Ｒ４　長野県　公立　数学　問題

数-22-公-長野-問-01

1　各問いに答えなさい。

問１　$5+(-2)$ を計算しなさい。

問２　$(-6x+9)\div 3$ を計算しなさい。

問３　$84n$ の値が，ある自然数の 2 乗となるような自然数 n のうち，最も小さいものを求めなさい。

問４　二次方程式 $x^2=4x$ の解として，最も正しいものを次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。
〔 **ア**　$x=2$，-2　　**イ**　$x=0$，-4　　**ウ**　$x=0$，4　　**エ**　$x=4$ 〕

問５　a 人が 1 人 500 円ずつ出して，b 円の花束を買おうとしたところ，200 円たりなかった。このときの数量の関係を表す式として，正しいものを次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

ア　$500a-200=b$
イ　$500a>b+200$
ウ　$500a-b<200$
エ　$500a=b-200$

問６　**資料**は，あるクラスの徒歩通学生徒 16 名の通学時間を調べ，その値を左から小さい順に並べたものである。通学時間の中央値を求めなさい。

〔**資料**〕
5，8，10，10，12，15，15，15，19，20，20，23，25，27，30，35

(単位：分)

問７　ことがらＡの起こる確率が $\frac{3}{8}$ のとき，Ａの起こらない確率を求めなさい。

問８　$\sqrt{6}$の小数部分を a とするとき，$a(a+2)$ の値を求めなさい。

問９　電子レンジで食品を加熱するとき，電子レンジの出力を x W（ワット），最適な加熱時間を y 秒とすると，y は x に反比例することがわかっている。あるコンビニエンスストアで販売されている弁当には，**図１**のようなラベルがはってある。

このとき，**図１**の中の［　　］に当てはまる最適な加熱時間を求めなさい。

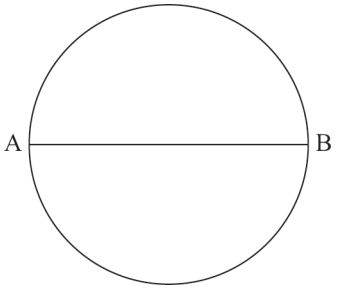
図１

最適な加熱時間	
500W	3分00秒
600W	
1500W	1分00秒



問 10　**図２**は，線分 AB を直径とする円である。この円を線分 AB と直線ℓの 2 本で合同な 4 つの図形に分けるとき，直線ℓを定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，直線を表す文字ℓも書き，作図に用いた線は消さないこと。

図２

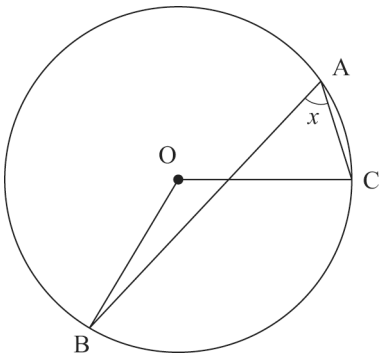


問 11　**図３**は，円 O の円周上の 3 点 A，B，C について，点 A と B，点 A と C，点 O と B，点 O と C を結んだものであり，$\angle BOC = 120^\circ$ とする。

(1)　$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(2)　OB＝6 cm のとき，点 A をふくまないおうぎ形 OBC の面積を求めなさい。

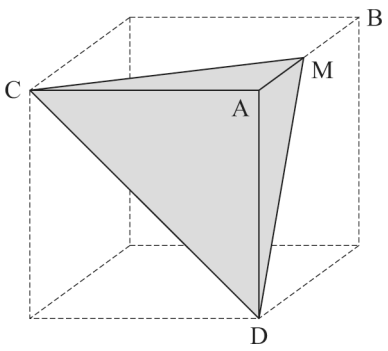
図３



2 各問いに答えなさい。

問１　**図１**は，１辺が 6 cm の立方体を，頂点 C，D，および辺 AB の中点 M を通る平面で切り取ってできた三角錐である。

図１



(1) この三角錐について，辺 AD とねじれの位置にある辺を選び，記号を用いて書きなさい。

(2) この三角錐の体積を求めなさい。

問２　夏さんのクラスでは，ある池のコイの総数を調査しようと考え，すべてのコイをつかまえずに標本調査を利用した次の**方法**で，コイの総数を推定した。

〔**方法**〕

手順１　**図２**のように，コイを何匹かつかまえて，その全部に印をつけて，池にもどす。

手順２　数日後，**図３**のように，無作為にコイを何匹かつかまえる。つかまえたコイの数と印のついたコイの数をそれぞれ数える。

手順３　**手順１**，**２**をもとに，池にいるコイの総数を推定する。

図２

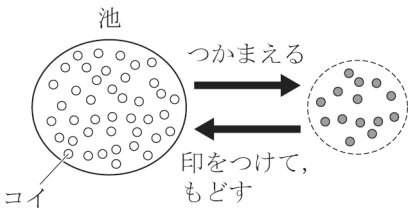
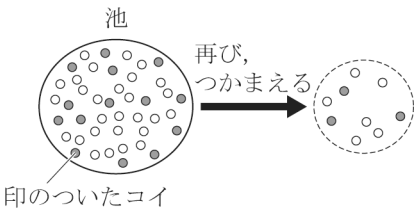


