H28　長野県　公立　数学　問題

数-16-公-長野-問-01

1　次の各問いに答えなさい。

問1　次の計算をしなさい。

(1) $2+(-4)$

(2) $6^2 \div \frac{4}{3}$

(3) $5x-8y-2(2x-3y)$

(4) $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)$

問2　10 より小さい素数は何個あるか，求めなさい。

問3　一次方程式 $3x+3=17$ を次のように解いた。

$3x+3=17$	……❶
$3x=17-3$	……❷
$3x=14$	……❸
$x=\frac{14}{3}$	……❹

上の式❶から式❷へ，式❸から式❹へ変形してよい理由として正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つずつ選び，それぞれ記号を書きなさい。

ア　等式の両辺に 3 をたしても等式は成り立つから，変形してよい。
イ　等式の両辺から 3 をひいても等式は成り立つから，変形してよい。
ウ　等式の両辺に 3 をかけても等式は成り立つから，変形してよい。
エ　等式の両辺を 3 でわっても等式は成り立つから，変形してよい。

問4　二次方程式 $x^2+7x+9=0$ を解きなさい。

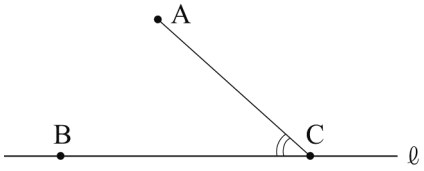
問５　2 つのさいころを同時に投げるとき，5 の目がまったく出ない確率を求めなさい。

問６　等しい角の作図について考える。

(1) **図１**のように，点 B，C は直線 ℓ 上にある。

∠ACB＝∠ A′CB となる点 A′ を，直線 ℓ について点 A の反対側に，次の❶，❷で作図した。

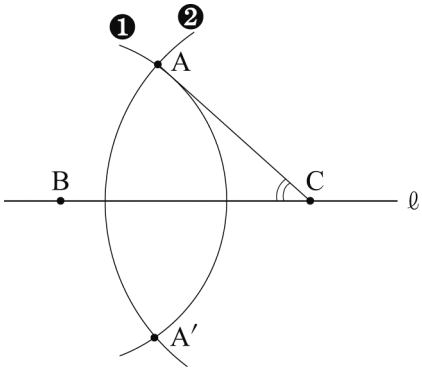
図１



〔**作図**〕

❶　点 B を中心として，半径 BA の円をかく。

❷　点 C を中心として，半径 CA の円をかき，2 円の交点の 1 つを A′ とする。



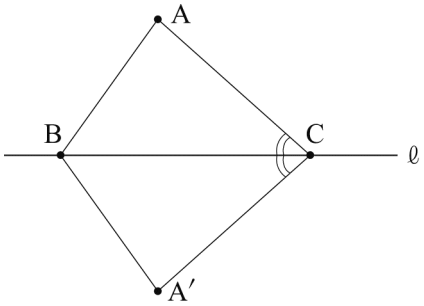
〔**説明**〕

この作図において，点 B から点 A，A′ までの距離は等しく，点 C から点 A，A′ までの距離も等しい。また，BC は共通な辺だから，△ABC≡△ A′BC となる。

作図した点 A′ について，**説明**から，△ABC≡△ A′BC なので，**図２**のように ∠ACB＝∠ A′CB がいえる。

説明で，根拠として使っている三角形の合同条件を書きなさい。

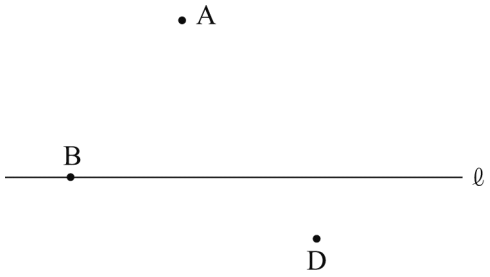
図２



(2) **図３**のように，点 D は，直線 ℓ について点 A の反対側にある。

直線 ℓ 上にあり，∠AEB＝∠DEB となる点 E を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，点 E を表す文字 E も書き，作図に用いた線は消さないこと。

