Ｒ２　長野県　公立　数学　問題

数-20-公-長野-問-01

1　次の**問１**～**問 11** に答えなさい。

問１　3－(－5) を計算しなさい。

問２　-4^2 はどのように計算するか，正しいものを次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔 **ア**　(－4)×2　　**イ**　(－4)×(－4)　　**ウ**　－(4×4)　　**エ**　－(4＋4) 〕

問３　一次方程式 $2(x-1)=-6$ を解きなさい。

問４　$\sqrt{75}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

問５　n を整数とするとき，いつでも奇数になる式として正しいものを，次の**ア**～**オ**からすべて選び，記号を書きなさい。

〔 **ア**　$n+1$　　**イ**　$2n$　　**ウ**　$2n+1$　　**エ**　$2n+3$　　**オ**　$3n$ 〕

問６　豊さんは，展開を利用して**ノート**のように 41×39 を計算した。**ノート**の計算の仕方を参考にして，698×702 を計算するとき，次の［ **あ** ］，［ **い** ］に当てはまる適切な自然数をそれぞれ書きなさい。

〔**ノート**〕

$41\times39=(40+1)\times(40-1)$

$=40^2-1^2$

$=1599$

698×702＝(［ **あ** ］－［ **い** ］)×(［ **あ** ］＋［ **い** ］)

＝［ **あ** ］^{2}－［ **い** ］^{2}

＝ 489996

問７　**表**は，y が x に反比例する関係を表したものである。**表**の［　う　］に当てはまる適切な数を書きなさい。

表

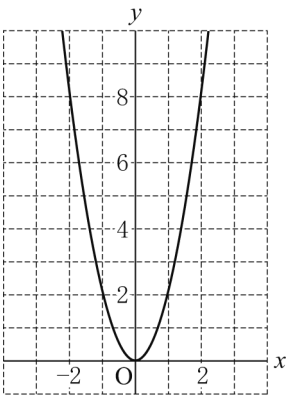
x	…	0	1	2	3	…
y	…		−16	−8	う	…

問８　**図１**は，関数 $y=2x^2$ のグラフである。この関数について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

ア　$0 \leqq y \leqq 8$　　**イ**　$0 \leqq y \leqq 2$

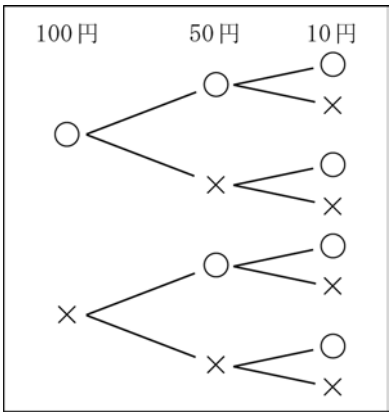
ウ　$-2 \leqq y \leqq 1$　　**エ**　$2 \leqq y \leqq 8$

図１



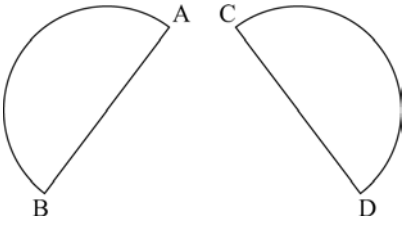
問９　**図２**は，100 円，50 円，10 円の 3 枚の硬貨を同時に投げるときの表と裏の出方について，表を○，裏を×として，すべての場合を表した樹形図である。このとき，表が出た硬貨の合計金額が，110 円以上になる確率を求めなさい。ただし，どの硬貨も表と裏の出方は，同様に確からしいものとする。

図２



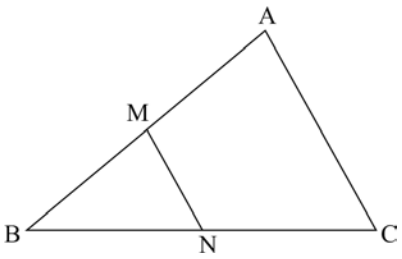
問 10　**図３**で，線分 CD を直径とする半円は，ある直線ℓ を対称の軸として，線分 AB を直径とする半円を対称移動したものである。**図３**に，直線ℓ を定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，直線を表す文字ℓ も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図３



問 11　**図４**は，△ABC の辺 AB，BC の中点を，それぞれ M，N とし，これらを直線で結んだものである。

図４



(1) ∠A＝80 °のとき，∠BMN の大きさを求めなさい。

(2) 点 C を通り，辺 AB に平行な直線をひき，直線 MN との交点を P とし，四角形 AMPC をつくる。

AB＝8 cm，AC＝6 cm のとき，四角形 AMPC の周の長さを求めなさい。

数-20-公-長野-問-02

2

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**表**は，中学生 1000 人，高校生 1500 人について，平日のインターネットの利用時間を調査し，中学生と高校生の利用時間を比較するために整理した度数分布表である。