図３



手順１でコイを 50 匹つかまえて，その全部に印をつけて池にもどした。**手順２**で 30 匹つかまえたところ，印のついたコイの数は 9 匹であった。

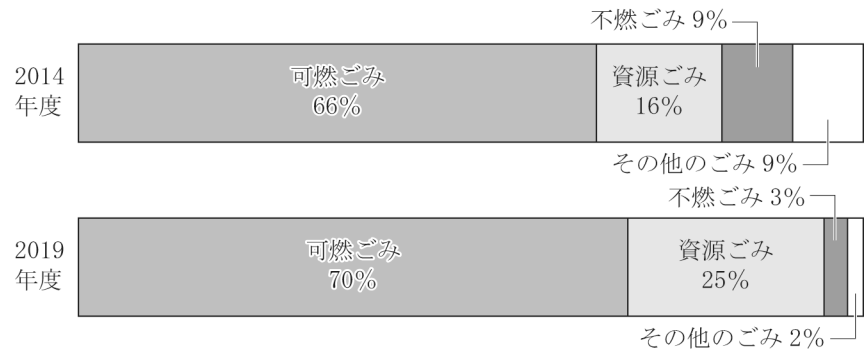
(1) 池にいるコイの総数を推定し，一の位の数を四捨五入した概数で求めなさい。

(2) 身の回りには，標本調査を利用しているものがある。標本調査でおこなうことが適切であるものを，次の**ア**～**エ**からすべて選び，記号を書きなさい。

ア　新聞社がおこなう国内の有権者を対象とした世論調査
イ　国内の人口などを調べるためにおこなわれる国勢調査
ウ　学校でおこなう生徒の歯科検診
エ　テレビ番組の視聴率調査

問３　**資料**は，A 市で 1 人が 1 日あたりに出す 4 種類のごみ（可燃ごみ，資源ごみ，不燃ごみ，その他のごみ）の排出量の割合と，ごみの排出量について 2014 年度と 2019 年度を比べたものである。

〔**資料**〕



○4 種類のごみの排出量の合計…… 2019 年度は 2014 年度と比べて 200 g 減った。

○資源ごみの排出量……2019 年度は 2014 年度と比べて 25%増えた。

秋さんは，**資料**から「2014 年度と 2019 年度における可燃ごみの排出量は，それぞれどれくらいなのか」という疑問をもった。そこで，秋さんは**資料**をもとに，2014 年度における 4 種類のごみの排出量の合計を x g，2019 年度における 4 種類のごみの排出量の合計を y g とし，連立方程式を使って考えた。

$$\begin{cases} x-y = 200 \\ \square = \dfrac{25}{100}y \end{cases}$$

(1) $\dfrac{25}{100}y$ はどのような数量を表しているか，言葉で書きなさい。

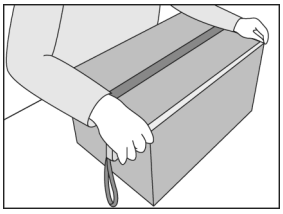
(2) $\square$ に当てはまる適切な式を書きなさい。なお，分数を用いて式を書く場合には約分しなくてもよい。

(3) 可燃ごみの排出量を，2014 年度と 2019 年度で比べたときにいえることとして，正しいものを次の**ア**，**イ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。また，その理由を数値を示して説明しなさい。なお，分数を用いて説明する場合には約分しなくてもよい。

2019 年度は 2014 年度と比べて 〔 **ア**　増えた。　　**イ**　減った。〕

3 各問いに答えなさい。

問１　春さんは，箱に入った荷物を送るのに，**Ａ社**と**Ｂ社**のどちらで送るか検討している。**Ａ社**，**Ｂ社**ともに箱の縦の長さ，横の長さ，高さの和を荷物の大きさとして，その大きさに応じて料金を決めている。ただし，荷物の重さは料金に関係しないものとし，荷物の大きさは小数点以下を切り上げ，消費税は考えないものとする。

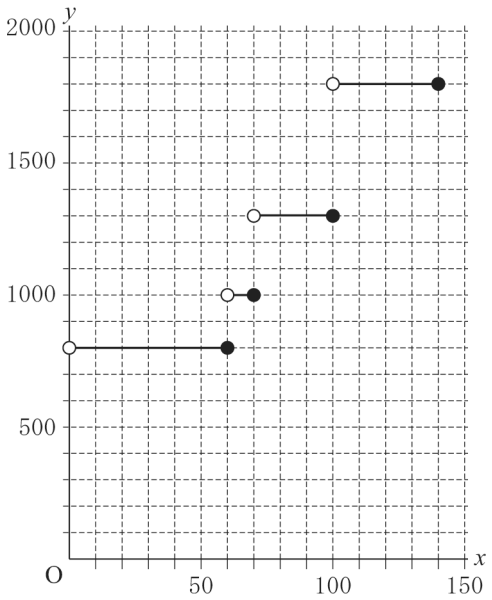


表は，**Ａ社**の料金表で，**図１**はこれについて，荷物の大きさを x cm，料金を y 円として，x と y の関係をグラフに表したものである。また，**図１**で，グラフの端の点をふくむ場合は●，ふくまない場合は○で表している。

表

荷物の大きさ	料金
60cm以下	800円
70cm以下	1000円
100cm以下	1300円
140cm以下	1800円

図１



(1) **表**と**図１**からわかることを次の文にまとめた。 **あ** ，**い** に当てはまる数の組み合わせとして，最も適切なものを下の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

> **Ａ社**では，荷物の大きさが 65 cm であるときの料金は **あ** 円である。また，1500 円以内で送ることができる荷物の大きさは，最大で **い** cm であることがわかる。

ア　**あ** 800　**い** 100　　**イ**　**あ** 1000　**い** 100
ウ　**あ** 800　**い** 140　　**エ**　**あ** 1000　**い** 140

(2) **Ａ社**の荷物の大きさと料金の関係についていえることとして，正しいものを次の**ア**，**イ**から１つ選び，記号を書きなさい。また，その理由を説明しなさい。ただし，荷物の大きさは 140 cm 以下とする。

〔 **ア**　料金は荷物の大きさの関数である。　　**イ**　料金は荷物の大きさの関数ではない。〕

(3) **図２**は，**Ｂ社**のチラシである。荷物の大きさが 115 cm のとき，料金が安いのは**Ａ社**と**Ｂ社**のどちらの会社か，書きなさい。また，いくら安いか求めなさい。