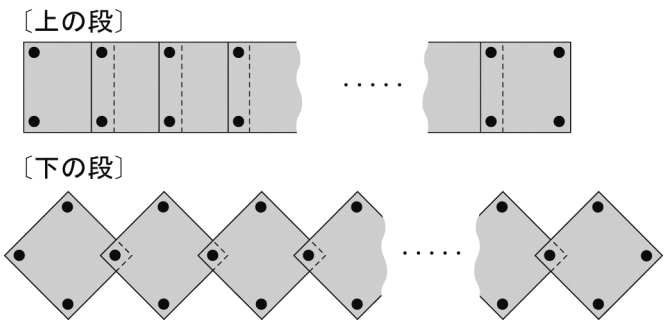
図３



2 次の各問いに答えなさい。

問1　**図1**のように，正方形の画用紙の一部が重なるようにして，マグネットを使い，**上の段**と**下の段**で別々のはり方をする。ただし，はるときには，画用紙の 4 か所を必ずとめるものとする。

図1



(1) **上の段**に 6 枚の画用紙をはるとき，マグネットの個数を求めなさい。

(2) **下の段**に画用紙をはる。50 個のマグネットが使えるとき，はることができる画用紙の最大の枚数を求めなさい。

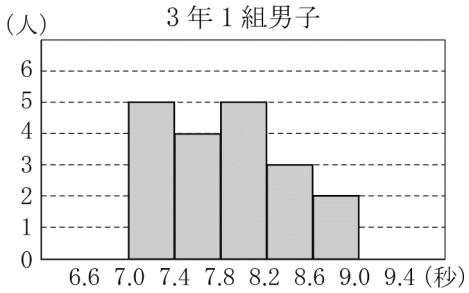
(3) **上の段**と**下の段**に合計 20 枚の画用紙をはる。50 個のマグネットをすべて使うとき，**上の段**と**下の段**にはる画用紙の枚数をそれぞれ x 枚，y 枚として，x，y についての連立方程式をつくりなさい。また，**上の段**と**下の段**にはる画用紙の枚数を，それぞれ求めなさい。

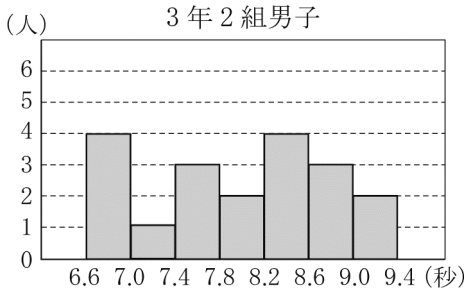
問2　ある中学校で，3 年 1 組男子 19 人と，3 年 2 組男子 19 人の 50 m 走の記録をとった。その結果をもとに，1 人 50 m ずつ走るリレーについて考える。

(1) 組ごとに 19 人全員で 1 回リレーを行うとき，どちらの組が速そうかを判断するためには，どのような値を用いればよいか。記録から求められる値のうち適切なものを，次の**ア**～**オ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔**ア**　平均値　　**イ**　最大値　　**ウ**　最小値　　**エ**　中央値　　**オ**　最頻値〕

(2) 次のヒストグラムは，組ごとに記録をまとめたものである。このヒストグラムから，例えば，1 組には記録が 7.0 秒以上 7.4 秒未満の人は 5 人いたことがわかる。



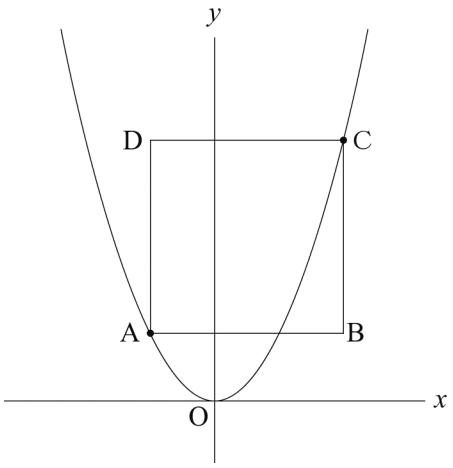


2 つのヒストグラムから，組ごとに 4 人選抜して 1 回リレーを行うとき，2 組の方が速そうであると判断できる。そのように判断できる理由を，それぞれの組で速い方から 4 人が含まれる階級を比較して説明しなさい。

問３　**図２**のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 A (−3, 3) と点 C がある。また，辺 AB，BC が，それぞれ x 軸，y 軸と平行になるように，正方形 ABCD をつくる。

このとき，はるさんとゆきさんは，点 C の座標を，それぞれ次のように求めた。

図２



〔**はるさんの求め方**〕

点 C の x 座標を s とすると，

点 C は放物線上にあるから，

$\mathrm{C}\left(s,\ \frac{1}{3}s^2\right)$

これと A (−3, 3) より，B (s, 3) となり，

四角形 ABCD は正方形だから，

$s-(-3)=\frac{1}{3}s^2-3$　……❶

これを解くと，

$s^2-3s-18=0$　……❷

［　あ　］$=0$　……❸

$s=-3,\ 6$

$s=-3$ は点 C が点 A と同じになるので，問題にあわない。

したがって，C (6, 12)