表

利用時間（時間）	中学生	高校生
	度数（人）	度数（人）
以上　未満		
0 ～ 1	401	182
1 ～ 2	262	340
2 ～ 3	178	374
3 ～ 4	68	264
4 ～ 5	41	115
5 ～ 6	50	225
計	1000	1500

(1) 高校生について，度数が最も多い階級を書きなさい。

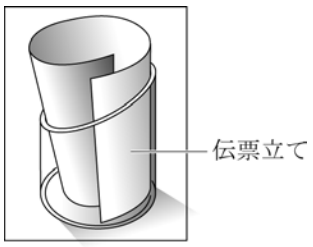
(2) 利用時間が 1 時間以上 2 時間未満の階級における，高校生の相対度数を，小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めなさい。

(3) 中学生と高校生について，利用時間が 1 時間以上 2 時間未満の生徒の割合を比べたとき，その割合が大きいのは中学生と高校生のどちらか。正しいものを次の**ア**，**イ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。また，それが正しいことの理由を，比較した値を示して説明しなさい。

〔 **ア**　中学生の割合の方が大きい　　**イ**　高校生の割合の方が大きい 〕

問２　**図１**の伝票立てを見て，この形に興味をもった桜さんは，底面の円の半径が 2 cm の円柱を，斜めに平面で切った**図２**の立体**P**について考えた。**図３**は**P**の投影図である。ただし，AD＝5 cm，AB＝BC であり，四角形 ABCD は，∠B＝∠C＝90 °の台形であるものとする。

図１



(1) CD の長さを求めなさい。

図２

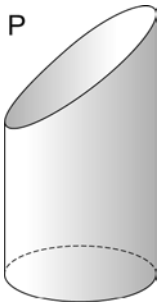
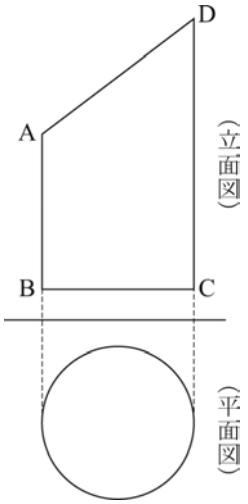


図３



(2) **P**の体積を求めなさい。

問３　「塵劫記」という江戸時代の書物には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されている。**図４**は，俵の数の求め方を紹介した「俵すぎざんの事」の一部である。学さんは，俵すぎざんに興味をもち，俵の数の求め方を，次のようにまとめた。

図４　「俵すぎざんの事」の一部

この図については，省略します。

(阪本龍門文庫蔵)

〔**学さんがまとめたこと**〕

俵すぎざんでは，俵は 1 段上がるごとに 1 個ずつ減らして積まれている。

例えば，**図５**のように，一番下の俵の数が 6 個，一番上の俵の数が 3 個のとき，俵の数を数えると全部で 18 個とわかる。しかし，数えなくても，**図６**のように，同じものを逆向きに組み合わせると，全部の俵の数は

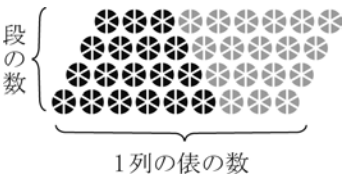
(1 列の俵の数)×(段の数)÷2

で求めることができる。

図５



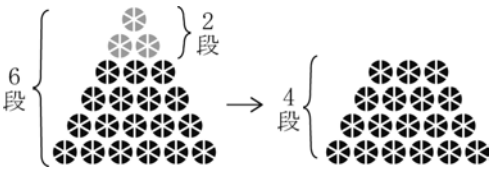
図６



まず，1 列の俵の数は，6＋3＝9 で 9 個となる。

次に，段の数は，**図７**のように，一番上の俵の数が 1 個になるまで積み上げたと考えると 6 段となり，上の 2 段をひいて，6－2＝4 で 4 段となる。

図７



だから，9×4÷2＝18 となり，全部の俵の数は 18 個となる。

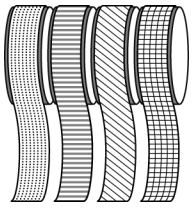
この考え方を使うと，一番下の俵の数と一番上の俵の数がわかれば，全部の俵の数を計算で求めることができる。