図２

Ｂ社

荷物の大きさが80cmまで一定料金　900円

荷物の大きさが80cmを超える分について，10cmごとに200円加算となります。例えば，荷物の大きさが85cmのときの料金は1100円になります。

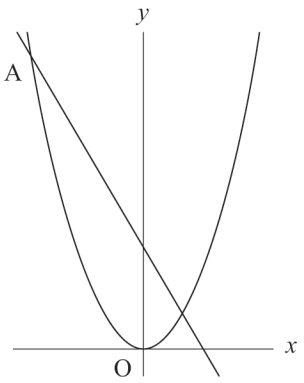
問２　関数の特徴やグラフについて考える。

(1) 関数 $y=ax^2$ の特徴やそのグラフについていえることとして，適切なものを次の**ア**～**オ**からすべて選び，記号を書きなさい。ただし，a は 0 ではない。

ア　関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ について，x の値が 0 のとき，y の値は最小となる。
イ　比例定数 a の絶対値が大きくなると，グラフの開き方は大きくなる。
ウ　関数 $y=ax^2$ の変化の割合は，一次関数とは異なり，一定ではない。
エ　関数 $y=ax^2$ のグラフは，双曲線といわれる曲線である。
オ　2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフは，x 軸について対称である。

(2) **図３**は，関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=-2x+6$ のグラフで，2 つの交点のうち，x 座標が負の数である点を A としたものである。点 A の x 座標が -6 のとき，a の値を求めなさい。

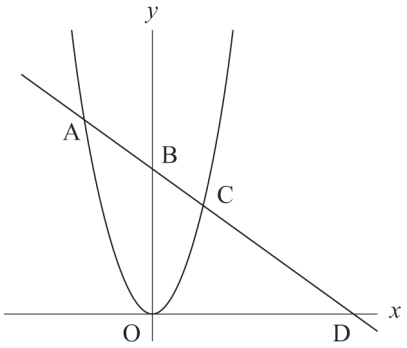
図３



(3) **図４**，**図５**は，関数 $y=ax^2$ のグラフと，点 B (0，6) を通り，傾きが負の数である直線の 2 つの交点を，それぞれ A，C としたものである。また，直線と x 軸の交点を D とする。

① **図４**について，$a=1$，AB : BD = 1 : 3 のとき，点 A の座標を求めなさい。

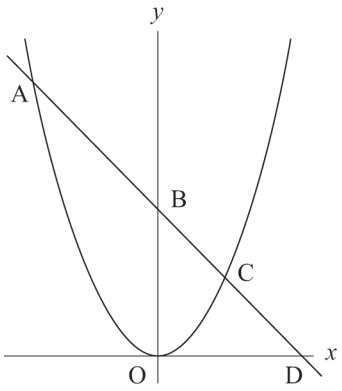
図４



② **図５**について，直線の傾きが -1 で，OC と AC が垂直に交わるとき，△AOC の面積は 27 である。

x 軸上に点 P をとり，△APC の周の長さが最も短くなるとき，点 P の x 座標を求めなさい。

図５



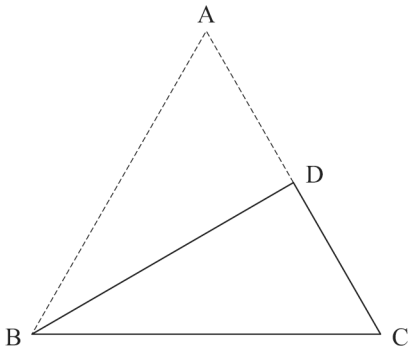
4 各問いに答えなさい。

問１　１辺の長さが 6 cm の正三角形 ABC がある。

(1) **図１**は，正三角形 ABC を，頂点 A が頂点 C に重なるように折り曲げたとき，折り目の線分を BD としたものである。

このとき，BD の長さを求めなさい。

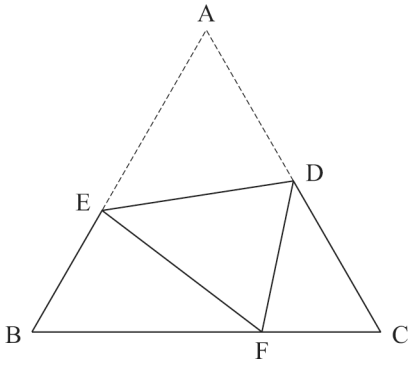
図１



(2) **図２**は，正三角形 ABC を，頂点 A が辺 BC 上にくるように折り曲げたとき，頂点 A が移る点を F とし，折り目の線分を ED としたものである。

このとき，△EBF∽△FCD は，次のように証明することができる。［　　］に**証明**の続きを書き，**証明**を完成させなさい。

図２



〔**証明**〕

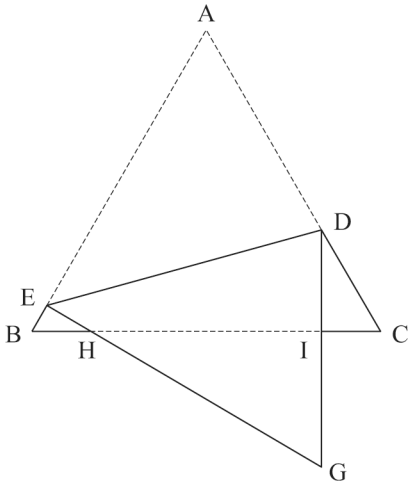
△EBF と△FCD について，

△ABC は正三角形で，正三角形の 1 つの内角は 60° だから，

∠EBF＝∠FCD＝60°　　……①

(3) **図３**は，正三角形 ABC を，頂点 A が辺 BC より下側にくるように折り曲げたとき，頂点 A が移る点を G，折り目の線分を ED，BC と EG，DG の交点をそれぞれ H，I とし，DC＝2 cm，∠GIC＝90° となるようにしたものである。

図３



①　∠EDG の大きさを求めなさい。

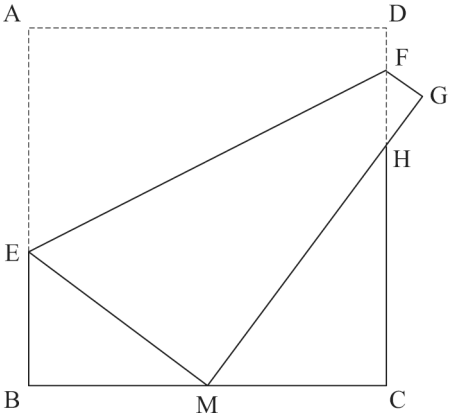
②　GI の長さを求めなさい。

問２　１辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD がある。

(1) **図４**は，正方形 ABCD を，頂点 A が辺 BC の中点 M に重なるように折り曲げたとき，折り目の線分を EF とし，頂点 D が移る点を G，CD と GM の交点を H としたものである。

