H27　長野県　公立　数学　問題

数-15-公-長野-問-01

1　次の各問いに答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$-2-5$

(2)　$36\div(-3^2)$

(3)　$\sqrt{3}\,(\sqrt{18}\,-\sqrt{2}\,)$

(4)　$2x+y+\dfrac{x-2y}{3}$

問２　n を整数とする。連続する 2 つの奇数のうち，小さい数を $2n+1$ とするとき，大きい数を n を用いて表しなさい。

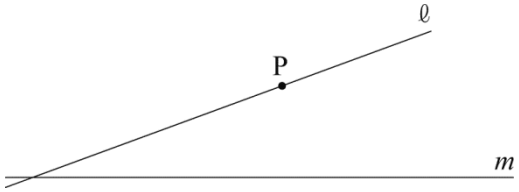
問３　連立方程式 $\begin{cases} y=x-4 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$　を解きなさい。

問４　二次方程式 $2x^2+x-2=0$　を解きなさい。

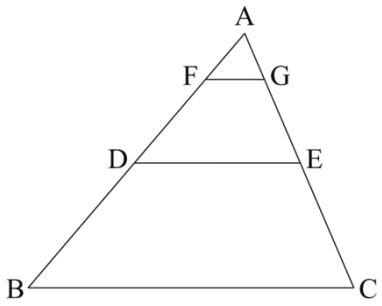
問５　$\sqrt{5}<\sqrt{a}<2\sqrt{2}$ に当てはまる自然数 a を，すべて求めなさい。

問６　右の図のように，直線 ℓ 上に点 P がある。

中心が直線 m 上にあり，直線 ℓ に点 P で接する円 O を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，円の中心を表す文字 O も書き，作図に用いた線は消さないこと。



問７　右の図のように，BC，DE，FG は平行で，FB＝12 cm，GE＝4 cm，EC＝6 cm の△ABC がある。このとき，FD の長さを求めなさい。



問８　赤玉 2 個と白玉 2 個がはいっている箱がある。A，B の 2 人がこの箱から，最初に A が玉を 1 個取り出し，それをもどさないで，続けて B が玉を 1 個取り出す。

取り出した 2 個の玉がどちらも赤玉である確率を求めるために，起こるすべての場合を樹形図で表す。このとき，同様に確からしいと考えられるすべての取り出し方を表している樹形図を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア

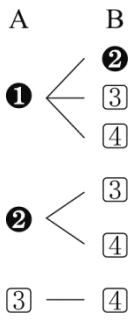
赤玉と，白玉を区別して



の 4 通り。

イ

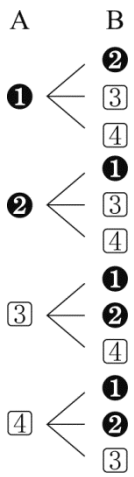
赤玉を❶ ❷，白玉を3 4と区別して



の 6 通り。

ウ

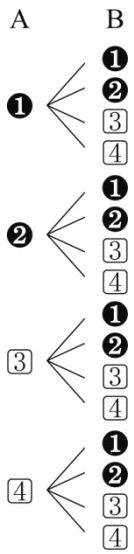
赤玉を❶ ❷，白玉を3 4と区別して



の 12 通り。

エ

赤玉を❶ ❷，白玉を3 4と区別して

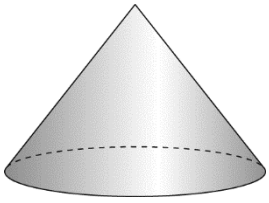


の 16 通り。

2 次の各問いに答えなさい。

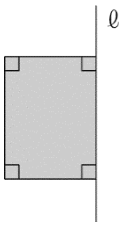
問１　**図**のように，底面の半径が 3 cm で，高さが 4 cm の円錐がある。

図

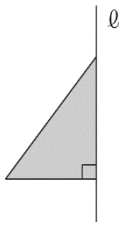


(1) 円錐は，ある平面図形を直線のまわりに 1 回転させてできる立体とみることができる。直線 ℓ を回転の軸として 1 回転させたとき，円錐ができる図形として正しいものを，次の**ア**～**オ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

