Ｒ６　宮城県　公立　数学　問題

数-24-公-宮城-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$2-16$　を計算しなさい。

問２　$\frac{7}{3}+\frac{2}{9}\times(-3)$　を計算しなさい。

問３　$(6a^2b-4ab^2)\div 2ab$　を計算しなさい。

問４　$a=-5$，$b=\frac{1}{6}$　のとき，$2(a+7b)-8b$　の値を求めなさい。

問５　$x^2-10x+21$　を因数分解しなさい。

問６　y は x に反比例し，$x=-2$ のとき $y=9$ です。このとき，y を x の式で表しなさい。

問７　３つの数　$\sqrt{10}$，$\frac{7}{\sqrt{7}}$，3　の大小を，不等号を使って表したものとして正しいものを，次の**ア**～**カ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。

ア　$\sqrt{10}<\frac{7}{\sqrt{7}}<3$

イ　$\sqrt{10}<3<\frac{7}{\sqrt{7}}$

ウ　$\frac{7}{\sqrt{7}}<\sqrt{10}<3$

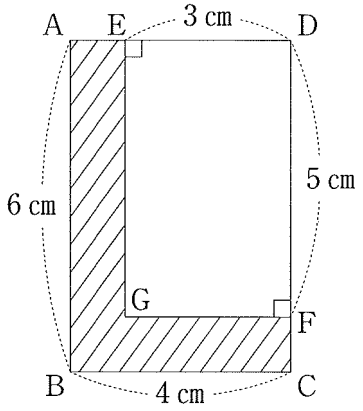
エ　$\frac{7}{\sqrt{7}}<3<\sqrt{10}$

オ　$3<\sqrt{10}<\frac{7}{\sqrt{7}}$

カ　$3<\frac{7}{\sqrt{7}}<\sqrt{10}$

問８　下の図のような，AB＝6 cm，BC＝4 cm の長方形 ABCD があります。辺 AD 上に ED＝3 cm となる点 E をとり，辺 DC 上に DF＝5 cm となる点 F をとります。また，点 E を通って辺 AD に垂直な直線と点 F を通って辺 DC に垂直な直線との交点を G とします。

2 辺 AB，BC と 4 つの線分 CF，FG，GE，EA とで囲まれた図の斜線部分を，直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率を π とします。



数-24-公-宮城-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　1 から 6 までの目が出るさいころが 1 つあります。

このさいころを 2 回投げて，1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，さいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

(1)　$a+b=6$ が成り立つ確率を求めなさい。

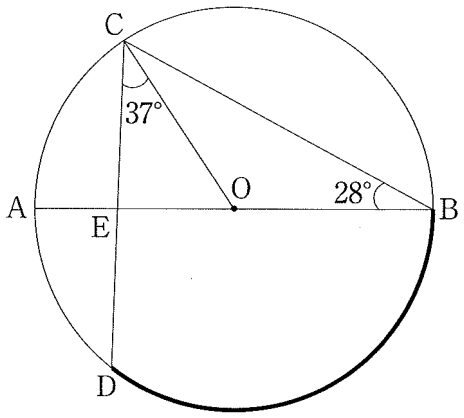
(2)　$\dfrac{b+1}{a}$ の値が整数になる確率を求めなさい。

問２　線分 AB を直径とする円 O があります。下の図のように，円 O の周上に，∠ABC＝28° となる点 C をとり，点 C をふくまない方の$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上に，∠OCD＝37° となる点 D をとります。また，線分 AB と線分 CD との交点を E とします。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　∠AEC の大きさを求めなさい。

(2)　AB＝6 cm のとき，図の太い線で示している小さい方の$\overset{\frown}{\mathrm{DB}}$の長さを求めなさい。ただし，円周率を π とします。