〔**ゆきさんの求め方**〕

正方形の 1 辺の長さを t とすると，

A (−3, 3) より，

C (［ い ］，［ う ］)

ここで，点 C は放物線上にあるから，

［　え　］

したがって，C (6, 12)

(1) **はるさんの求め方**で，二次方程式❶は，正方形 ABCD において，どのような関係を表しているか。その関係として適切なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔**ア**　AC＝BD　　**イ**　AB⊥BC　　**ウ**　AB＝BC　　**エ**　AB // DC〕

(2) **はるさんの求め方**で，式❷から式❸へ変形するとき，左辺を因数分解している。［ あ ］に当てはまる式を書きなさい。

(3) **ゆきさんの求め方**で，［ い ］，［ う ］に当てはまる式を t を用いて，それぞれ書きなさい。

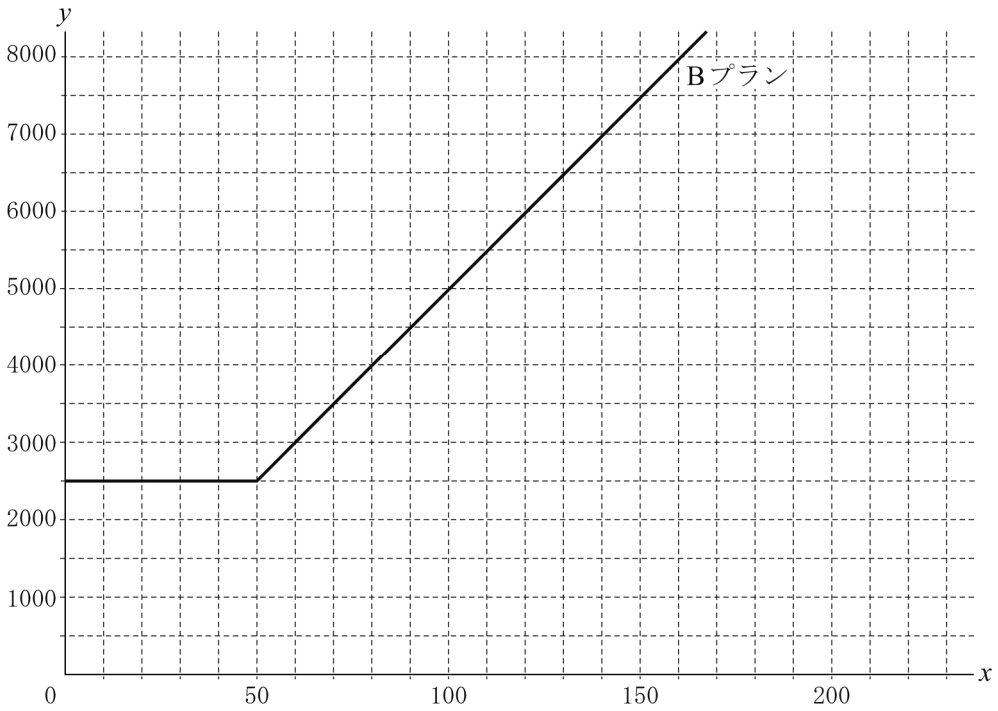
(4) ［ え ］に，t についての方程式と途中の過程を書き，**ゆきさんの求め方**を完成させなさい。

3 **表1**は，ある電話会社の料金プランである。**図**は，1 か月の通話時間を x 分，そのときの電話料金を y 円として，B プランの x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，1 か月の電話料金は，月額基本使用料と通話料金の合計として考え，無料通話分の時間内では，月額基本使用料のみがかかり，通話料金はかからない。次の各問いに答えなさい。

表1

	月額基本使用料	無料通話分	通話料金
A プラン	3000 円		1 分ごとに 20 円
B プラン	2500 円	50 分以下の 通話について無料	50 分を超えた時間について， 1 分ごとに 50 円

図



問1　A プランで，通話時間が 200 分のときの電話料金を求めなさい。

問2　A プランの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問3　通話時間が 135 分のとき，どちらのプランの方が電話料金が安いかは，それぞれの料金を計算しなくてもグラフから判断することができる。その方法を説明しなさい。ただし，実際にいくら安いかを求める必要はない。

問４　あきさんの家では，この電話会社と A プランで契約している。契約してから 4 か月間について，あきさんは，1 か月あたりの通話時間を調べ，**表２**のようにまとめた。