(1) 一番下の俵の数が 8 個で，1 段上がるごとに 1 個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が 4 個になるように積むとき，全部の俵の数を求めるための式を，**学さんがまとめたこと**の下線部の式の形で書きなさい。

(2) 60 個の俵を，1 段上がるごとに 1 個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が 4 個になるように積むとき，一番下の俵の数は何個か。方程式をつくり，求めなさい。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に示し，方程式と答えを求めるまでの過程を書くこと。

数-20-公-長野-問-03

3 **A店**と**B店**では，それぞれ次のようにリボンが売られている。



・**A店**と**B店**ともに，1 cm 単位で必要な長さを切って販売している。
・**A店**では 1 cm 当たり 5 円，**B店**では 70 cm まで 250 円，70 cm をこえた分については 1 cm 当たり 6 円で販売している。

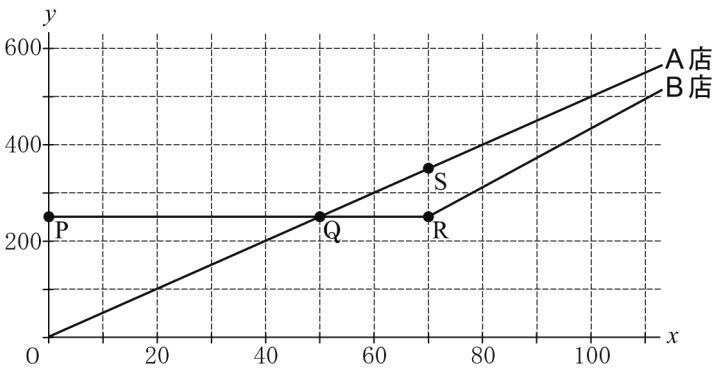
ただし，消費税については考えないものとし，店によってリボンの品質は変わらないものとする。次の**問１**・**問２**に答えなさい。

問１　どちらかの店でリボンをできるだけ安く買いたいと思っている香さんは，2 店のリボンの長さと代金の関係について調べた。**表**は，それぞれの店で x cm のリボンを買うときの代金を y 円とし，y を x の一次関数と考え，x の変域ごとに式に表したものである。**図１**は，**表**をもとに，それぞれの店の x と y の関係をグラフに表したものである。

表

店	式（x の変域）
A店	$y = 5x\ (x > 0)$
B店	$y = 250\ (0 < x \leqq 70)$
	$y =$ [あ] $x-170\ (x > 70)$

図１



(1) **A店**と**B店**のリボンの代金が等しくなるときの長さは，**図１**におけるグラフ上のどの点の座標からわかるか，最も適切なものを次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。ただし，リボンの長さは 100 cm 以下とする。

〔 **ア**　点 P　　**イ**　点 Q　　**ウ**　点 R　　**エ**　点 S 〕

(2) 30 cm のリボンを買うとき，代金が安いのは**A店**と**B店**のどちらの店か，店名を書きなさい。また，いくら安いか，求めなさい。

(3) **表**の [あ] に当てはまる適切な数を書きなさい。

(4) **メモ**は，香さんが，50 cm より長いリボンを安く買える店についてまとめたものである。

メモ

$50 < x <$ [い] のとき，B店の方が安い。
$x =$ [い] のとき，2店の代金は等しい。
$x >$ [い] のとき，A店の方が安い。

① [い] に当てはまる数は，式を用いて求めることができる。その方法を説明しなさい。ただし，用いる式を示して書きなさい。

② [い] に当てはまる適切な数を書きなさい。

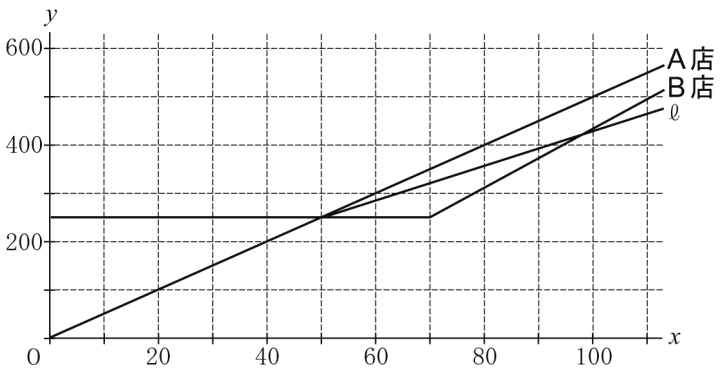
問２　**A店**の店長は，リボンの売り上げを伸ばすために割引きセールの企画を考えた。そこで，**A店**と**B店**のリボンの値段や購入者数などを比較したところ，次のことがわかった。