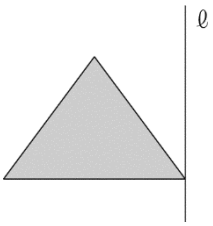
ア



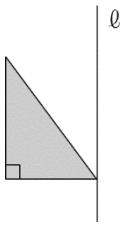
イ



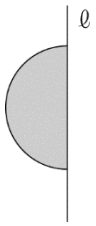
ウ



エ



オ



(2) **図**の円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

(3) **図**の円錐の側面となるおうぎ形の半径と，中心角の大きさを求めなさい。

問２　右の表は，ある養鶏場で，ある日の朝にとれた卵から，100 個を無作為に抽出し，その重さをはかり，度数分布表に整理したものである。

(1) 表の **あ** に当てはまる数を求めなさい。

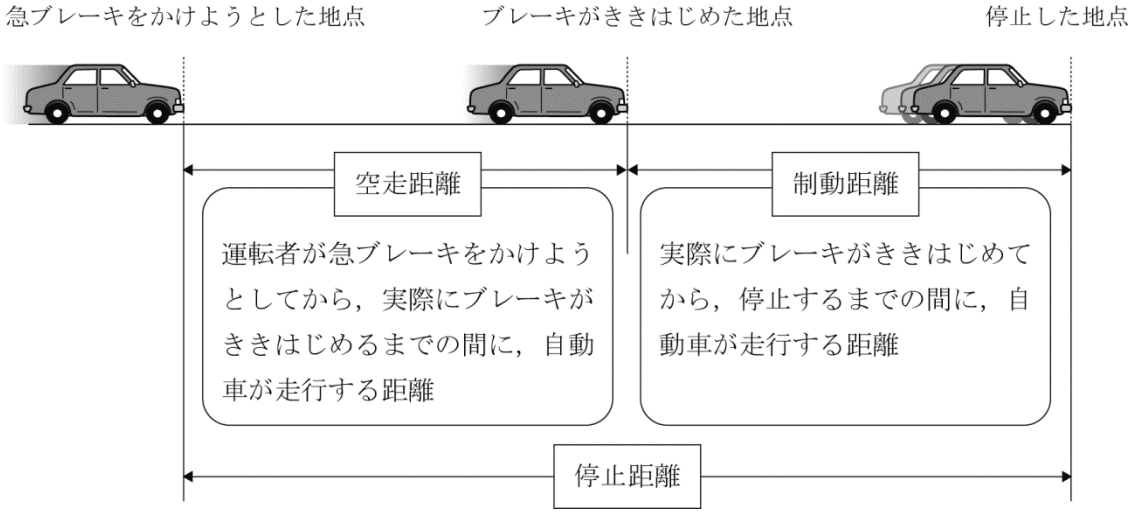
(2) 表から，100 個の卵の重さの最頻値（モード）を求めなさい。

区分	階級 (g)	階級値 (g)	度数 (個)	相対度数
	以上　未満			
SS	40~46	**あ**	1	0.01
S	46~52	49	13	0.13
MS	52~58	55	26	0.26
M	58~64	61	28	0.28
L	64~70	67	24	0.24
LL	70~76	73	8	0.08
計			100	1.00

(3) この日の朝にとれた卵の総数のうち，L 区分の個数は，抽出した 100 個を標本として推測することができる。そのためには，卵の総数のほかに何を用いればよいか，表からわかる次の**ア**～**エ**から言葉を 1 つ選び，記号を書きなさい。また，卵の総数のうち L 区分の個数を推測する方法を，選んだ言葉と**卵の総数**という言葉を用いて説明しなさい。

ア　階級の幅
イ　階級 64～70 g の階級値
ウ　階級 64～70 g の相対度数
エ　卵の重さの平均値

問３　ある自動車会社では，テストコースを使って，急ブレーキをかけたときの停止距離を測定する実験を行った。この実験では，停止距離を空走距離と制動距離の和として考える。