表２

契約してからの月数	1 か月目	2 か月目	3 か月目	4 か月目
通話時間 (分)	165	156	144	135

表２をもとにして，あきさんは次のように考えた。

〔**あきさんの考え**〕
1 か月で通話時間は約 10 分間減っている。契約してからの月数が増えるのにともなって，1 か月ごとに通話時間が 10 分間ずつ一定の割合で減っていくと考えると，A プランより B プランの方が電話料金が安くなる時期を予想できる。実際に，5 か月目以降も通話時間が 1 か月ごとに 10 分間ずつ減っていくとすると，契約してから［あ］か月目からは，B プランに変更した方が安い。

(1) あきさんの考えでは，下線部のように通話時間と契約してからの月数の間に，ある関係があるとみている。その関係について正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア　通話時間は，月数に反比例する。
イ　通話時間は，月数に比例し，比例定数が負の数である。
ウ　通話時間は，月数に比例しないが，月数の一次関数である。
エ　通話時間は，月数の 2 乗に比例する。

(2) ［あ］に当てはまる数を求めなさい。

問５　次の**プランの条件**をもとに，新しい料金プラン「C プラン」を考える。**表３**の［い］，［う］に当てはまる数を求めなさい。

〔**プランの条件**〕
・月額基本使用料は 1750 円として，無料通話分とそれを超えた時間の通話料金を設定する。また，無料通話分を超えた時間について，1 分ごとの通話料金はできるだけ安くおさえる。
・1 か月の通話時間が 200 分以下の範囲では，A プラン，B プランの両方より電話料金が高くならないようにする。すなわち，200 分以下では，どちらのプランと比較しても同額か，それよりも安く，200 分を超えると C プランより安いプランがあるように設定する。

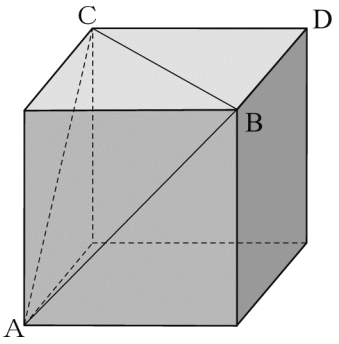
表３

	月額基本使用料	無料通話分	通話料金
C プラン	1750 円	［い］分以下の通話について無料	［い］分を超えた時間について，1 分ごとに［う］円

4 次の各問いに答えなさい。

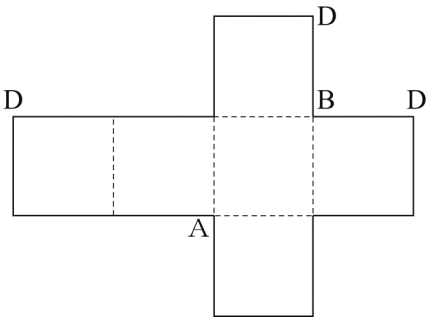
問1　**図1**のように，1 辺の長さが 3 cm の立方体があり，3 点 A，B，C を通る平面で，この立方体を 2 つに切る。

図1



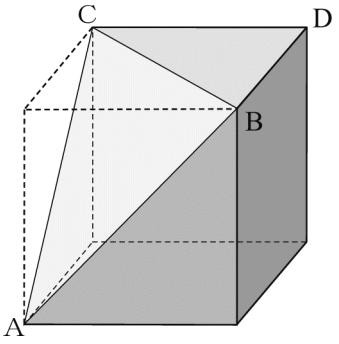
(1) **図1**の立方体の展開図が**図2**のようになるとき，**図1**の頂点 C に対応する点が，**図2**には 2 点ある。点 C を表す文字 C と，線分 AB，BC，CA をかきなさい。

図2



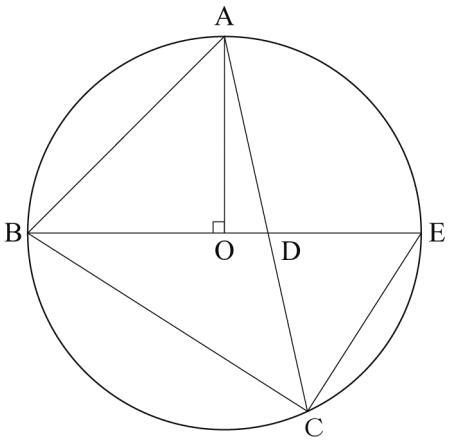
(2) **図1**の立方体を 2 つに切った立体のうち，頂点 D を含む立体は**図3**のようになる。**図3**の立体の体積を求めなさい。

図3



問２　**図４**のように，3 点 A，B，C は半径 4 cm の円 O の円周上の点で, OA⊥OB である。直線 BO が, AC，円 O と交わる点を，それぞれ D，E として，点 E と点 C を結ぶ。ただし，点 C は，直径 BE について点 A の反対側にあるものとする。