このとき，HC の長さは，次の**方針**にもとづいて求めることができる。

図４



〔**方針**〕

❶　HC の長さを求めるために，△EBM と△MCH の相似に着目すればよさそうだ。

❷　△EBM で BE の長さを x cm として，x についての方程式をつくれば，BE の長さを求めることができそうだ。

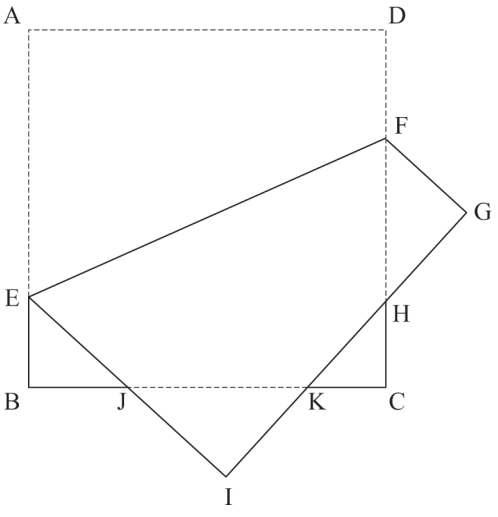
①　**方針**の❷にもとづいて，x についての方程式を書き，BE の長さを求めなさい。

②　**方針**にもとづいて，HC の長さを求めなさい。

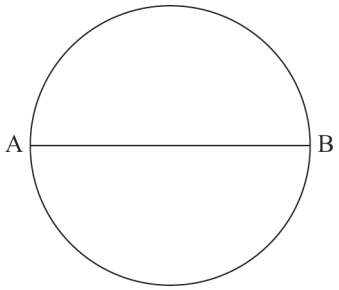
(2) **図５**は，正方形 ABCD を，頂点 A が辺 BC より下側にくるように折り曲げたとき，頂点 A が移る点を I，折り目の線分を EF，頂点 D が移る点を G，CD と GI の交点を H，BC と EI，IG の交点をそれぞれ J，K としたものである。

EB$=\frac{1}{4}$AB，EJ＝JI のとき，4 点 E，B，I，K を通る円の直径の長さを求めなさい。

図５



Ｒ４　長野県　公立　数学　解答用紙

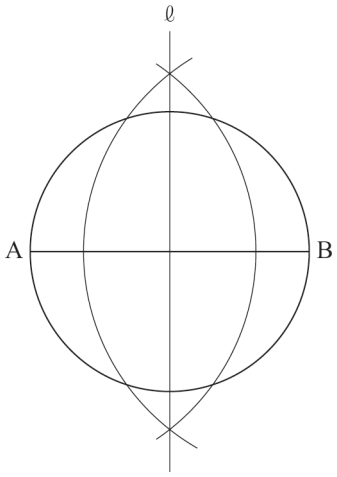
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−22−公−長野−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３	$n=$		
		問４			
		問５			
		問６	分		
		問７			
		問８			
		問９	分　　秒		
		問 10	図２  		
		問 11	(1)　　°		
			(2)　　cm^2		

	問題番号		解答			配点	備考
数-22-公-長野-KY-02	2	問１	(1)	辺			
			(2)	cm^3			
		問２	(1)	およそ　　匹			
			(2)				
		問３	(1)				
			(2)				
			(3)	記号			
				理由			

	問題番号		解答			配点	備考
数−22−公−長野−KY−03	3	問１	(1)				
			(2)	記号			
				理由			
			(3)	社	円安い		
		問２	(1)				
			(2)	$a=$			
			(3)	①	$\left(\quad,\quad\right)$		
				②			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-長野-KY-04	4	問１	(1)	cm		
			(2)	△EBF と△FCD について， △ABC は正三角形で，正三角形の 1 つの内角は 60° だから， ∠EBF＝∠FCD＝60°　　……① [　　]		
			(3)	①　　°		
				②　　cm		
		問２	(1)	①　方程式 [　　]		
				cm		
				②　　cm		
			(2)	cm		

Ｒ４　長野県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-長野-K-01	1	問１	3	3	
		問２	$-2x+3$	3	「$3-2x$」等も正答とする。
		問３	($n=$)21	3	
		問４	ウ	3	
		問５	エ	3	
		問６	17　(分)	3	
		問７	$\frac{5}{8}$	3	「0.625」等も正答とする。
		問８	$6-2\sqrt{6}$	3	「$-2\sqrt{6}+6$」等も正答とする。
		問９	2　(分)　30　(秒)	3	
		問 10	(例) 図２  	3	定規とコンパスを使って，直線ℓが作図されているものを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・線分 AB の垂直二等分線を作図し，その直線をℓとしているものを正答とする。 ・正答例以外の作図もこれに準ずる。
		問 11 (1)	60　(°)	3	
		問 11 (2)	12π　(cm^2)	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-長野-K-02	2	問１	(1)	(辺)　CM	2	「MC」も正答とする。
			(2)	18　(cm^3)	2	
		問２	(1)	(およそ)　170　(匹)	3	
			(2)	**ア，エ**	3	順序は問わない。
		問３	(1)	(例) 2019 年度における資源ごみの排出量	3	「排出量」等の語を使って，正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。
			(2)	(例) $\frac{16}{100}x \times \frac{125}{100}$	3	「$0.16x \times 1.25$」等，同値なものも正答とする。
			(3)	記号　**イ**	1	記号に「**イ**」が書かれているものを評価の対象とする。 ・「2014年度と2019年度の可燃ごみの排出量が，それぞれ660g，560g」と同等の内容が書かれているものを正答とする。 ・「2014年度と2019年度の4種類のごみの排出量の合計である1000 g，800 g」の記述の有無は問わない。 ・「2019年度は2014年度と比べて減った」の記述の有無は問わない。
				理由 (例) 2014 年度と 2019 年度の 4 種類のごみの排出量の合計は，それぞれ 1000 g，800 g であり，2014 年度と 2019 年度の可燃ごみの排出量は，それぞれ， $1000 \times \frac{66}{100}$を計算して 660 g， $800 \times \frac{70}{100}$を計算して 560 g となる。 したがって，2019 年度は 2014 年度と比べて減った。	3	