この実験の結果，急ブレーキをかけようとしてから，実際にブレーキがききはじめるまでの時間は常に 0.8 秒であり，ブレーキがききはじめるまでは自動車は減速せず一定の速さのまま走行した。

また，ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さを秒速 x m として，そのときの制動距離を y m とすると，y は x の 2 乗に比例し，x と y の関係は次の式で決まることがわかった。

$$y=0.1x^2$$

(1) 制動距離について，次のようにまとめた。［い］に当てはまる数を求めなさい。また，［う］に当てはまる式を，下の**ア**～**ウ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さが 2 倍になると，制動距離は［い］倍になる。
また，ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さが，秒速 5 m と秒速 10 m のときの 制動距離の差を p m，秒速 10 m と秒速 15 m のときの制動距離の差を q m とすると，p と q の間には［う］という関係が成り立つ。

〔　**ア**　$p<q$　　**イ**　$p=q$　　**ウ**　$p>q$　〕

(2) 空走距離が 16 m のとき，停止距離を求めなさい。

(3) 停止距離が 24 m のとき，急ブレーキをかけようとした地点での自動車の速さを求めなさい。ただし，急ブレーキをかけようとした地点での自動車の速さを秒速 a m として，a の方程式と計算過程を書き，方程式の解が問題の条件にあっているかどうかも確かめること。

数-15-公-長野-問-03

3 **図１**のように，3 つの水そう A，B，C がある。最初に A には 80 L の水が入っており，B，C は空である。排水口Ⅰを開くと A から B へ，排水口Ⅱを開くと B から C へと水が流れて，A の水をすべて C に移すことができる。ただし，排水口Ⅰ，排水口Ⅱからは，それぞれ常に一定の割合で水が流れるものとする。

まず，排水口Ⅰのみを開き，20 分後に排水口Ⅱを開いた。

図２は，排水口Ⅰを開いてからの時間を x 分，入っている水の量を y L として，水そうごとの x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，B のグラフは，$0 \leqq x \leqq 20$ のときのみ示してある。

次の各問いに答えなさい。

図１

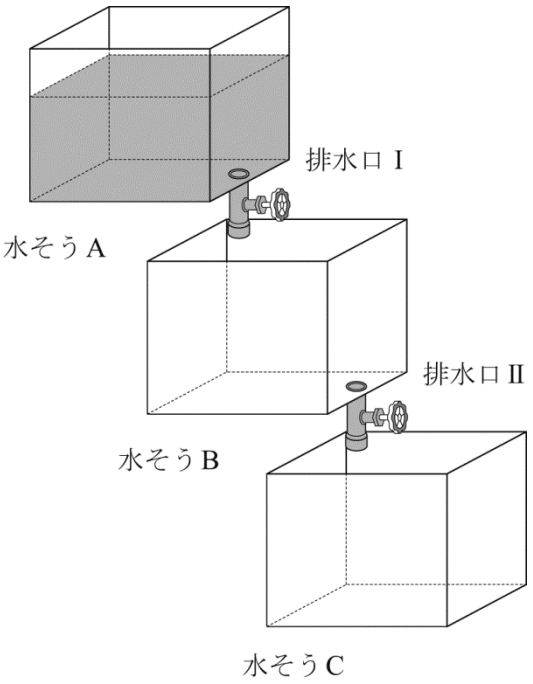
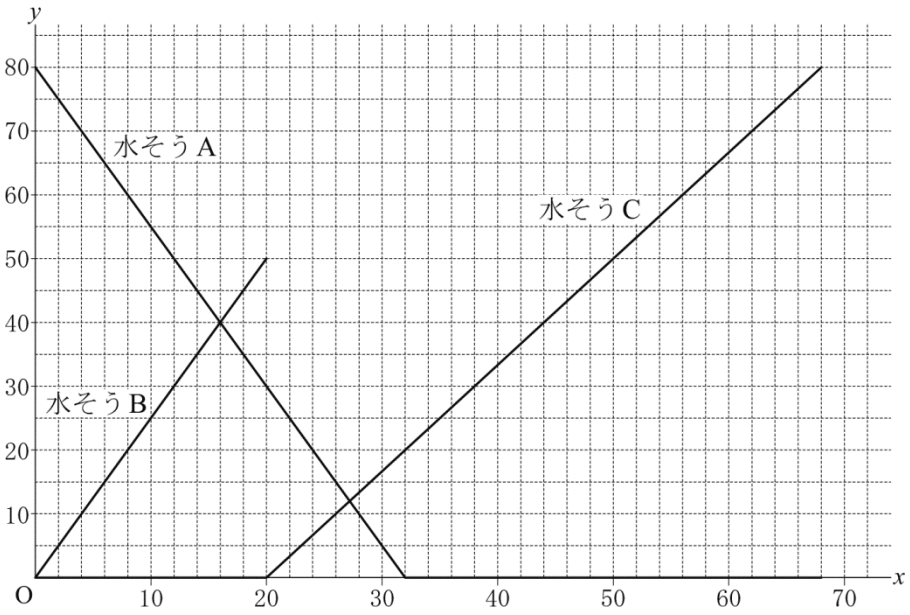