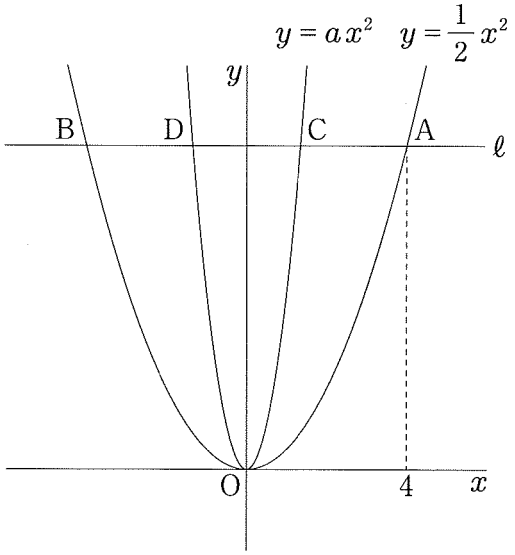


問３　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと関数 $y=ax^2$ のグラフが，x 軸に平行な直線 ℓ とそれぞれ 2 点で交わっています。関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ との交点のうち，x 座標が正である点を A，負である点を B とし，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ との交点のうち，x 座標が正である点を C，負である点を D とします。ただし，$a>\frac{1}{2}$ とします。

点 A の x 座標が 4 であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　点 B の座標を求めなさい。

(2)　DC＝CA となるとき，a の値を求めなさい。



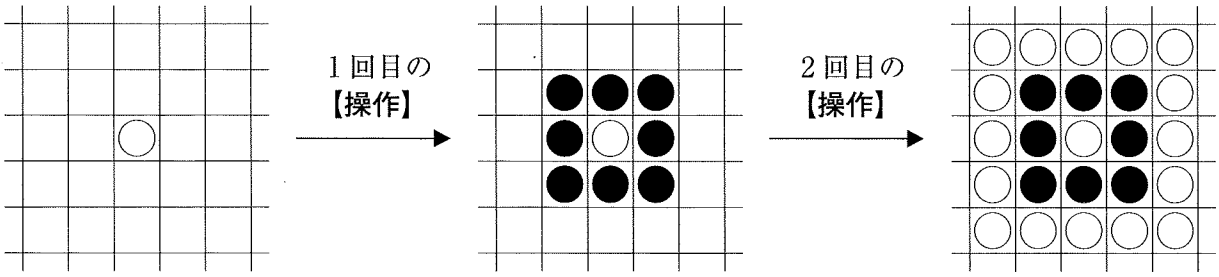
問４　平面上にマス目があり，その中の１つのマスに白い碁石（ごいし）が１個置いてあります。この状態から，黒い碁石と白い碁石を使って，次の**【操作】**をくり返し行います。

> **【操作】**
> 碁石が置いてあるマスの，上，右上，右，右下，下，左下，左，左上でとなり合うすべてのマスのうち，まだ碁石が置かれていないマスに新たに碁石を置く。

奇数回目の**【操作】**では黒い碁石を，偶数回目の**【操作】**では白い碁石を新たに置くこととします。

下の図は，１つのマスに白い碁石が１個置いてある状態から，１回目の**【操作】**で新たに碁石を置いたあとのようすと，２回目の**【操作】**で新たに碁石を置いたあとのようすを示したものです。

あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。



(1) ４回目の**【操作】**で，新たに置く碁石は，何個ですか。

(2) 何回目かの**【操作】**で，新たに置いた碁石は，88個でした。
次の①，②の問いに答えなさい。

① この**【操作】**は，何回目の**【操作】**ですか。

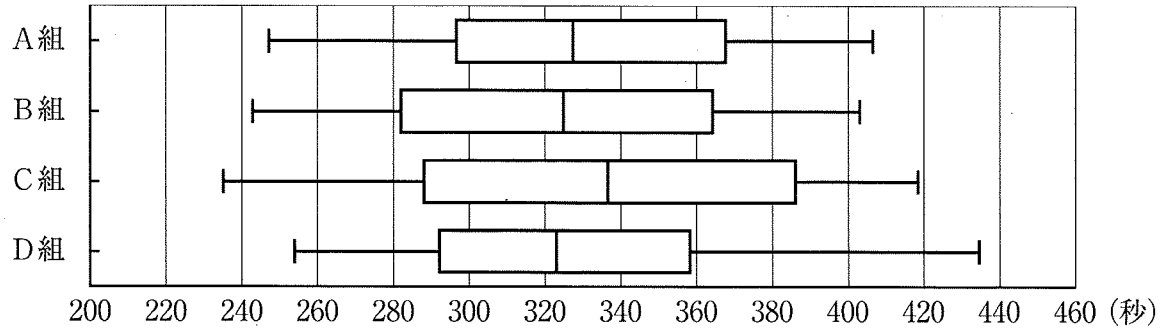
② このとき，黒い碁石は，平面上に全部で何個置いてありますか。

3 洋平さんと明さんの学校では，毎年，1200 m を走る長距離走大会が行われています。
次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ 数学の授業で，昨年度の長距離走大会の記録をもとにかかれた箱ひげ図から読みとれることについて，話し合いをすることになりました。**図１**は，昨年度のＡ組，Ｂ組，Ｃ組，Ｄ組に在籍していたそれぞれ 40 人全員の，記録の分布のようすを箱ひげ図に表したものです。洋平さんと明さんは，**図１**を見ながら，［　　］の会話をしています。

あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

図１



洋平さん：数値が小さい方が速い記録ということになるから，4 つの組の中で最も記録が速かった生徒がいるのは［　　］組だね。ほかにわかることはないかな。

明さん　：各組の人数は 40 人だから，**中央値**に注目すると，4 つの組全体で少なくとも 80 人は 340 秒以内の記録だったことがわかるよ。

洋平さん：なるほど。昨年度の長距離走大会の記録について，箱ひげ図から，いろいろなことが読みとれるね。

明さん　：今年度の長距離走大会の目標設定の参考になるね。

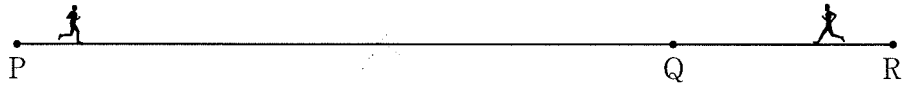
(1) 会話の［　　］にあてはまる正しいものを，A，B，C，D の中から**１つ**答えなさい。

(2) 明さんが，**図１**から会話の下線部のように判断した理由を，**中央値**という語句を用いて，根拠となる人数を示しながら，説明しなさい。

問２　**図２**のような，P 地点から Q 地点を通って R 地点まで 1 本のまっすぐな道路で結ばれたコースがあります。P 地点を基準とし，P 地点から Q 地点までの距離は 900 m，P 地点から R 地点までの距離は 1200 m です。洋平さんと明さんは，長距離走大会に向けての練習として，このコースを使って，下の［　　］の計画でそれぞれ走ることにしました。

あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

図２



【洋平さんの計画】

P 地点から R 地点に向かって止まることなく走る。P 地点から Q 地点までは分速 200 m の一定の速さで走り，Q 地点から R 地点までは分速 300 m の一定の速さで走る。

【明さんの計画】

R 地点から P 地点に向かって止まることなく走る。R 地点から P 地点まで分速 250 m の一定の速さで走る。

(1) 洋平さんが計画どおりに走るとき，P 地点を出発してから R 地点に着くまでの，時間と P 地点から洋平さんまでの距離との関係を表すグラフを，**解答用紙の図**にかき入れなさい。

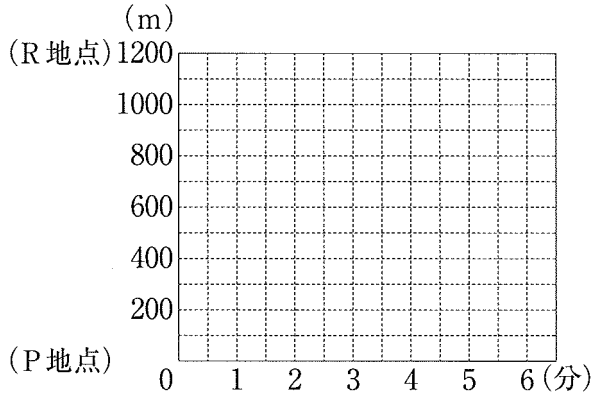
(2) 洋平さんが P 地点を出発し，遅れて明さんが R 地点を出発しました。2 人はそれぞれ計画どおりに走り，途中ですれちがって，洋平さんが R 地点に到着してから 30 秒後に明さんが P 地点に到着しました。