	問題番号		解答			配点	備考
数-22-公-長野-K-03	3	問1	(1)	イ		3	
			(2)	記号	ア	1	記号に「ア」が書かれているものを評価の対象とし，(a)について書かれているものを正答とする。(b)についての記述がないものも正答とする。 (a)「荷物の大きさが決まると，料金が1つに決まる」と同等の内容が書かれている。 (b)「料金は荷物の大きさの関数である」と同等の内容が書かれている。
				理由	(例) 荷物の大きさが決まると，それに対応して料金がただ1つに決まるので，料金は荷物の大きさの関数である。	3	
			(3)	B (社)	100 (円安い)	3	
		問2	(1)	ア，ウ，オ		3	順序は問わない。
			(2)	$(a=)\ \frac{1}{2}$		3	「0.5」も正答とする。
			(3)	①	$(-2\sqrt{2},\ 8)$	3	
				②	$\frac{6}{5}$	3	「1.2」等も正答とする。

	問題番号		解答			配点	備考
数−22−公−長野−K−04	4	問1	(1)	$3\sqrt{3}$ (cm)		3	
			(2)	△EBF と△FCD について， △ABC は正三角形で，正三角形の 1 つの内角は 60° だから， ∠EBF＝∠FCD＝60° ……① (例) 正三角形の頂点 A が辺 BC 上にくるように折り曲げたので， ∠EFD＝60° ……② 三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので， ∠FEB＋∠EBF ＝∠EFD＋∠DFC ……③ ①，②，③から， ∠FEB＋60°＝60°＋∠DFC よって， ∠FEB＝∠DFC ……④ ①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △EBF∽△FCD		4	△ EBF ∽ △ FCD の証明が完結しているものを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・④及び△EBF∽△FCD がすべて書かれているものを△EBF∽△FCD の証明が完結しているとする。 ・④が書かれていても，④に至るまでの理由に不備がある場合は，2 点減点とする。 ・「2 組の角が，それぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は，1 点減点とする。 ・正答例以外の証明もこれに準ずる。
			(3)	①	75 (°)	3	
				②	$4-\sqrt{3}$ (cm)	3	「$-\sqrt{3}+4$」等も正答とする。
		問2	(1)	①	方程式 $(6-x)^2=9+x^2$	2	方程式は，同値な式も正答とする。
					$\frac{9}{4}$ (cm)	1	「2.25」等も正答とする。
				②	4 (cm)	3	
			(2)	$\frac{9\sqrt{30}}{10}$ (cm)		3	「$\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$」等も正答とする。

数-22-公-長野-KS-01

1　【小問集合】

問３　$84=2^2\times3\times7$ より，$n=3\times7$ のとき，$84n=(2^2\times3\times7)\times(3\times7)=2^2\times3^2\times7^2=(2\times3\times7)^2$ となるから，$n=21$

問６　生徒 16 名の通学時間の中央値は，値を小さい順に並べたときの 8 番目と 9 番目の平均値であるから，$\dfrac{15+19}{2}=17$(分)

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

問７　あることがらが起こる確率を p としたとき，そのことがらが起こらない確率は，$1-p$ である。

よって，Ａの起こらない確率は，$1-\dfrac{3}{8}=\dfrac{5}{8}$

問８　$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ すなわち，$2<\sqrt{6}<3$ だから，$\sqrt{6}=2.\cdots\cdots$である。

よって，$\sqrt{6}$ の小数部分は，$a=\sqrt{6}-2$ だから，

$a(a+2)=(\sqrt{6}-2)\{(\sqrt{6}-2)+2\}=(\sqrt{6}-2)\times\sqrt{6}=6-2\sqrt{6}$

問９　y は x に反比例するから，x と y の関係式は，$y=\dfrac{a}{x}$ すなわち，$a=xy$ となる。

問題文の表より，$x=500$(W)のとき，$y=3\times60=180$(秒)だから，$a=500\times180=90000$ より，関係式は，$y=\dfrac{90000}{x}$である。

よって，$x=600$ のとき，$y=\dfrac{90000}{600}=150$(秒)　すなわち，2 分 30 秒

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\dfrac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問 11　(1) $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$において，円周角の定理より，$\angle x=\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{BOC}=\dfrac{1}{2}\times120°=60°$

(2) おうぎ形 OBC の面積は，$6^2\times\pi\times\dfrac{120}{360}=12\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

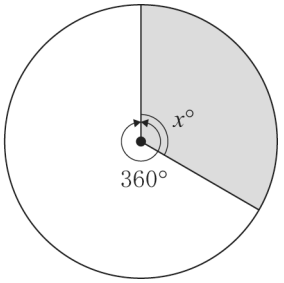
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times\ \dfrac{x}{360}$

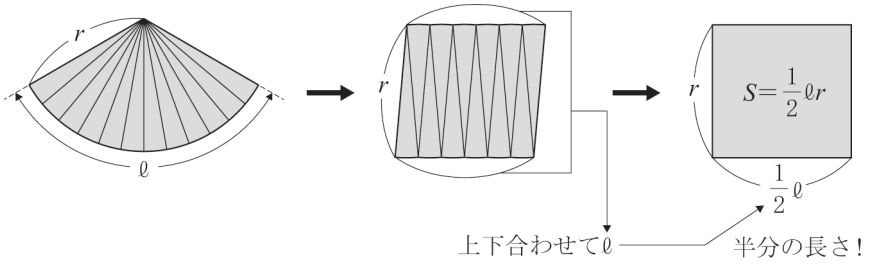
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times\ \dfrac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ ，おうぎ形の半径を r とすると，$S=\dfrac{1}{2}\ell r$