〔**わかったこと**〕
・販売するリボンの長さによっては**B店**の方が**A店**よりリボンの値段が安い。
・**B店**の方が**A店**よりリボンの購入者数が多い。
・**A店**と**B店**ともに，リボンの長さが 100 cm 未満の購入者数は少ない。

(1) **A店**の店長は，**わかったこと**を踏まえ，50 cm より長いリボンの値段を変えて，100 cm より長いリボンの値段を**B店**より安くする**企画案１**を考えた。[う]，[え] に当てはまる適切な数を，それぞれ書きなさい。ただし，[え] に当てはまる数は整数であるものとする。

〔**企画案１**〕
図２は，x cm のリボンの値段を y 円とし，y を x の一次関数と考え，それぞれの店の x と y の関係をグラフに表し，点 (50，250) と**B店**のグラフ上の $x=100$ のときの点を通る直線ℓ をひいたものである。このとき，直線ℓ の傾きは [う] となる。そこで，**B店**より安い値段で，売り上げが伸びるように 1 cm 当たりの値段が最も高い [え] 円にする。

図２



(2) **A店**の店長は，**図２**を見て，**企画案１**のとき売れるリボンの長さが長くなるほど，割引きする前と後では値段の差が大きくなることに気づいた。そこで，**A店**の店長は**B店**のように，ある長さまでは値段が一定になる**企画案２**を考えた。［ **お** ］に当てはまる適切な数を書きなさい。

〔**企画案２**〕
- ［ **お** ］cm まで 200 円で販売する。
- ［ **お** ］cm をこえた分については，割引きセール前と同じ 1 cm 当たり 5 円で販売する。
- 100 cm のとき，**A店**の値段が**B店**の値段と等しくなるようにする。

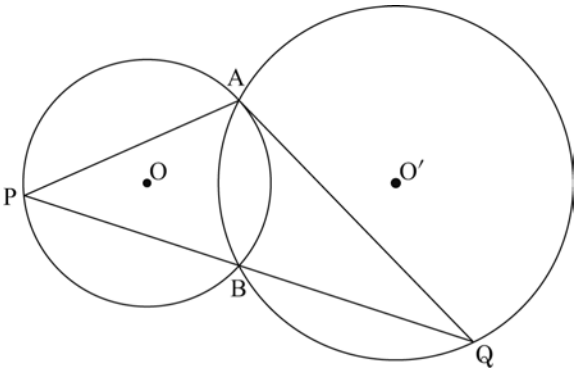
数-20-公-長野-問-04

4 次の**問１・問２**に答えなさい。

問１　**図１**は，2 点 A，B で交わる 2 つの円 O，O′ において，円 O 上を動く点 P をとり，直線 PB と円 O′ の交点で点 B と異なる点を Q とし，△APQ をつくったものである。

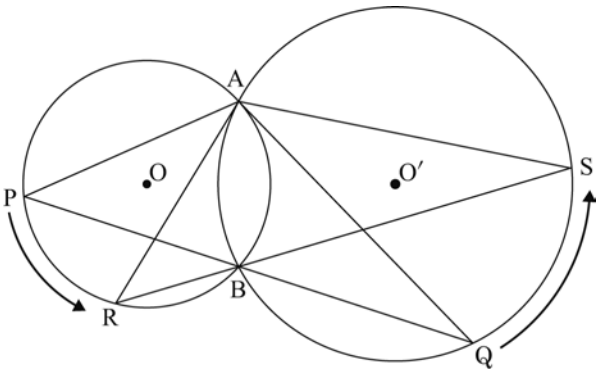
図２は，**図１**の点 P を点 R の位置に動かし，それにともなって，点 Q が点 S の位置に動いたものである。ただし，点 P，R は円 O′ の外部にある点であり，点 Q，S は円 O の外部にある点とする。

図１



(1) **図２**で，∠PAQ＝∠RAS は，次のように証明することができる。**証明**の［ **あ** ］には当てはまる最も適切な弧を，［ **い** ］には当てはまる最も適切な角を，それぞれ記号を用いて書きなさい。

図２



〔**証明**〕

円 O の$\overset{\frown}{PR}$に対する円周角は等しいので，

　∠PAR＝∠PBR　…①

また，円 O′ の［ $\overset{\frown}{\textbf{あ}}$ ］に対する円周角は等しいので，

　∠QAS＝∠QBS　…②

対頂角は等しいから，

　∠PBR＝∠QBS　…③

①，②，③から，∠PAR＝∠QAS　…④

④より，∠PAR＋∠［ **い** ］＝∠QAS＋∠［ **い** ］

したがって，∠PAQ＝∠RAS

(2) ∠PAQ＝∠RAS は，△PAQ∽△RAS を示すことでも証明することができる。△PAQ∽△RAS を示し，∠PAQ＝∠RAS を証明しなさい。

(3) **(2)**の証明の△PAQ∽△RAS から，∠PAQ＝∠RAS のほかにわかることとして正しいものを，次の**ア**～**ウ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