次の①，②の問いに答えなさい。

① 2 人がすれちがったのは，洋平さんが P 地点を出発してから何分何秒後ですか。

なお，**図３**を利用してもかまいません。

図３



② P 地点から明さんまでの距離が 300 m であるとき，P 地点から洋平さんまでの距離は何 m ですか。

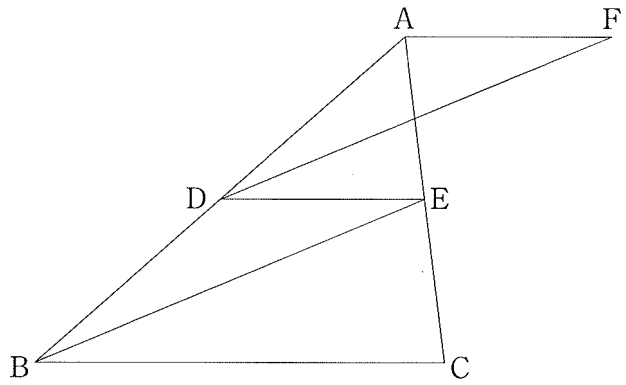
4 **図１**のような，BC＝10 cm，AC＜BC である△ABC があります。2 辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，点 B と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結びます。また，点 A を通って線分 DE に平行な直線上に，AF＝DE となる点 F を，直線 AC に対して点 D と反対側にとり，点 D と点 F を結びます。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　線分 DE の長さを求めなさい。

問２　△ADF≡△DBE であることを証明しなさい。

図１



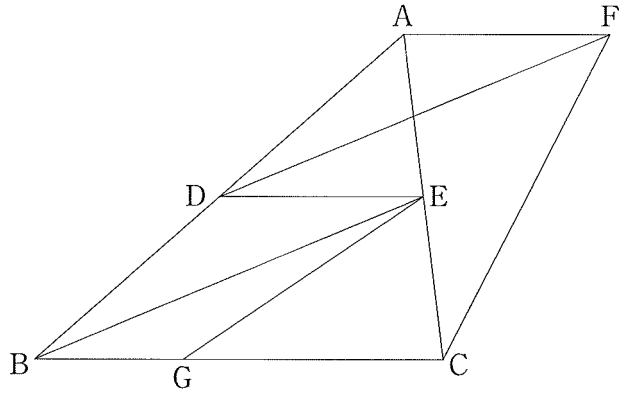
問３　**図２**は，**図１**において，点 C と点 F を結び，辺 BC 上に，点 G を∠CGE＝∠ACF となるようにとったものです。

AB＝12 cm，AC＝8 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 線分 CG の長さを求めなさい。