図４



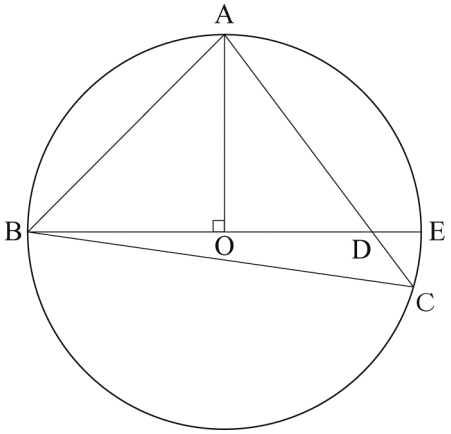
(1) ∠ABE の大きさを求めなさい。

(2) △ABC∽△EDC を証明しなさい。

(3) △EDC 以外で△ABC に相似な三角形を，記号を用いて書きなさい。

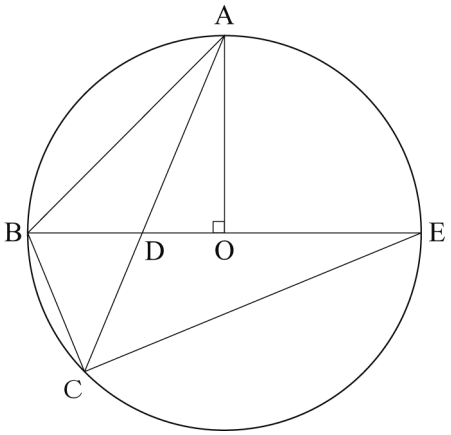
(4) **図５**は，**図４**の図形で DE＝1 cm としたものとする。このとき，BC の長さを求めなさい。

図５

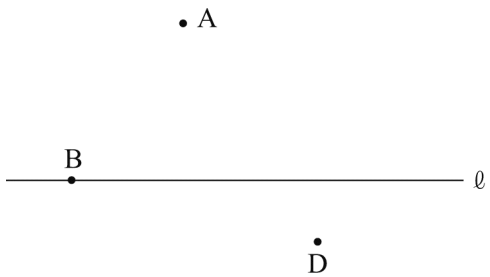


(5) **図６**は，**図４**の図形で$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$と$\overset{\frown}{\mathrm{CE}}$の長さの比を 1：3 としたものとする。このとき，△ABC の面積を求めなさい。

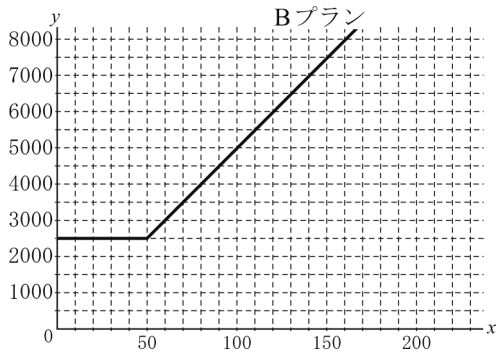
図６

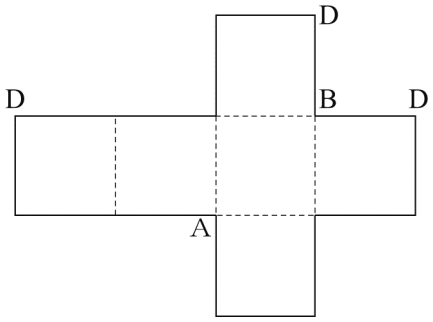


H28　長野県　公立　数学　解答用紙

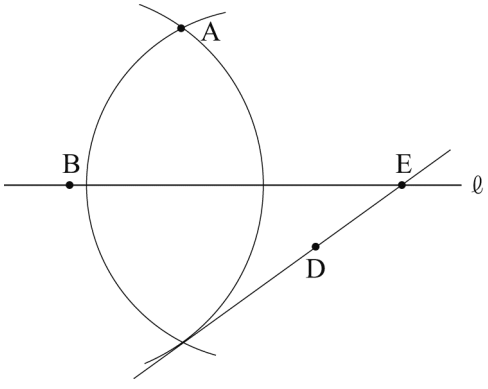
	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-長野-N-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2	個			
		問3	式❶から式❷			
			式❸から式❹			
		問4	$x=$			
		問5				
		問6	(1)			
			(2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-長野-KN-02	2	問1	(1)	個		
			(2)	枚		
			(3)	連立方程式 $\begin{cases} \\ \end{cases}$		
				上の段　　枚		
				下の段　　枚		
		問2	(1)			
			(2)	したがって，2 組の方が速そうである。		
		問3	(1)			
			(2)			
			(3)	い　　う		
			(4)	ここで，点 C は放物線上にあるから， したがって，C (6，12)		