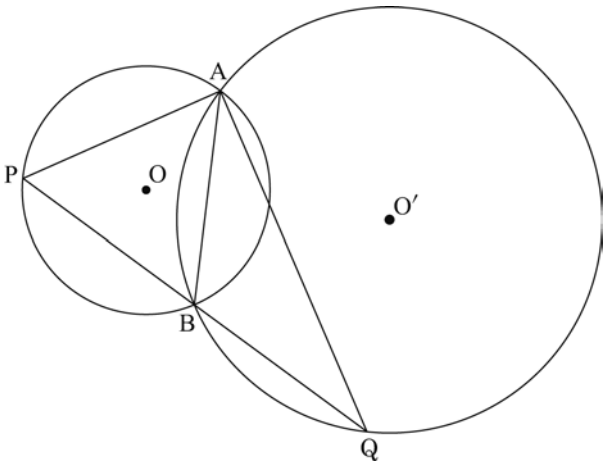
〔 **ア**　AP：AR＝PQ：AS　　**イ**　AP：AR＝AQ：AS　　**ウ**　AP：AR＝AS：AQ 〕

問２　**図３**は，**図１**の 2 つの円 O，O′のそれぞれの半径を変え，AB＝BP＝PA＝BQ＝4 cm としたものである。

(1) ∠BAQ の大きさを求めなさい。

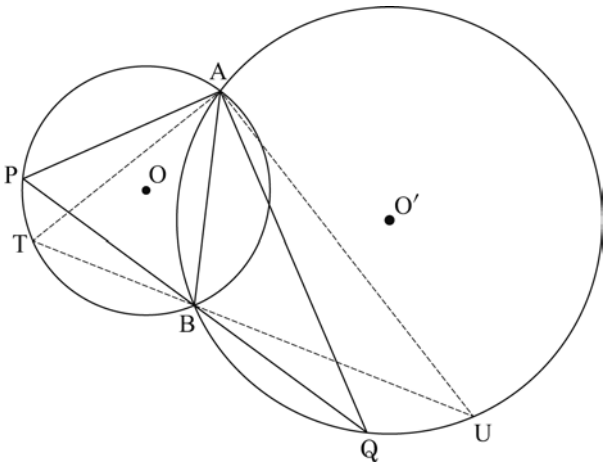
(2) 円 O の半径を求めなさい。

図３



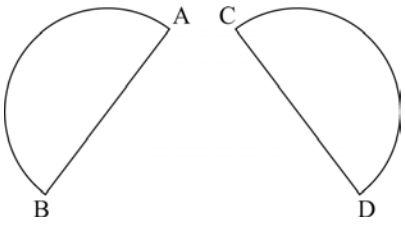
(3) **図４**は，**図３**において，点 P 以外に円 O 上の点 T をとり，直線 TB と円 O′との交点で点 B と異なる点を U とし，△ATU をつくったものである。点 T が円 O 上を動くと，△ATU の面積は変化する。△ATU の面積が最大になるとき，その面積を求めなさい。ただし，点 T は円 O′の外部にあり，点 U は円 O の外部にある点とする。

図４



(4) **(3)**で求めた△ATU の面積は，△APQ の面積の何倍か，求めなさい。

Ｒ２　長野県　公立　数学　解答用紙

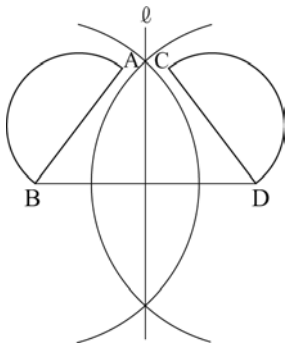
	問題番号		解答		配点	備考
数-20-公-長野-KY-01	1	問１				
		問２				
		問３	$x=$			
		問４				
		問５				
		問６	あ			
			い			
		問７				
		問８				
		問９				
		問 10	図３  			
		問 11	(1)	°		
			(2)	cm		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-長野-KY-02	2	問１	(1)	時間以上　　時間未満の階級		
			(2)			
			(3)	(記号)　(理由)		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		
		問３	(1)			
			(2)	よって，求める俵の数は，＿＿＿＿＿個		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-20-公4-長野-KY-03	3	問１	(1)				
			(2)	店名	店		
				金額	円		
			(3)				
			(4)	①			
				②			
		問２	(1)	う			
				え	円		
			(2)		cm		