図２



問１ $x=20$ のとき，A に入っている水の量を求めなさい。

問２　$0 \leqq x \leqq 20$ のとき，A と B に入っている水の量が等しくなるときの x の値を求めなさい。

問３　**図２**のグラフから，排水口Ⅰを開いてから 32 分後に A が空になることがわかる。

$20 \leqq x \leqq 32$ のとき，B の水の量は，どのように変化しているか，正しいものを次の**ア**～**ウ**から１つ選び，記号を書きなさい。また，それが正しいことの理由は，B に入ってくる水の量と，出ていく水の量に着目して説明できる。正しいことの理由について，下の**説明**を完成させなさい。

（ **ア**　B の水の量は減少している。
イ　B の水の量は増加している。
ウ　B の水の量は一定である。 ）

〔説明〕

グラフから，A の水の量は毎分 $\frac{5}{2}$ L ずつ減少しているので，B には毎分 $\frac{5}{2}$ L ずつ水が入ってくる。

また，C の水の量は

問４　排水口Ⅱを開いたあと，B と C に入っている水の量が等しくなるのは，排水口Ⅰを開いてからの時間が何分のときか，求めなさい。

問５　A が空になったときに，ちょうど B と C に入っている水の量が等しくなるようにしたい。そのために，排水口Ⅰから流れる水の量は変えないで，次の２つの方法をとる。

方法１：排水口Ⅱから流れる水の量は変えないで，排水口Ⅰを開いてから排水口Ⅱを開くまでの時間を変える。

方法２：排水口Ⅰを開いてから排水口Ⅱを開くまでの時間は変えないで，排水口Ⅱから流れる水の量を変える。

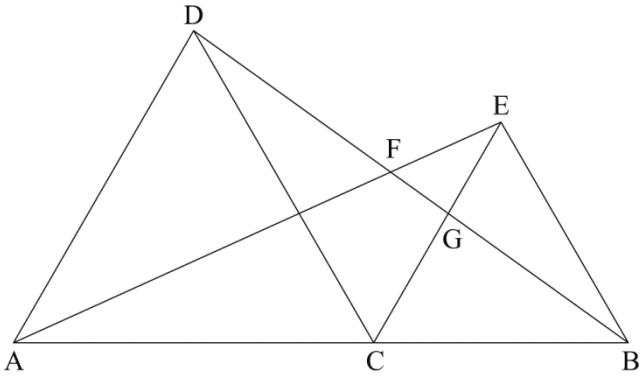
(1) **方法１**のとき，排水口Ⅰを開いてから排水口Ⅱを開くまでの時間は何分か，求めなさい。

(2) **方法２**のとき，排水口Ⅱから流れる水の量は毎分何 L か，求めなさい。

4 図１のように，線分 AB 上に点 C をとり，AC，CB を，それぞれ１辺とする正三角形△ACD と△CBE を AB の同じ側につくる。また，AE と BD の交点を F，CE と BD の交点を G とする。

