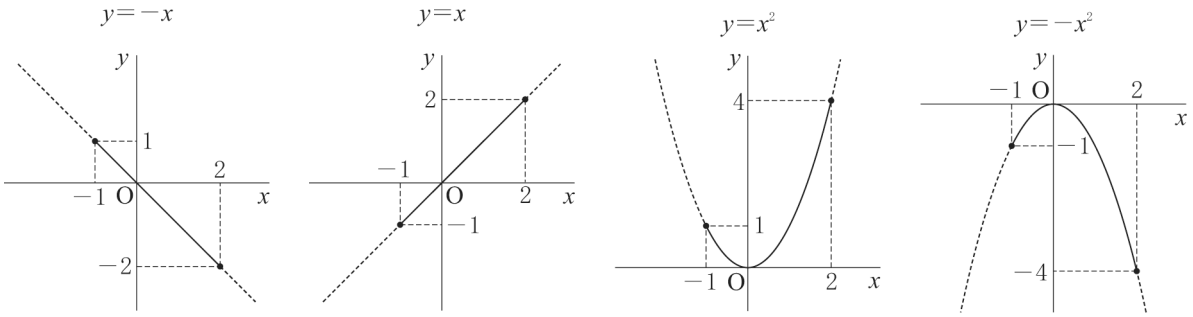
$x=-3$ のときの，$y=-\dfrac{3}{4}\times(-3)^2=-\dfrac{27}{4}$ が y の最小値で，

最大値は 0 だから，y の変域は，$-\dfrac{27}{4} \leqq y \leqq 0$

図４



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問４　(2) 円錐 P と円柱 Q において，底面の面積をそれぞれ S_P，S_Q，高さを h_P，h_Q とする。

底面の面積の比が，$S_P : S_Q=9 : 16$ だから，$S_Q=\dfrac{16}{9}S_P$

高さの比が，$h_P : h_Q=3 : 8$ だから，$h_Q=\dfrac{8}{3}h_P$

よって，円錐 P と円柱 Q の体積の比は，

$\left(\dfrac{1}{3}\times S_P\times h_P\right) : (S_Q\times h_Q)=\left(\dfrac{1}{3}\times S_P\times h_P\right) : \left(\dfrac{16}{9}S_P\times\dfrac{8}{3}h_P\right)=\dfrac{1}{3} : \dfrac{128}{27}=9 : 128$

数-20-公-宮城-KS-03

3　【データの活用，関数の利用】

問１

ポイント》相対度数の求め方

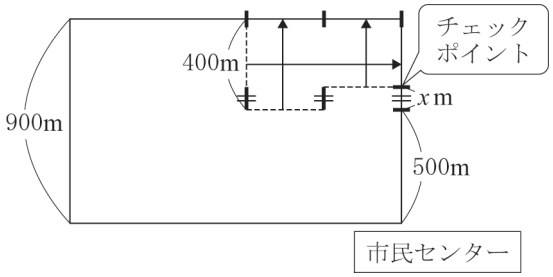
「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数$=\dfrac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問２　(1) **図１**のように，コースの折れ曲がっている箇所を動かすことで，コースの全長は，縦 900m，横 1.4km の長方形の周に，図の x m を 2 つ分加えた長さであることがわかる。
よって，$2\times(900+1400)+2x=4800$　これを解いて，$x=100$ m
したがって，市民センターからチェックポイントまでの距離は，$x+500=100+500=600$(m)

図１



(2) ①　チェックポイントに着くまでは，1.5km を 6 分で，すなわち，1km を $\frac{6}{1.5}=4$(分)で走る。スタートからチェックポイントまでの距離は，$1.4+0.6=2$(km)だから，チェックポイントに着くまでにかかる時間は，$4\times2=8$(分)である。よって，**解答用紙の図**の横軸(km)を x 軸，縦軸(分)を y 軸としたとき，2 点(0，0)，(2，8)を結んだ線分が解答となる。

②　[1] ペースを落としたとき，[2] ペースをあげたとき のそれぞれについて，スタートからの進んだ距離 x と，スタートしてからの経過時間 y の関係を式で表す。なお，いずれのときも一定の速さで走っているため，関係式は一次関数となる。

[1] ペースを落としたとき

1km を 6 分で走るから，変化の割合は，$\frac{6}{1}=6$　よって，y を x の式で表すと，$y=6x+a$ である。

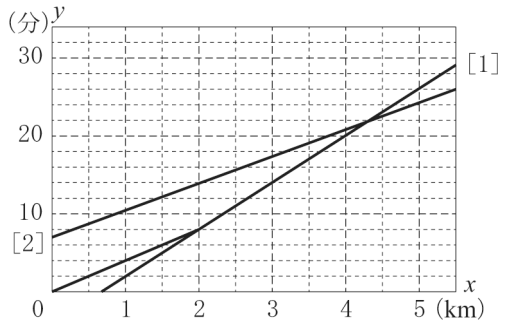
①より，チェックポイントに着いたとき，$x=2$(km)，$y=8$(分)だから，式に代入すると，
$8=6\times2+a$　　$a=-4$　　よって，式は $y=6x-4$