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-長野-KY-04	4	問1	(1)	あ	$\overset{\frown}{\quad}$		
				い	∠		
			(2)				
			(3)				
		問2	(1)		°		
			(2)		cm		
			(3)		cm^2		
			(4)		倍		

Ｒ２　長野県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-長野-K-01	1	問１	8		3	
		問２	**ウ**		3	
		問３	$(x=)-2$		3	
		問４	$2\sqrt{3}$		3	
		問５	**ウ**，**エ**		3	順序は問わない。
		問６	**あ**	700	3	
			い	2		
		問７	$-\frac{16}{3}$		3	
		問８	**ア**		3	
		問９	$\frac{3}{8}$		3	「0.375」等も正答とする。
		問 10	**図３** (例)  		3	定規とコンパスを使って，直線ℓが作図されているものを評価の対象とする。正答例の場合では， ・線分 BD の垂直二等分線がかかれ，その直線をℓとして作図されているものを正答とする。 ・線分 BD がかかれていないものも正答とする。 ・正答例以外の作図も，これに準ずる。
		問 11	**(1)**	80　(°)	3	
			(2)	20　(cm)	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-20-公-長野-K-02	2	問1	(1)	2　(時間以上)　3　(時間未満の階級)	2	
			(2)	0.23	2	
			(3)	(記号)　(理由) ア　(例) 利用時間が1時間以上2時間未満の階級の相対度数は，中学生が 0.26，高校生が 0.23 であり，0.26 は 0.23 より大きいので，中学生の割合の方が大きい。	3	「ア」が書かれ，比較した値が適切に示されているものを採点の対象とする。 ・「中学生の割合の方が大きい」の記述の有無は問わない。
		問2	(1)	7　(cm)	3	
			(2)	22π　(cm^3)	3	
		問3	(1)	(例)　$12\times5\div2$	3	「$(8+4)\times5\div2$」等も正答とする。
			(2)	(例) 一番下の俵の数を x 個とすると， $\frac{(x+4)(x-3)}{2}=60$ $x^2+x-132=0$ $(x+12)(x-11)=0$ $x=-12,\ 11$ x は正の数だから $x=-12$ は問題にあわない。 $x=11$ は問題にあっている。 (よって，求める俵の数は，)　11　(個)	4	正答例のように(a)(b)(c)(d)について書かれているものを正答とする。また，(a)の内容が書かれているものを評価の対象とする。 (a)文字 x の表す数量及びそれを適切に用いた $\frac{(x+4)(x-3)}{2}=60$ と同値な二次方程式 (b)途中の計算過程及び方程式の解 (c)「x は正の数だから」と同等の内容 (d)答え「11 個」 ・「$x=11$ は問題にあっている」の記述の有無は問わない。 ・(d)が誤りでも，解答を途中まで記述している場合は，(a)は 1 点，(b)は 1 点，(c)は 1 点とする。 ・(b)，(c)の不備については，それぞれ 1 点減点とする。

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-長野-K-03	3	問1	(1)	イ		2	
			(2)	店名	A (店)	2	
				金額	100 (円)		
			(3)	6		2	
			(4)	①	(例) 直線 $y=5x$ と直線 $y=6x-170$ の 2 つの式を連立方程式とみて，それを解いて，x の値を求める。	3	連立方程式を解くという内容が書かれているものを評価の対象とする。 ・「直線」の記述の有無は問わない。 ・「x の値を求める」の記述の有無は問わない。 ・正しい式が示されていない場合は，1点減点とする。
				②	170	3	
		問2	(1)	う	$\frac{18}{5}$	3	「3.6」等も正答とする。
				え	3 (円)	3	
			(2)	54 (cm)		3	