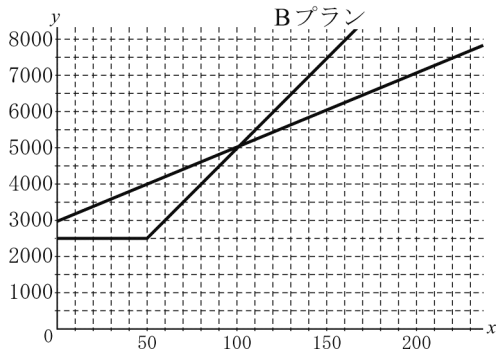
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-長野-NV-03	3	問１	円			
		問２				
		問３				
		問４	(1)			
			(2)			
		問５	い			
			う			

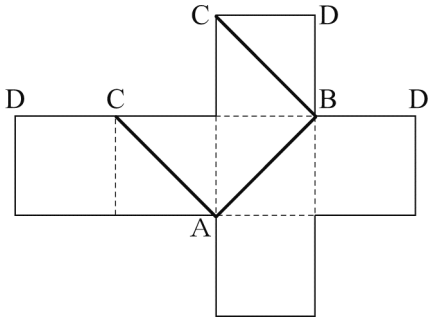
	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-長野-IV-04	4	問1	(1)			
			(2)	cm^3		
		問2	(1)	°		
			(2)			
			(3)	△		
			(4)	cm		
			(5)	cm^2		

H28　長野県　公立　数学　解答

	問題番号			解答	配点	備考
数-16-公-長野-K01	1	問1	(1)	−2	3	
			(2)	27	3	
			(3)	$x-2y$	3	「$-2y+x$」も正答とする。
			(4)	−4	3	
		問2		4　個	3	
		問3	式❶から式❷	イ	3	
			式❸から式❹	エ		
		問4		$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$	3	「$-\dfrac{7}{2}\pm\dfrac{\sqrt{13}}{2}y$」等も正答とする。
		問5		$\dfrac{25}{36}$	3	
		問6	(1)	(例) 3 組の辺が，それぞれ等しい。	3	正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。
			(2)	（例）  	3	定規とコンパスを使い，点 E が作図されていて，文字 E が書かれているもののみを評価の対象とする。正答例の場合では， ・点 A を直線 ℓ に関して対称移動した点をとり，点 D と結んだ直線と直線 ℓ との交点として，点 E が作図されているものを正答とする。 ・点 E の位置を表わす黒丸 (●) の有無は問わない。 正答例以外の作図も，これに準ずる。