次の各問いに答えなさい。

図１



問１　∠DCE の大きさを求めなさい。

問２　△ACE≡△DCB を証明しなさい。

問３　∠BFE＝60°であることを，次のように求めた。

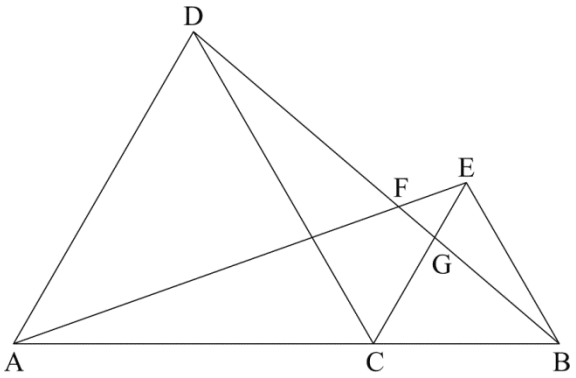
> **問２**より，△ACE≡△DCB から，
> 　∠AEC＝∠DBC
> だから，円周角の定理の逆より，４点 B，E，［あ］，［い］は，同じ円周上にある。
> よって，$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいから
> 　∠BFE＝［う］
> したがって，∠BFE＝60°

(1)　［あ］，［い］に当てはまる点を，それぞれ記号を用いて書きなさい。ただし，［あ］，［い］の順序は問わない。

(2)　［う］に当てはまる最も適切な角を，記号を用いて書きなさい。

問４　**図２**は，**図１**の図形で AC＝12 cm，CB＝6 cm としたものとする。

図２



(1) 次のように，相似な２つの三角形を見つけることにより，その相似比から，CG : GE を求めることができる。

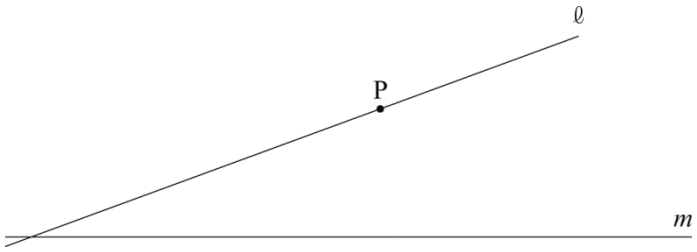
［え］に当てはまる最も適切な三角形を記号を用いて書き，［お］に当てはまる最も簡単な整数の比を求めなさい。

△DCG∽［え］だから，CG : GE＝［お］である。

(2) BG の長さを求めなさい。

(3) △EFG の面積を求めなさい。

数学　解答用紙

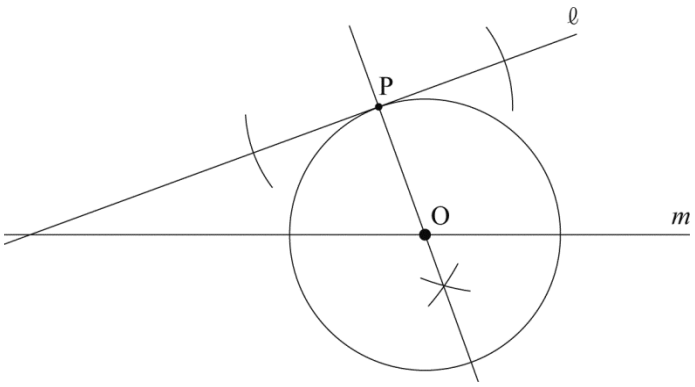
	問題番号		解答		配点	備考
数-15-公-長野-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
		問３	$x=$　　，$y=$			
		問４	$x=$			
		問５				
		問６				
		問７	cm			
		問８				