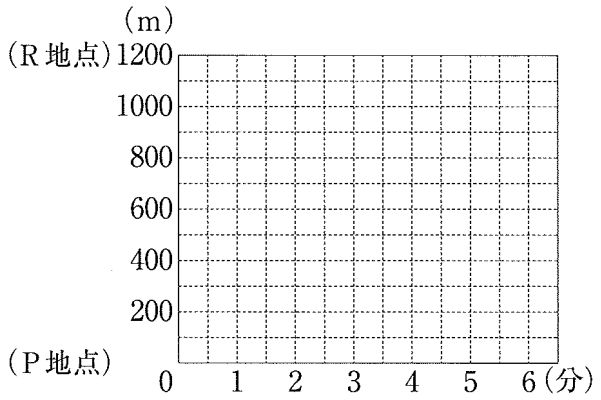
(2) 点 A と点 G を結びます。△AGE の面積を求めなさい。

図２



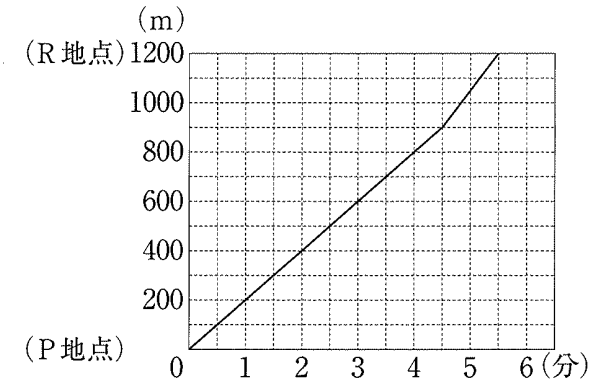
Ｒ６　宮城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-宮城-KY-01	1	問１					
		問２					
		問３					
		問４					
		問５					
		問６					
		問７					
		問８	［cm^3］				
数-24-公-宮城-KY-02	2	問１	(1)				
			(2)				
		問２	(1)	［度］			
			(2)	［cm］			
		問３	(1)				
			(2)				
		問４	(1)	［個］			
			(2)	①	［回目］		
				②	［個］		

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-宮城-KY-03	3	問1	(1)				
			(2)				
		問2	(1)	〔図〕  			
			(2)	①	［分］　［秒後］		
				②	［m］		
数-24-公-宮城-KY-04	4	問1			［cm］		
		問2	〔証明〕				
		問3	(1)		［cm］		
			(2)		［cm^2］		

数学　解答

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-宮城-K-01	1	問１		-14		3	
		問２		$\frac{5}{3}$		3	
		問３		$3a-2b$		3	
		問４		-9		3	
		問５		$(x-3)(x-7)$		3	
		問６		$y=-\frac{18}{x}$		3	
		問７		エ		4	
		問８		51π　［cm^3］		4	
数-24-公-宮城-K-02	2	問１	(1)	$\frac{5}{36}$		3	
			(2)	$\frac{7}{18}$		4	
		問２	(1)	93　［度］		3	
			(2)	$\frac{13}{6}\pi$　［cm］		5	
		問３	(1)	$(-4,\ 8)$		3	
			(2)	$\frac{9}{2}$		5	
		問４	(1)	32　［個］		3	
			(2)	①	11　［回目］	3	
				②	288　［個］	3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-宮城-K-03	3	問１	(1)	C	3	
			(2)	(例) すべての組の中央値が 340 秒より小さく，各組において，340 秒以内の記録であった生徒が少なくとも 20 人ずついることがわかるから。	5	採点基準と配点は各学校で定める。
		問２	(1)	〔図〕  	4	採点基準と配点は各学校で定める。
			(2)	① 3 ［分］ 20 ［秒後］	4	
				② 990 ［m］	6	
数-24-公-宮城-K-04	4	問１		5 ［cm］	3	
		問２		〔証明〕 (例) △ADF と△DBE において 仮定から　AF＝DE　…　① 点 D は辺 AB の中点であるから AD＝DB　…　② 仮定から　AF // DE 平行線の同位角は等しいから ∠FAD＝∠EDB　…　③ ①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ADF≡△DBE	6	採点基準と配点は各学校で定める。
		問３	(1)	$\frac{32}{5}$ ［cm］	5	
			(2)	$\frac{24\sqrt{7}}{5}$ ［cm^2］	6	

(注)　上記以外については，各学校で適宜基準を設けるものとする。

数-24-公-宮城-KS-01

1　【小問集合】

問４　$2(a+7b)-8b=2a+14b-8b=2a+6b$　　よって，$2\times(-5)+6\times\frac{1}{6}=-10+1=-9$

問６　$y=\frac{a}{x}$ に $x=-2$，$y=9$ を代入して，$9=\frac{a}{-2}$　　$a=9\times(-2)=-18$

よって，求める式は，$y=-\frac{18}{x}$

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する →　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