数-22-公-長野-KS-02

2 【空間図形，標本調査，連立方程式の利用】

問１ (1) 辺 AD と交わらず，かつ，平行でない辺を選べばよいから，辺 CM

(2) 三角錐の体積は，$\triangle ACM\times AD\times\dfrac{1}{3}=AM\times AC\times\dfrac{1}{2}\times AD\times\dfrac{1}{3}=3\times6\times\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{1}{3}=18(cm^3)$

問２ (1) 池にいるコイの総数を x 匹とする。x 匹のコイのうち，印のついたコイは 50 匹であり，無作為につかまえた 30 匹のコイのうち，印のついたコイは 9 匹であった。

この比率が等しいとすると，$\dfrac{50}{x}=\dfrac{9}{30}$　両辺で逆数をとると，$\dfrac{x}{50}=\dfrac{30}{9}$

⇒　$x=\dfrac{500}{3}=166.\cdots$より，およそ 170(匹)

(2) **ア**　有権者の意見の「傾向」を知るための調査なので，全数調査はしなくてもよい。よって，標本調査が適切である。

イ　国勢調査は，国内の人口・世帯の実態を明らかにするための調査であるため，正確な数値が求められる。よって，全数調査でなければならない。

ウ　生徒個々人の健康状態を診る必要があるため，全数調査でなければならない。

エ　視聴者がどのテレビ番組を見ているかの「傾向」を知るための調査なので，全数調査はしなくてもよい。よって，標本調査が適切である。

問３ (1) $\dfrac{25}{100}y$ は，y の値の 25%，すなわち，2019 年度における 4 種類のごみの排出量の合計をもとにしたときの 25%を表す。

(2) 〔**資料**〕に，資源ごみの排出量について，「2019 年度は 2014 年度と比べて 25%増えた」と記載があるため，それをもとに立式すればよい。

ポイント》「元の数量の○%増し」は「元の数量の(100＋○)%」
「元の数量の○%引き」は「元の数量の(100－○)%」

数-22-公-長野-KS-03

3 【関数の利用，関数のグラフと図形】

問１ (3) 荷物の大きさが 115cm のとき，**A社**の料金は，1800 円である。
次に**B社**の料金を考える。115＝80＋10＋10＋10＋5 であるから，一定料金 900 円に対して，
4 回 200 円が加算されるため，その料金は，900＋200×4＝1700(円)
よって，**B社**の方が，100 円安い。

問２　(1)

ア　関数 $y=ax^2$ $(a>0)$のグラフは，**図１**のように，原点を頂点とし，上に開いた形をした放物線である。したがって，x の値が 0 のとき，y の値が最小の 0 となる。よって，正しい。
ちなみに，関数 $y=ax^2$ $(a<0)$のグラフは，**図２**のように，原点を頂点とし，下に開いた形をした放物線であり，x の値が 0 のとき，y の値が最大の 0 となる。

図１

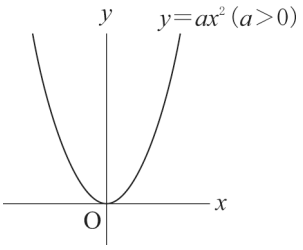
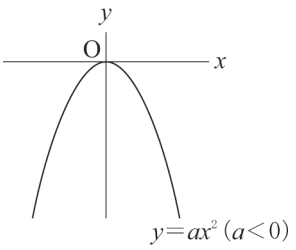
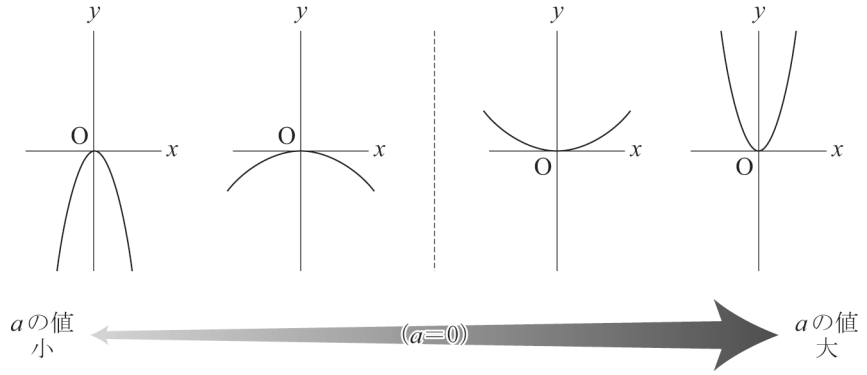


図２



イ　**図３**のように，関数 $y=ax^2$ の比例定数 a の絶対値が大きくなる，すなわち，0 から離れると，グラフの開き方は小さくなる。よって，誤り。

図３



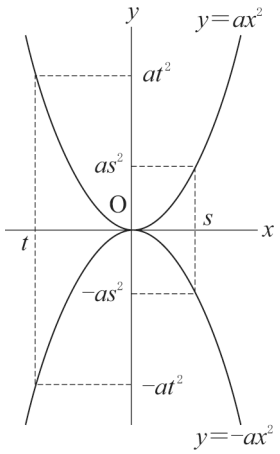
ウ　変化の割合とは，x の増加量に対する，y の増加量の割合のことである。したがって，一次関数のように，グラフが直線であれば一定であるのに対して，反比例のグラフや，関数 $y=ax^2$ のグラフのように，グラフが曲線であれば一定でない。よって，正しい。
なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，
$\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(p+q)$と求められ，$p$ と q の値によって変化し，一定でないことがわかる。

ポイント》変化の割合
変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。
[公式] 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。
また，グラフの形状によって，注意点が異なる。
・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)
→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。
・曲線のグラフ(反比例 $y=\dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)
→変化の割合は区間により変化するため，[公式]を利用して計算する必要がある。
※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