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数－I5－公－長野－KY－02	2	問１	(1)				
			(2)	cm^3			
			(3)	半　径	cm		
				中心角	°		
		問２	(1)				
			(2)	g			
			(3)	記号			
				説明			
		問３	(1)	い		う			
			(2)	m			
			(3)	よって，自動車の速さは秒速＿＿＿＿m			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−長野−KY−03	3	問１	L			
		問２	x=			
		問３	記号			
			説明	また，C の水の量は		
		問４	分			
		問５	(1)	分		
			(2)	毎分　　L		

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数−15−公−長野−KY−04	4	問１	∠DCE＝　　°					
		問２						
		問３	(1)					
			(2)	∠				
		問４	(1)	え	△	お	:	
			(2)	cm				
			(3)	cm^2				

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数－15－公－長野－K－01	1	問１	(1)	-7	3	
			(2)	-4	3	
			(3)	$2\sqrt{6}$	3	
			(4)	$\dfrac{7x+y}{3}$	3	「$\frac{7}{3}x+\frac{1}{3}y$」等も正答とする。
		問２		$2n+3$	3	
		問３		$(x=)7$，$(y=)3$	3	
		問４		$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$	3	「$-\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$」等も正答とする。
		問５		6，7	3	
		問６		(例)  	3	定規とコンパスを使い，円Oが作図されていて，文字Oが書かれたもののみを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・点Pを通る直線ℓの垂線と直線 m の交点として中心Oをとり，点Pで直線ℓに接する円Oが作図されているものを正答とする。 ・点Oの位置を表す黒丸(●)の有無は問わない。 正答例以外の作図も，これに準ずる。
		問７		$\dfrac{24}{5}$ cm	3	「4.8」等も正答とする。
		問８		ウ	3	

	問題番号		解答				配点	備考
数−15−公−長野−A−02	2	問1	(1)	イ			2	
			(2)	12π cm^3			3	
			(3)	半径	5 cm		2	
				中心角	216 °		2	
		問2	(1)	43			2	
			(2)	61 g			2	
			(3)	記号	ウ		3	・記号はウを選択し，説明は「階級 64〜70 g の相対度数」と「卵の総数」を含む言葉や式で記述されていて，正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
				説明	(例) 階級 64〜70 g の相対度数を，卵の総数にかける。			
		問3	(1)	い	4	う ア	3	
			(2)	56 m			3	
			(3)	(例) $0.8a+0.1a^2=24$ これを解くと $a^2+8a-240=0$ $(a+20)(a-12)=0$ $a=-20,\ 12$ $a=-20$ は負になり，問題にあわない。 (自動車の速さは秒速) 12 m			5	(a)，(b)，(c)，(d)がすべて書かれているものを正答とする。 (a)「(自動車の速さは秒速)12 (m)」 (b)「$0.8a+0.1a^2=24$」，またはこの式を変形・整理した二次方程式 (c)方程式の解 「$a=-20,\ 12$」 (d)「$a=-20$ は負になり，問題にあわない。」，「$a>0$ より」等，(c)から(a)に至る理由 ・(b)，(c)，(d)の不備については，(b)は2点，(c)，(d)はそれぞれ1点を減点する。 ・(a)が誤りでも，解答を途中まで記述しているとき，(b)には2点，(c)には1点を与える。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−長野−大−03	3	問１	30　L		2	
		問２	$x=16$		2	
		問３	記号	イ	2	説明は，記号でイを選択している場合のみ評価の対象とし，次の(a)及び(b)，または(a)及び(c)について記述されているものを正答とする。 (a)B からの流出量は毎分 $\frac{5}{3}$ L (b)B への流入量は流出量より多い (c)B に入っている水の増加量は毎分 $\frac{5}{6}$ L ・結論の有無は問わない。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
			説明	(例) (また，C の水の量は) 毎分 $\frac{5}{3}$ L ずつ増加しているので，B から毎分 $\frac{5}{3}$ L ずつ水が出ていく。したがって，出ていく水の量より，入ってくる水の量の方が多いため。	3	
		問４	44　分		3	
		問５	(1)	8　分	3	
			(2)	毎分　$\frac{10}{3}$　L	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−長野−大−04	4	問１	∠DCE＝　60　°	2	
		問２	(例) △ACE と△DCB について， △ACD と△CBE は，正三角形であるから AC＝DC…① CE＝CB…② また， ∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝120°…③ ∠DCB＝∠DCE＋∠BCE＝120°…④ したがって，③，④より ∠ACE＝∠DCB…⑤ ①，②，⑤から 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ACE≡△DCB	5	証明が完結しているものを評価の対象とし，途中の不備は減点する。正答例の場合では， ・①，②，⑤及び△ACE≡△DCB がすべて書かれているものを完結しているとする。 ・①，②が書かれていても，①，②に至る理由が述べられていない場合や，「仮定から」と書かれている場合は 1 点減点とする。 ・⑤が書かれていても，⑤に至る理由③及び④が述べられていない場合は，2 点減点とする。 ・「2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」という条件が述べられていない場合は，1 点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。 正答例以外の証明も，これに準ずる。
		問３	(1)　C　　F	3	
			(2)　∠BCE	2	
		問４	(1)　え　△BEG　お　2：1	3	
			(2)　$2\sqrt{7}$　cm	3	
			(3)　$\frac{6\sqrt{3}}{7}$　cm^2	4	