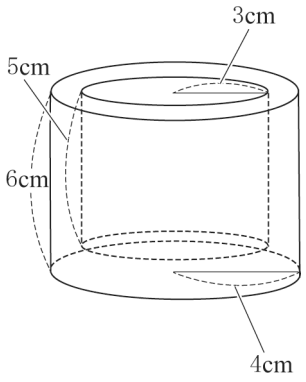
問７　$\frac{7}{\sqrt{7}}=\frac{7\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{7\sqrt{7}}{7}=\sqrt{7}$，また，$3=\sqrt{9}$

$7<9<10$ より，$\sqrt{7}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$　　よって，$\frac{7}{\sqrt{7}}<3<\sqrt{10}$

問８　底面の半径が 4 cm，高さが 6 cm の円柱の体積から，底面の半径が 3cm，高さが 5cm の円柱の体積をひけばよい。

よって，$\pi\times4^2\times6-\pi\times3^2\times5=96\pi-45\pi=51\pi(\text{cm}^3)$

図１



数-24-公-宮城-KS-02

2　【確率，平面図形，関数のグラフと図形，規則性に関する問題】

問１　(1) 条件を満たす $(a,\ b)$ の値の組は，(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1) の 5 通りであり，すべての目の出方は 36 通りだから，求める確率は $\frac{5}{36}$ である。

(2) a，$b+1$ は $1\leqq a\leqq6$，$2\leqq b+1\leqq7$ を満たす整数である。

$a=1$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=2$，3，4，5，6，7 の 6 通り

$a=2$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=2$，4，6 の 3 通り

$a=3$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=3$，6 の 2 通り

$a=4$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=4$ の 1 通り

$a=5$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=5$ の 1 通り

$a=6$ のとき，$\frac{b+1}{a}$ の値が整数になるのは，$b+1=6$ の 1 通り

条件を満たす $(a,\ b)$ の値の組は，6＋3＋2＋1＋1＋1＝14(通り) であり，すべての目の出方は 36 通りだから，求める確率は $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$ である。

問２　(1) 辺 OB，辺 OC はともに円の半径だから，OB＝OC
よって，△OBC は二等辺三角形であり，∠OCB＝∠OBC＝28°
したがって，∠AEC＝∠CBE＋∠BCE＝∠CBE＋∠BCO＋∠OCE＝28°＋28°＋37°＝93°である。

(2) ∠DCB＝∠BCO＋∠OCE＝28°＋37°＝65°
また，円周角の定理より，∠DOB＝2×∠DCB＝2×65°＝130°
よって，図の太い線で示している小さい方の $\overset{\frown}{\mathrm{DB}}$ の長さは，$6\times\pi\times\frac{130}{360}=\frac{13}{6}\pi$ (cm)

問３　(1) 点 B は，点 A と y 軸に関して対称な点だから，点 B の x 座標は−4である。点 B は曲線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるから，$x=-4$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　　よって，点 B の座標は，(−4，8)

(2) 点 C の x 座標を t とする。点 D は，点 C と y 軸に関して対称な点だから，点 D の x 座標は $-t$ である。よって，DC＝$t-(-t)=2t$，CA＝$4-t$　　仮定より，DC＝CA だから，$2t=4-t$　　$t=\frac{4}{3}$

(1)から，点 C の y 座標は点 B に等しく 8 である。点 C は曲線 $y=ax^2$ 上にあるから，$x=\frac{4}{3}$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times\left(\frac{4}{3}\right)^2$　　$a=\frac{9}{2}$

問４　(1) 4 回目の**【操作】**で新たに碁石を置いたあとの碁石の総数から，4 回目の**【操作】**を行う前に置いてある碁石の総数をひけばよい。4 回目の**【操作】**のあとに置いてある碁石は 1 辺の碁石の数が 2×4＋1＝9 (個) の正方形，4 回目の**【操作】**を行う前に置いてある碁石は 1 辺の碁石の数が 2×3＋1＝7 (個) の正方形だから，4 回目の**【操作】**で，新たに置く碁石は，$9^2-7^2=81-49=32$ (個)