	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-長野-K02	2	問1	(1)	14 個	2	
			(2)	16 枚	2	
			(3)	連立方程式 $\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=47 \end{cases}$	3	連立方程式は，同値な式も正答とする。 ・どちらか一方の式のみ正しく書かれている場合は 1 点を与える。
				上の段 13 枚	3	
				下の段 7 枚		
		問2	(1)	ア	3	
			(2)	(例) 速い方から 4 人が含まれる階級は，2 組が 6.6 秒以上 7.0 秒未満の階級であるのに対し，1 組は 7.0 秒以上 7.4 秒未満の階級であるため，4 人の記録の合計は 2 組の方が速い。 (したがって，2 組の方が速そうである。)	3	(a)及び(b)と同等の内容が書かれているものを正答とする。 (a)1 組の速い方から 4 人は，7.0 秒以上 7.4 秒未満の階級に含まれる。 (b)2 組の速い方から 4 人は，6.6 秒以上 7.0 秒未満の階級に含まれる。 ・記録の合計についての記述の有無は問わない。 ・階級の表記は，「階級 6.6～7.0 秒」等でもよいものとする。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。
		問3	(1)	ウ	2	
			(2)	$(s+3)(s-6)$	2	「$(s-6)(s+3)$」等も正答とする。
			(3)	い $-3+t$　う $3+t$	2	**いう**は，同値な式も正答とする。
			(4)	(例) (ここで，点 C は放物線上にあるから，) $3+t=\frac{1}{3}(-3+t)^2$ これを解くと， $t^2-9t=0$ $t(t-9)=0$ $t=0,\ 9$ $t=0$ は点 C が点 A と同じになるので，問題にあわない。 $t=9$ のとき，C (6，12) となり，これは問題にあっている。 (したがって，C (6，12))	4	(a)，(b)，(c)がすべて書かれているものを正答とする。 (a)「$3+t=\frac{1}{3}(-3+t)^2$」，または同値な二次方程式 (b)方程式の解「$t=0$，9」 (c)「$t=0$ のとき，点 C は点 A と一致するので，問題にあわない。」「$t>0$ より」等，(b)から結論に至る理由 ・「$t=9$ のとき，問題にあっている。」についての記述の有無は問わない。 ・正答でない場合でも，(a)が書かれていれば 1 点，(b)には 2 点を与える。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-16-公-長野-K-03	3	問1	7000　円		2	
		問2			3	
		問3	(例) 2 つのプランを表すグラフで, $x=135$ のときの対応する y の値を比較する。		4	(a)及び(b), または(a)及び(c)について書かれているものを正答とする。 (a)グラフ上で x 座標が 135 である点に注目すること。 (b)(a)に対する y の値を比較すること。 (c)(a)に対する点の位置の上下を比較すること。 ・誤字, 脱字は全体で 1 点減点とする。
		問4	(1)	ウ	3	
			(2)	8	3	
		問5	い	25	3	
			う	30	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-16-公-長野-K 04	4	問1	(1)		3	文字 C のない場合は 1 点減点とする。
			(2)	$\frac{45}{2}$ cm^3	3	「22.5」等も正答とする。また，約分していない場合は 1 点減点とする。
		問2	(1)	45 °	2	
			(2)	(例) △ABC と△EDC について， $\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから， ∠BAC＝∠DEC …① ∠AOB＝90 °だから，円周角の定理より， ∠ACB＝45 ° …② また，∠AOE＝90 °だから，円周角の定理より， ∠ECD＝45 ° …③ ②，③より， ∠ACB＝∠ECD …④ ①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので， △ABC∽△EDC	5	証明が完結しているものを評価の対象とし，途中の不備は減点する。正答例の場合では， ・①，④及び△ABC∽△EDC がすべて書かれているものを完結しているとする。 ・①が書かれていても，①に至る理由が書かれていない場合や，「仮定から」とのみ書かれている場合は 1 点減点とする。 ・④が書かれていても，④に至る理由として，②，③が書かれていない場合は 2 点減点とする。 ・「2 組の角が，それぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は 1 点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。 正答例以外の証明も，これに準ずる。
			(3)	△ADB	2	「△ABD」等も正答とし，アルファベットの順序は問わない。
			(4)	$\frac{28\sqrt{2}}{5}$ cm	4	「$\frac{56}{5\sqrt{2}}$」も正答とする。また，正答と同値で計算が途中の場合は 1 点減点とする。
			(5)	8 cm^2	4	

数-16-公-長野-KS-01

1　**問1**　**(1)**　$2+(-4)=-2$

(2)　$6^2\div\frac{4}{3}=\frac{36\times3}{4}=27$

(3)　$5x-8y-2(2x-3y)=5x-8y-4x+6y=x-2y$

(4)　$(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)=5-9=-4$

問2　10 より小さい素数は 2，3，5，7 の 4 個

問3　式①から②は**イ**，③から④は**エ**

問4　$x^2+7x+9=0$　解の公式より $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times9}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{2}$

問5　2 個とも 5 が出ない確率は $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$

問6　**(1)**　AB＝A′B，AC＝A′C，BC は共通なので，3 組の辺がそれぞれ等しい。

(2)　**(1)**の作図を利用し，直線 A′D と直線 ℓ との交点を E とすればよい。

数-16-公-長野-KS-02

2　**問1**　**(1)**　1 枚の紙の左側に必ず 2 個のマグネットを使い，最後の紙の右側に 2 個のマグネットを使うので，$2\times6+2=14$ (個)

(2)　下段は 1 枚の紙に 3 個のマグネットを使い，最後に 1 個のマグネットを使うので，紙の枚数を x とおくと，$3x+1\leqq50$　$3x\leqq49$　$x\leqq16.3\cdots$　よって，16 枚

(3)　$2x+2+3y+1=50\cdots①$　①より，$2x+3y=47\cdots①'$　$x+y=20\cdots②$

①′－②×2 より　$y=7$，$x=20-7=13$

問2　**(1)**　19 人全員の走る速さに関係するので，**ア**の平均値となり，平均値が小さいほどリレーは速くなる。

(2)　4 人選抜するので，速い上位 4 人のタイムの合計により判断することになる。1 組の上位 4 人は 7.0～7.4 に 4 人，2 組は 6.6～7.0 に 4 人いるので，2 組の方が速いと判断できる。