数-15-公-長野-KS-01

1　**問1**　(1)　$-2-5=-(2+5)=-7$

(2)　$36\div(-3^2)=36\div(-9)=-4$

(3)　$\sqrt{3}\,(\sqrt{18}-\sqrt{2})=\sqrt{3}\,(3\sqrt{2}-\sqrt{2})=\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

(4)　$2x+y+\dfrac{x-2y}{3}=\dfrac{3(2x+y)+(x-2y)}{3}=\dfrac{6x+3y+x-2y}{3}=\dfrac{7x+y}{3}$

問2　連続する2つの奇数のうち，小さい数が $2n+1$ のとき，大きい数は，それよりも2大きいので，$2n+1+2=2n+3$

問3　$y=x-4$…①　$2x-3y=5$…②とおく。①を②に代入して，$2x-3(x-4)=5$　$2x-3x+12=5$　$-x=-7$　$x=7$　①に代入して，$y=7-4=3$

問4　解の公式を利用して，$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

問5　$\sqrt{5}<\sqrt{a}<2\sqrt{2}$　$\sqrt{5}<\sqrt{a}<\sqrt{8}$　$5<a<8$　a は自然数より，$a=6,\ 7$

問6　点Pを通る直線 ℓ の垂線と直線 m との交点が求める円の中心Oである。Oを中心とする半径OPの円をかく。

問7　FG // DE // BC より，FD：FB＝GE：GC　FD：12＝4：(4＋6)　10FD＝48　FD＝$\dfrac{24}{5}$(cm)

問8　1回目に赤玉2個，白玉2個のどれかを1個とり，それをもどさず，残りの3つの中からどれかを1個とるので，樹形図は**ウ**。

数-15-公-長野-KS-02

2　**問1**　(1)　円錐は直角をはさむ2辺が4 cm，3 cmの直角三角形を4 cmの辺を軸として1回転させてできる立体なので，選択肢は**イ**。

(2)　体積は，$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(3)　側面のおうぎ形の半径は，$\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)　中心角を x° とすると，$2\pi\times5\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times3$

$x=216^\circ$

問2　(1)　40 g以上46 g以下の階級の階級値だから，$(40+46)\div2=43$(g)

(2)　最頻値，度数の最も大きい階級の階級値だから61g

(3)　L区分の卵の数は，(卵の総数)×(階級64～70gの相対度数)で求められる。選択肢は**ウ**。

問3　(1)　速さが秒速 x mのときの制動距離 y mには，$y=0.1x^2$ の関係がある。よって，y は x^2 に比例するので，速さが2倍になると制動距離は $2^2=4$(倍)になる。また，秒速5 mと秒速10 mのときの制動距離の差 $p=0.1\times10^2-0.1\times5^2=7.5$(m)　秒速10 mのときと秒速15 mのときの制動距離の差 $q=0.1\times15^2-0.1\times10^2=12.5$(m)　よって，$p<q$ より，選択肢は**ア**。