	問題番号		解答			配点	備考
数-20-公-長野-K-04	4	問1	(1)	あ	$(\overset{\frown}{QS})$	2	「SQ」も正答とする。
				い	(∠) RAQ	2	「QAR」も正答とする。
			(2)	(例) △PAQ と△RAS について, 円 O の$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので, ∠APQ＝∠ARS…① 円 O′の$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので, ∠AQP＝∠ASR…② ①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいので, △PAQ∽△RAS 相似な図形では，対応する角の大きさは等しいので, ∠PAQ＝∠RAS	5	△PAQ∽△RAS の証明が完結しているものを評価の対象とする。 正答例の場合では, ・①，②及び△PAQ∽△RAS がすべて書かれているものを△PAQ∽△RAS の証明が完結しているとする。 ・①，②が書かれていても，①，②に至る理由が書かれていない場合や「仮定から」としか書かれていない場合は，①，②のそれぞれについて 1 点減点とする。 ・「2 組の角が，それぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は, 1 点減点とする。 ・∠PAQ＝∠RAS 及びそれに至る理由が書かれていない場合は, 1 点減点とする。 ・正答例以外の証明もこれに準ずる。
			(3)	イ		2	
		問2	(1)		30 (°)	3	
			(2)		$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm)	3	「$\frac{4}{\sqrt{3}}$」も正答とする。
			(3)		$\frac{32\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)	3	「$\frac{32}{\sqrt{3}}$」も正答とする。
			(4)		$\frac{4}{3}$ (倍)	3	

R２　長野県　公立　数学　解説

数-20-公-長野-KS-01

1　【小問集合】

〈長野県〉

①　**問１・２**　正負の数の計算，**問３**　1 次方程式，**問４**　根号を含む式の計算，**問５**　文字式の利用，**問６**　式の計算の利用，**問７**　反比例，**問８**　関数 $y=ax^2$，**問９**　確率，**問 10**　作図，**問 11**　平面図形

②　幅広い単元から出題されているが，どれも基礎レベルなのでミスをしないように基礎問題の練習を繰り返しておこう。

問５　奇数は偶数に 1 をたしてできる数なので，「2×(整数)＋1」の形で表すことができる。

よって，この形になっている，または変形できるのは

ウ　$2n+1$　　**エ**　$2n+3=2(n+1)+1$

の 2 つ。よって，答えは**ウ**と**エ**。

問 11

(2) 仮定より AB//CP … ①

また，M，N はそれぞれ辺 AB，BC の中点なので，△ABC において中点連結定理により，

MN//AC … ②

①，②より，2 組の対辺がそれぞれ平行だから，四角形 AMPC は平行四辺形である。

よって，周の長さは $2(AM+AC)=2\times(4+6)=20$ (cm)

ポイント》図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「中点」「直線で結ぶ」。

・「中点連結定理」が利用できると見当をつける！

数-20-公-長野-KS-02

2　【資料の整理・空間図形・規則性・方程式の利用】

問３

(1) 〔学さんがまとめたこと〕から，「全部の俵の数は (1 列の俵の数)×(段の数)÷2 で求めることができる」とあるので，これを利用する。

一番下の俵の数が 8 個で，一番上の俵の数が 4 個なので，1 列の俵の数は，8＋4＝12(個)。また，段の数は，8－4＋1＝5 (段)である。

よって，全部の俵の数を求めるための式は，$12\times5\div2$ である。

(2) 一番下の俵の数を x 個とする。

一番上の俵の数が 4 個なので，1 列の俵の数は $x+4$(個)。また，段の数は $x-4+1=x-3$(段)である。

よって，全部の俵の数を求めるための式は，$(x+4)\times(x-3)\div2$ であり，その個数は 60 個なので，

$\frac{1}{2}(x+4)(x-3)=60 \Rightarrow (x+4)(x-3)=120 \Rightarrow x^2+x-12=120 \Rightarrow x^2+x-132=0$

$\Rightarrow (x+12)(x-11)=0 \Rightarrow x>0$ より，$x=11$(個)

ポイント》○から△までの整数の個数は，△－○＋1(個)！

→今回の問題では段の数を数えるときにこの考え方を使う。たとえば**図５**の場合，一番下の俵の数が 6 個で一番上の俵の数が 3 個であり，その段数は 4 段である。ここで，単純に引き算をしてしまうと 6－3＝3 となり，1 段足りないこととなる。

数-20-公-長野-KS-03

3　【関数の利用】

問１

(3) B 店は 70cm をこえた分については 1cm 当たり 6 円で販売している。つまり，リボンの長さが 1cm 増えると代金が 6 円増えるので，x の値が 1 増えると y の値が 6 増えるときの変化の割合が空欄 **あ** の答えとなる。

よって，$\frac{6}{1}=6$ … **あ**

問2

(1) **問1(3)**より，B 店における 70cm をこえた分のリボンの長さと代金の関係を表すグラフの式は，$y=6x-170$ であることがわかる。

よって，B 店のグラフ上の $x=100$ のときの点の y 座標は，$y=6\times100-170=430$ … ①

直線ℓは，2 点(50,250)，(100,430)を通るので，その傾きは，$\frac{430-250}{100-50}=\frac{18}{5}$ … **う**