(2) ①　x 回目の**【操作】**で，新たに置いた碁石が，88 個であるとする。x 回目の**【操作】**で新たに碁石を置いたあとの碁石の総数から，x 回目の**【操作】**を行う前に置いてある碁石の総数をひけばよい。x 回目の**【操作】**のあとに置いてある碁石は 1 辺の碁石の数が $2\times x+1=2x+1$ (個) の正方形，x 回目の**【操作】**を行う前に置いてある碁石は 1 辺の碁石の数が $2\times(x-1)+1=2x-1$ (個) の正方形だから，x 回目の**【操作】**で，新たに置く碁石は，$(2x+1)^2-(2x-1)^2=(4x^2+4x+1)-(4x^2-4x+1)=8x$ (個) である。よって，$8x=88$　　$x=11$

②　奇数回目の**【操作】**で，新たに黒い碁石を置くので，奇数回目だけを考える。①より，新たに置く黒い碁石は，1 回目の**【操作】**で，8×1＝8(個)，3 回目の**【操作】**で，8×3＝24(個)，5 回目の**【操作】**で，8×5＝40 (個)，7 回目の**【操作】**で，8×7＝56 (個)，9 回目の**【操作】**で，8×9＝72 (個)，11 回目の**【操作】**で，問題文より，88 個である。
よって，平面上に置いてある黒い碁石は全部で，8＋24＋40＋56＋72＋88＝288(個)

数-24-公-宮城-KS-03

3　【資料の活用，一次関数の利用】

問１　(1) **図１**の箱ひげ図から，A 組から D 組の 4 つの組の最小値のうち C 組だけ 240 秒未満であり，その他は 240 秒以上であることが読み取れる。よって，4 つの組の中で最も記録が速かった生徒がいるのは C 組である。

問２　(1) P 地点から Q 地点までの距離 900m を分速 200m の速さで走るとき，かかった時間は，900÷200＝4.5 (分)　　また，Q 地点から R 地点までの距離は 1200−900＝300 (m) で，分速 300 m で走るから，かかった時間は 300÷300＝1 (分)
したがって，グラフは，(0，0)，(4.5，900)，(5.5，1200) を通る折れ線となる。

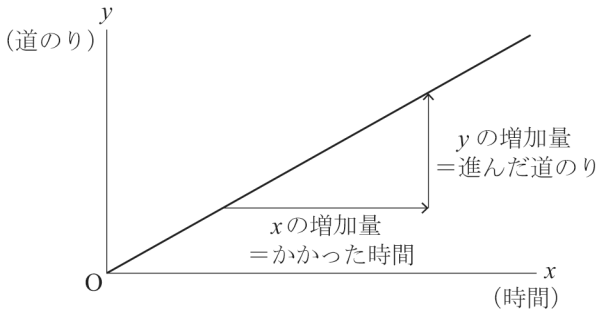
(2) ①　洋平さんが R 地点に到着するのは，洋平さんが P 地点を出発してから 5 分 30 秒後である。明さんが P 地点に到着するのは，洋平さんが R 地点に到着してから 30 秒後だから，洋平さんが P 地点を出発してから 6 分後である。明さんは分速 250 m の速さで走るので，1000 m 走るのにかかる時間は 1000÷250＝4 (分)　　よって，明さんが計画どおりに走るとき，R 地点を出発してから P 地点に着くまでの，時間と P 地点から明さんまでの距離との関係を表すグラフは，(6，0)，(2，1000) を通

る直線となる。よって，この直線のグラフの表す式は，$y=-250x+1500$

2 人がすれちがう時間を求めるには，洋平さんと明さんのそれぞれが走るようすを表す 2 つのグラフの交点の x 座標を求めればよい。連立方程式 $\begin{cases} y=200x \\ y=-250x+1500 \end{cases}$ を解くと，$x=\dfrac{10}{3}$　　よって，2 人がすれちがったのは，洋平さんが P 地点を出発してから$\dfrac{10}{3}$分後，つまり 3 分 20 秒後である。