問3　**(1)**　AB＝BC を表しているので**ウ**

(2)　$s^2-3s-18=0$ より，$(s-6)(s+3)$

(3)　C の x 座標は $-3+t$，y 座標は $3+t$

(4)　$3+t=\frac{1}{3}(-3+t)^2$　$3+t=\frac{1}{3}(9-6t+t^2)$

これより，$t^2-9t=0$　$t(t-9)=0$　$t=9$　よって，C(6，12)

数-16-公-長野-KS-03

3　**問1**　$3000+200\times20=7000$(円)

問2　x 分後の料金は $y=3000+20x$　これより (0，3000)，(50，4000) の 2 点を通る直線のグラフとなる。

問3　$x=135$ に対応する 2 つのグラフの y の値を比較する。

問4　**(1)**　x か月後の通話時間は $175-10x$ (分) となるので，**ウ**が正しい。

(2)　A プランと B プランのグラフの交点は (100，5000) なので，$175-10x<100$　$75<10x$　これを満たす最小の整数は 8

問5　200 分を超えると C より安いプランがあるようにするには，(200，7000) を通り，A プランのグラフの傾きよりも大きくなるようにする。また，200 分以下では A，B プランより高くはならないので，B プランの (50，2500) の点以下にする。1 分ごとの通話料金をできるだけ安くおさえるには，この 2 点を通る直線を求めればよい。この 2 点を通る直線は傾きが $\frac{7000-2500}{200-50}=\frac{4500}{150}=30$ なので

$y=30x+b$ とおくと，(50，2500)を通るので，$2500=30\times50+b$　$b=1000$

したがって，$y=30x+1000$　これは A プランのグラフの傾きより大きい。$y=1750$ となるのは

$1750=30x+1000$　$750=30x$　$x=25$

よって，25 分までは無料通話とし，25 分を超えた時間について，1 分ごとに 30 円を設定すればよい。

数-16-公-長野-KS-04

4　**Ⅰ**　問題文の**図2**の A と B を結ぶ対角線をかき，その面が一番手前にあるように，展開図を折りまげて**図1**のようにすると考える。また，線分 AB，BC，CA がつながっているようにかけばよい。

問2　A，B，C 以外の三角すいの頂点を P とおくと，

三角すい A－PBC の体積は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times3\times3=\frac{9}{2}(\mathrm{cm}^3)$

よって，求める体積は $3^3-\frac{9}{2}=\frac{54-9}{2}=\frac{45}{2}(\mathrm{cm}^3)$

Ⅱ　**問1**　　△OAB は直角二等辺三角形なので，$\angle ABE=\frac{90^\circ}{2}=45^\circ$

問2　△ABC と△EDC において，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角により∠BAC＝∠DEC

また$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角の定理より $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=45^\circ$

同様に$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角の定理より $\angle ECA=\frac{1}{2}AOE=45^\circ$

よって，2 つの角が等しいので相似である。

問3　△ADB は∠ADB＝∠EDC，∠ABD＝∠DCE＝45 °なので△EDC∽△ADB

問4　DE＝1 より OD＝3，$AD=\sqrt{3^2+4^2}=5$

△ABD∽△ECD より AB：CE＝AD：DE

$4\sqrt{2}:CE=5:1$　$CE=\frac{4}{5}\sqrt{2}$

BE が直径なので∠BCE＝90 °である。△BCE において，三平方の定理より

$BC^2=8^2-\left(\frac{4}{5}\sqrt{2}\right)^2=\frac{1568}{25}$　$BC=\frac{28}{5}\sqrt{2}$ (cm)

問5　線分 OC をかくと，$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CE}=1:3$ なので，$\angle BOC=\frac{1}{4}\times180^\circ=45^\circ$

また∠OBA＝45 °なので，四角形 OABC は台形になる。

O から辺 AB までの距離は $\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ なので，台形の面積は $\frac{1}{2}(4+4\sqrt{2})\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}+8$

また，$\overset{\frown}{AC}$と$\overset{\frown}{CE}$が等しいので AC＝CE で△CAE は二等辺三角形，頂点 C から辺 AE へ垂線 CH を下ろすと，$CH=4+2\sqrt{2}$，$AE=4\sqrt{2}$ なので，

△ACE の面積は $\frac{1}{2}\times(4+2\sqrt{2})\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}+8$

△OAC の面積は $\frac{1}{2}\left\{(8\sqrt{2}+8)-\frac{1}{2}\times4\times4\right\}=4\sqrt{2}$

よって，$\triangle ABC=4\sqrt{2}+8-4\sqrt{2}=8$