(2)　空走距離が16 mのとき，自動車の速さは，$16\div0.8=20$ より，秒速20 m　よって，このときの制動距離は，$0.1\times20^2=40$(m) となり，停止距離は，$16+40=56$(m)

(3)　自動車の速さを秒速 a mとするとき，停止距離が24 mより，$0.8a+0.1a^2=24$　$a^2+8a-240=0$　$(a+20)(a-12)=0$　$a=-20,\ 12$　$a>0$ より，$a=12$　よって，自動車の速さは毎秒12 m

数-15-公-長野-KS-03

3　**問1**　水そうAのグラフより，$x=20$ のとき $y=30$　よって，30 L

問2　$0\leqq x\leqq20$ のとき，水そうAと水そうBの水の量が等しくなるのは，グラフの交点より，$x=16$ のとき。

問3　$20\leqq x\leqq32$ のとき，Bには Aから毎分$\dfrac{5}{2}$ Lの水が入り，Bから Cには毎分$\dfrac{5}{3}$ Lの水が出ていくので，Bの水そうの水の量は，$\dfrac{5}{2}-\dfrac{5}{3}=\dfrac{5}{6}$ より，毎分$\dfrac{5}{6}$(L) ずつ増える。よって，選択肢は**イ**。

問４　水そう B の水の量を表すグラフの続きをかくと，(20，50)，(32，60)，(68，0) を折れ線で結ぶグラフになる。水そう B と水そう C の水の量が同じになるのは，グラフの交わる点の x 座標より，
$x=44$　よって，44 分後。

問５　(1) 水そう A が空になるとき，B，C は 40L である。C に水が入った時間は，$40\div\frac{5}{3}=24$(分)
よって，排水口Ⅱを開いたのは，排水口Ⅰを開いてから，$32-24=8$(分後)

(2) 水そう C では，$32-20=12$(分) 間に 40L の水をためるので，排水管Ⅱから流れる水の量は，
$40\div12=\frac{10}{3}$ より，毎分 $\frac{10}{3}$ L

数-15-公-長野-KS-04

4　**問１**　正三角形の１つの内角は 60° より，$\angle DCE=180^\circ-60^\circ\times2=60^\circ$

問２　正三角形の性質などを利用して，合同を導く。

問３　(1) △ACE≡△DCB より，$\angle AEC=\angle DBC$　すなわち，$\angle FEC=\angle FBC$　よって，円周角の定理の逆より，4 点 B，E，F，C は同一円周上にある。

(2) $\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいから，$\angle BFE=\angle BCE=60^\circ$

問４　(1) △DCG と△BEG において，$\angle DCG=\angle BEG=60^\circ$…①
対頂角より，$\angle DGC=\angle BGE$…②　①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△DCG∽△BEG
よって，CG：GE＝CG：EG＝DC：BE＝12：6＝2：1

(2) CG：GE＝2：1 より，$CG=\frac{2}{3}CE=\frac{2}{3}\times6=4$(cm)　点 G から辺 CB に垂線をひき，交点を H とすると，△GCH において，$\angle GCH=60^\circ$ より，CH：GH：CG＝1：$\sqrt{3}$：2　よって，$CH=\frac{1}{2}CG=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)　$GH=\sqrt{3}\,CH=\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$ (cm)　BH＝6－2＝4(cm)　△BGH において，三平方の定理より，$BG=\sqrt{4^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{7}$ (cm)

(3) △EFG と△BCG は，$\angle EGF=\angle BGC$，$\angle GEF=\angle GBC$ より，2 組の角がそれぞれ等しいので相似である。相似比は EG：BG＝2：$2\sqrt{7}$＝1：$\sqrt{7}$ となるから，面積比は 1：7　$\triangle BCG=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (cm²)　よって，$\triangle EFG=\frac{1}{7}\triangle BCG=\frac{1}{7}\times6\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{3}}{7}$ (cm²)