② P 地点から明さんまでの距離が 300 m であるときの時間は，$y=-250x+1500$ に $y=300$ を代入して，$300=-250x+1500$　　$x=\dfrac{24}{5}$ より，洋平さんが P 地点を出発してから 4 分 48 秒後である。このとき，洋平さんは Q 地点から R 地点の間にいる。このときの洋平さんが走るようすを表すグラフは (4.5，900)，(5.5，1200) を通る直線なので，その式は，$y=300x-450$ である。この式に，$x=\dfrac{24}{5}$ を代入すると，$y=300\times\dfrac{24}{5}-450=990$(m)

ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



⇒ 速さ＝$\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝ 変化の割合(一次関数の傾き)

数-24-公-宮城-KS-04

4　【平面図形】

問 1　点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点だから，中点連結定理より，$DE=\dfrac{1}{2}BC=5$(cm)

問 3　(1) △CGE と△ACF において，仮定より，∠CGE＝∠ACF　…①

点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点だから，中点連結定理より，DE // BC

また，仮定より，DE // AF　　よって，AF // BC

平行線の錯角は等しいから，∠GCE＝∠CAF　…②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△CGE∽△ACF

相似な図形の対応する辺の比は等しいから，CG : AC＝CE : AF

よって，CG : 8＝4 : 5　　$CG=\dfrac{32}{5}$(cm)

(2) **図 1** のように頂点 A から辺 BC に垂線を引き，その交点を H とする。BH＝x cm とすると，CH＝$10-x$(cm)

△ABH で三平方の定理を用いて，$12^2=AH^2+x^2$

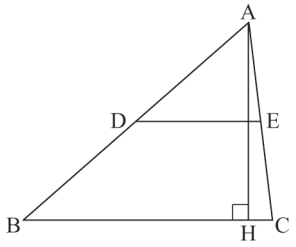
よって，$AH^2=12^2-x^2$

△ACH で三平方の定理を用いて，$8^2=AH^2+(10-x)^2$

よって，$AH^2=8^2-(10-x)^2$

したがって，$12^2-x^2=8^2-(10-x)^2$　　これを解いて，$x=9$

図 1



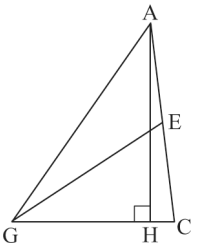
$AH^2=12^2-9^2=144-81=63$　　AH＞0 より，$AH=3\sqrt{7}$ (cm)

$\triangle AGC=\frac{1}{2}\times\frac{32}{5}\times3\sqrt{7}=\frac{48\sqrt{7}}{5}$ (cm^2)

点 E は辺 AC の中点だから，△AGC：△AGE＝2：1

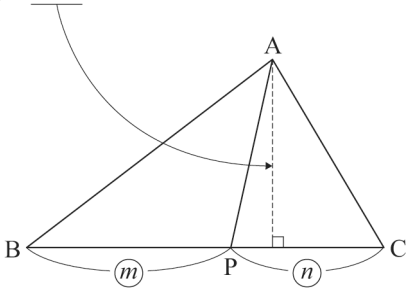
$\frac{48\sqrt{7}}{5}$：△AGE＝2：1 より，$\triangle AGE=\frac{24\sqrt{7}}{5}$ (cm^2)

図２



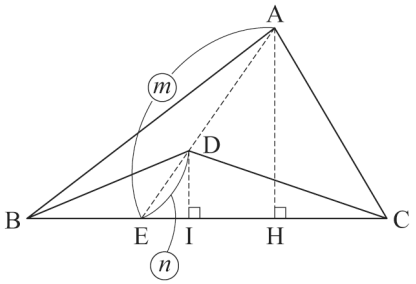
ポイント》面積比は３パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

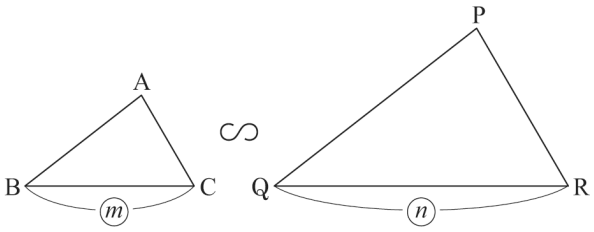
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2