エ　関数 $y=ax^2$ のグラフは放物線という。よって，誤り。なお，反比例のグラフを双曲線という。

オ　2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ は，x の値がいくつであっても，y の値が符号違いとなるため，そのグラフは，**図 4** のように，x 軸について対称となる。よって，正しい。

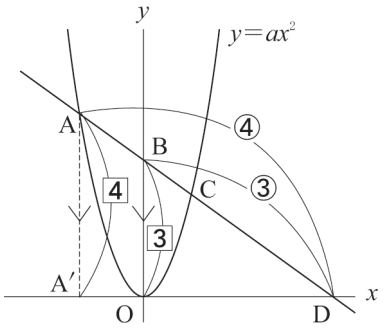
図 4



(2) 点 A は関数 $y=-2x+6$ のグラフ上にあり，その x 座標が -6 であるため，
y 座標は，$y=-2\times(-6)+6=18$　よって，点 A の座標は，A$(-6,\ 18)$
点 A は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にもあるから，$18=a\times(-6)^2$　⇒　$a=\dfrac{1}{2}$

(3) ①　**図 5** のように，点 A から x 軸に垂線 AA′ をひくと，
BO // AA′ より，平行線と線分の比から，
BO : AA′ = DB : DA = 3 : (1+3) = 3 : 4
点 B の y 座標が 6 であることから，BO = 6 なので，
6 : AA′ = 3 : 4　⇒　AA′ = 8
よって，点 A の y 座標は 8 であり，関数 $y=x^2$ のグラフ上にあることから，$x^2=8$
⇒　$x<0$ より，$x=-2\sqrt{2}$
したがって，点 A の座標は，A$(-2\sqrt{2},\ 8)$

図 5



②　辺 AC の長さは一定であるから，△APC の周の長さが最も短くなるのは，AP+PC の長さが最も短くなるときである。
図 6 のように，点 C と x 軸に関して対称な点を C′，直線 AC′ と x 軸の交点を P とすると，PC = PC′ より，AP+PC = AP+PC′ となり，AP+PC の長さが最も短くなることがわかる。
以下，点 P の位置をそのように定める。
ここで，**図 7** のように，直線 AD の傾きが -1 であることから，∠CDO = 45°
また，∠OCD = 90°，OC = OC′ より，四角形 COC′D は正方形であるから，∠COC′ = 90°
よって，∠ACO = ∠COC′ = 90° より，錯角が等しいから AD // OC′ である。
したがって，**図 8** のように，BC // OC′，BO // CC′ より，2 組の対辺がそれぞれ平行であるから，四角形 BOC′C は平行四辺形である。よって，CC′ = BO = 6

図 6

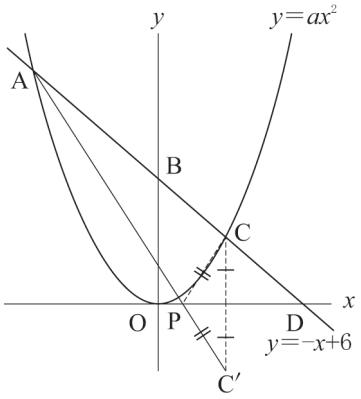


図 7

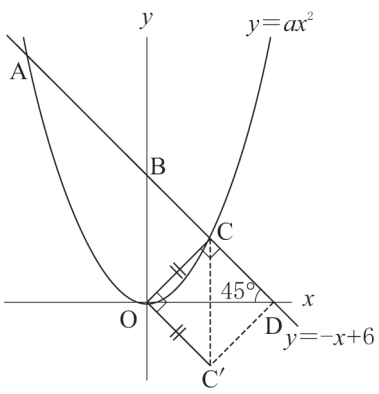
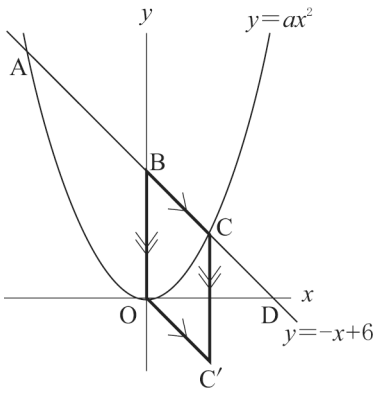


図 8



ゆえに，2 点 C，C′の y 座標はそれぞれ，3，−3 であり，点 C が関数 $y=-x+6$ のグラフ上にあることから，$3=-x+6 \Rightarrow x=3$

よって，点 C，C′の座標はそれぞれ，C(3，3)，C′(3，−3)

また，**図９**のように，

AD // OC′より，

△AOC＝△AC′C＝27

である。

よって，**図 10** のように，△AC′C の底辺 CC′の長さは 6 だから，高さを h とすると，

$6\times h\times\frac{1}{2}=27$

$\Rightarrow \quad h=9$

図９

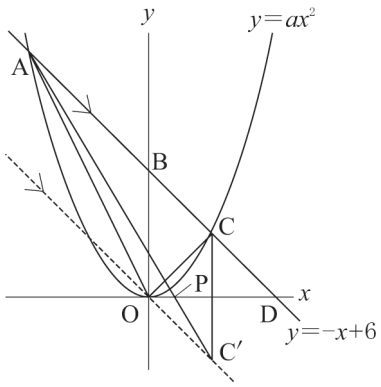
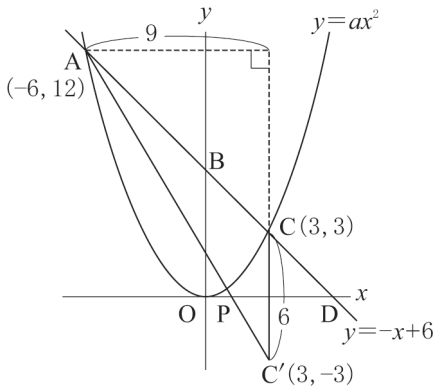


図 10



したがって，点 A の x 座標は，3−9＝−6 であり，点 A が関数 $y=-x+6$ のグラフ上にあることから，$y=-(-6)+6=12$　よって，点 A の座標は，A(−6，12)