よって，B 店より安い値段で，売り上げが伸びるようにするには，$\frac{18}{5}$よりも小さい最大の整数である 3(円) … **え** にすればよい。

(2) 〔企画案 2〕における空欄 **お** に当てはまる数を a とおく。

まず，この企画案のとおりに A 店で 100cm のリボンを購入したときの代金について考える。

$a$cm までは 200 円で販売するので，a の値の範囲は $0<a<100$ である。

よって，100cm のうち $a$cm をこえた分の長さは，$100-a$(cm)だから，A 店で 100cm のリボンを購入したときの代金は，$(100-a)\times5+200=-5a+700$(円)である。

B 店で 100cm のリボンを購入したときの代金は，**問2(1)**の①より，430 円であり，A 店の値段が B 店の値段と等しくなるようにするので，

$-5a+700=430 \Rightarrow a=54$ … **お**

数-20-公-長野-KS-04

4 【平面図形】

問2

(1) AB＝BP＝PA より△ABP は正三角形だから，∠ABP＝60°

よって，∠ABQ＝180°－∠ABP＝120°であり，AB＝BQ より△ABQ は二等辺三角形だから，

$\angle BAQ=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle ABQ)=30^\circ$

(2) **図5**のように，線分 AC が円 O の直径となるように円 O 上に C をとる。

円 O において，半円の弧に対する円周角は 90°なので，

∠ABC＝90°

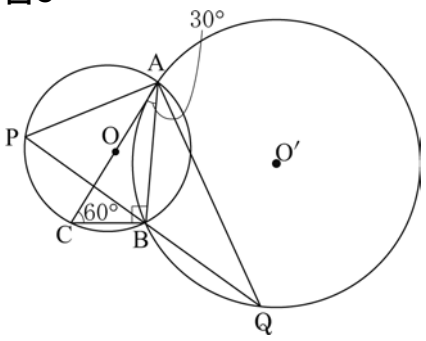
また，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角なので，∠APB＝∠ACB＝60°

よって，△ABC の辺の長さの比から，AB：AC＝$\sqrt{3}$：2

$\Rightarrow$ 4：AC＝$\sqrt{3}$：2 $\Rightarrow$ $AC=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)

したがって，円 O の半径は，$\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$(cm)

図5



(3) **(1)**より∠BAQ＝30°であり，また正三角形 ABP において∠PAB＝60°だから，

∠PAQ＝∠PAB＋∠BAQ＝90°である。

問1(1)(2)で証明されたとおり，T，U がどの位置にいても，つねに ∠PAQ＝∠TAU＝90°

となり，△ATU の面積はつねに $\frac{1}{2}\times AT\times AU$ と表すことができる。

よって，△ATU の面積が最大になるには，線分 AT，AU の長さが最大になればよい。

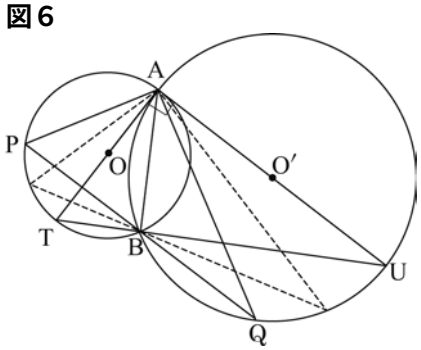
線分 AT の長さが最大になるのは，円 O の直径になるときである。

円 O において，半円の弧に対する円周角は 90°なので，

∠ABT＝90°　よって，∠ABU＝180°－∠ABT＝90°だから，**図6**のように線分 AU は円 O′の直径となることがわかる。

つまり，線分 AT の長さが最大になるとき，線分 AU の長さも最大になる。

図6



線分 AT は円 O の直径なので，$AT=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)

また，△ATU の辺の長さの比から，$AT:AU=1:\sqrt{3}$ ⇒ $\frac{8\sqrt{3}}{3}:AU=1:\sqrt{3}$

⇒ $AU=8$(cm) なので，△ATU の面積は，$\frac{1}{2}\times AT\times AU=\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 8=\frac{32\sqrt{3}}{3}$(cm²)

(4) 問１(2)で証明されたとおり，△APQ∽△ATU だから，その相似比は $AP:AT=4:\frac{8\sqrt{3}}{3}=3:2\sqrt{3}$

よって，△APQ と△ATU の面積比は，$3^2:(2\sqrt{3})^2=9:12=3:4$

よって，△ATU の面積は，△APQ の面積の $\frac{4}{3}$ 倍である。

ポイント》図形問題突破のポイント

前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

・**問１**で証明した「∠PAQ＝∠RAS」や「△PAQ∽△RAS」を使う。