[2] ペースをあげたとき

1km を 3.5 分で走るから，変化の割合は，$\frac{3.5}{1}=3.5$　よって，y を x の式で表すと，$y=3.5x+b$ である。目標タイムでゴールに着いたから，$x=4.8$(km)，$y=24$(分)である。これを式に代入すると，
$24=3.5\times4.8+a$　　$a=7.2$　　よって，式は $y=3.5x+7.2$

図２のように，[1]，[2]をグラフにしたときの交点の x 座標が，ペースをあげる地点のスタートからの距離だから，連立方程式 $\begin{cases}y=6x-4\\y=3.5x+7.2\end{cases}$ を解くことで，$x=4.48$(km)　よって，この地点からゴールまでは $4800-4480=320$(m)残っている。

図２



4　【平面図形】

問１　線分 AB は円の直径だから，∠ADB＝90°　よって，△ABD で三平方の定理より，
$BD^2=AB^2-AD^2=4^2-3^2=7$　BD＞0 より，$BD=\sqrt{7}$cm

問２　(2) (1)より，DB // CE だから，△EDB＝△CDB

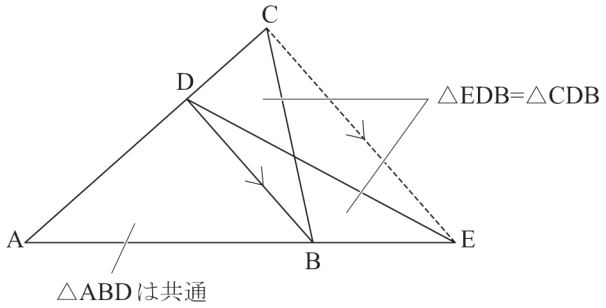
よって，**図１**のように，△AED＝△ABD＋△EDB＝△ABD＋△CDB＝△ABC

AD＝2DC より，$DC=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$(cm)，$AC=AD+DC=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$(cm)

よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times BD=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times\sqrt{7}=\frac{9\sqrt{7}}{4}$(cm^2)

したがって，$\triangle AED=\frac{9\sqrt{7}}{4}$cm^2

図１



(3) **図２**のように，点 F から辺 AC に垂線 FG をひく。

図２

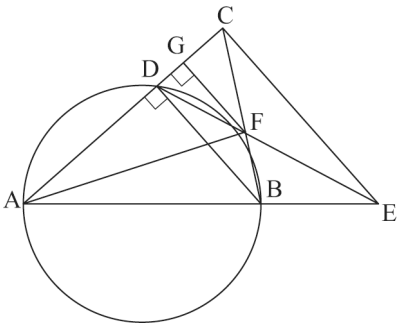


図３のように, DB // CE より, 平行線と線分の比の性質から,
DB : CE＝AB : AE＝4 : 6＝2 : 3

図３

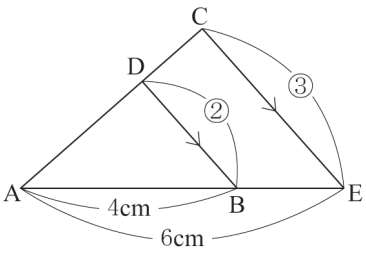


図４のように，DB // CE より，平行線と線分の比の性質から，
BF : CF＝DB : CE＝2 : 3　すなわち，CF : CB＝3 : 5

図４

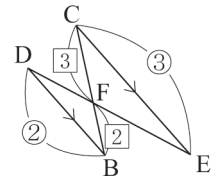
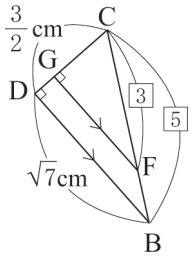


図５のように，∠CDB＝∠CGF＝90°だから，同位角が等しいので，
GF // DB

図５



よって，平行線と線分の比の性質から，GF : DB＝CF : CB

$GF : \sqrt{7} = 3 : 5$　　$GF = \frac{3\sqrt{7}}{5}$cm

$CG : CD = CF : CB$　　$CG : \frac{3}{2} = 3 : 5$　　$CG = \frac{9}{10}$cm

$AG = AC - CG = \frac{9}{2} - \frac{9}{10} = \frac{18}{5}$(cm)

よって，△AFG で三平方の定理より，$AF^2 = AG^2 + GF^2 = \left(\frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{5}\right)^2 = \frac{387}{25}$

$AF > 0$ より，$AF = \frac{3\sqrt{43}}{5}$cm