ゆえに，直線 AC′の式を $y=mx+n$ とすると，2 点 A(−6，12)，C′(3，−3)を通ることから，

$12=-6m+n$，$-3=3m+n$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くと，$m=-\frac{5}{3}$，$n=2$ であるから，直線 AC′の式は，$y=-\frac{5}{3}x+2$ である。

よって，点 P の y 座標は 0 で，直線 $y=-\frac{5}{3}x+2$ 上にあることから，

x 座標は，$0=-\frac{5}{3}x+2 \Rightarrow x=\frac{6}{5}$

数-22-公-長野-KS-04

4　【平面図形】

問１　(1) △BCD は，∠BDC＝90°，∠BCD＝60°，∠CBD＝30°の直角三角形だから，

BD＝$\sqrt{3}$CD＝3$\sqrt{3}$(cm)

(3) ①　∠DIC＝90°，∠DCI＝60°より，∠CDI＝30°

∠ADG＝180°−∠CDI＝180°−30°＝150°

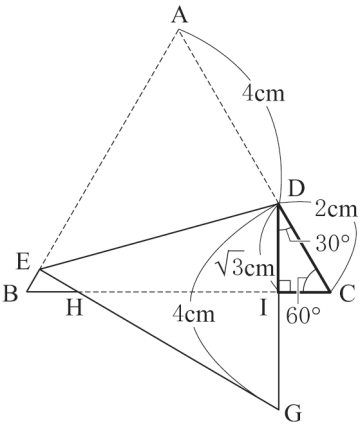
∠ADE＝∠EDG より，$\angle EDG=\frac{1}{2}\angle ADG=\frac{1}{2}\times 150°=75°$

②　**図１**のように，△DIC は，∠DIC＝90°，∠DCI＝60°，∠CDI＝30°の直角三角形だから，DC：DI＝2：$\sqrt{3}$

$\Rightarrow$　2：DI＝2：$\sqrt{3}$　$\Rightarrow$　DI＝$\sqrt{3}$cm

GD＝AD＝6−2＝4(cm)だから，GI＝GD−DI＝4−$\sqrt{3}$ (cm)

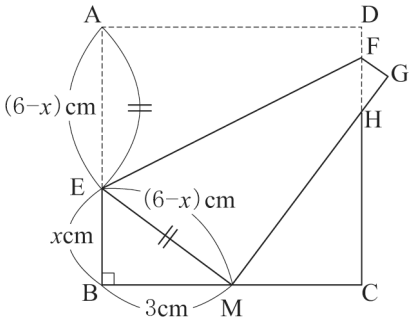
図１



問２　(1) ①　**図２**のように，BE＝x cm とすると，
AE＝$6-x$ (cm)，ME＝AE＝$6-x$ (cm)，BM＝3cm
よって，△EBM で三平方の定理より，
$ME^2=BM^2+BE^2$
⇒　$(6-x)^2=3^2+x^2$　⇒　$(6-x)^2=9+x^2$　⇒
$x=\frac{9}{4}$(cm)

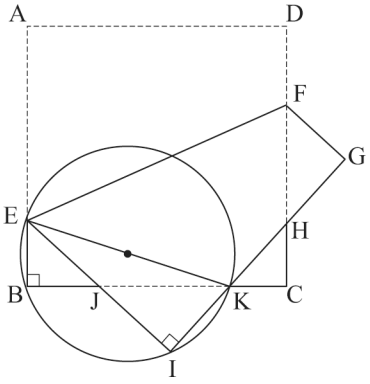
②　△EBM∽△MCH より，MB : HC＝BE : CM
⇒　3 : HC＝$\frac{9}{4}$: 3　⇒　HC＝4 (cm)

図２



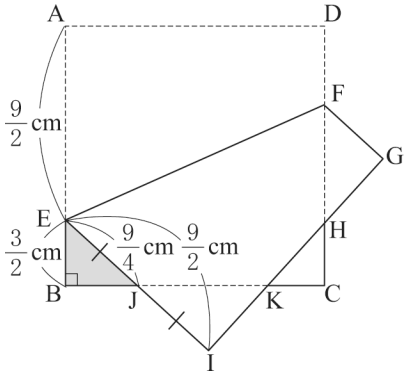
(2) **図３**のように，∠EBK＝∠EIK＝90°だから，円周角の定理の逆より，4 点 E，B，I，K を通る円が存在し，その直径は EK となる。

図３



また，**図４**のように，EB＝$\frac{1}{4}$AB＝$\frac{1}{4}\times6=\frac{3}{2}$(cm)，
AE＝$6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$(cm)，EI＝AE＝$\frac{9}{2}$cm，
EJ＝JI＝$\frac{1}{2}$EI＝$\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}=\frac{9}{4}$(cm)
よって，△EBJ で三平方の定理より，
$BJ=\sqrt{EJ^2-EB^2}$
$=\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{45}{16}}$
$=\frac{3\sqrt{5}}{4}$(cm)

図４



次に，**図５**のように，∠EBJ＝∠KIJ＝90°，
∠BJE＝∠IJK より，
2 組の角がそれぞれ等しいので，△EBJ∽△KIJ
よって，EJ : KJ＝BJ : IJ　⇒　$\frac{9}{4}$: KJ＝$\frac{3\sqrt{5}}{4}$: $\frac{9}{4}$
＝$\sqrt{5}$: 3
⇒　$\sqrt{5}$KJ＝$\frac{27}{4}$　⇒　KJ＝$\frac{27}{4\sqrt{5}}=\frac{27\sqrt{5}}{20}$(cm)
よって，BK＝BJ＋KJ＝$\frac{3\sqrt{5}}{4}+\frac{27\sqrt{5}}{20}=\frac{21\sqrt{5}}{10}$(cm)
したがって，△EBK で三平方の定理より，
$EK=\sqrt{EB^2+BK^2}$
$=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{21\sqrt{5}}{10}\right)^2}=\sqrt{\frac{2430}{100}}$
$=\frac{9\sqrt{30}}{10}$(cm)

図５

