R５　長野県　公立　数学　問題

数-23-公-長野-問-01

1　各問いに答えなさい。

問１　$-3+4$ を計算しなさい。

問２　n を負の整数としたとき，計算結果がいつでも正の整数になる式を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔 **ア**　$5+n$　　**イ**　$5-n$　　**ウ**　$5\times n$　　**エ**　$5\div n$ 〕

問３　$\dfrac{3x-5y}{2}-\dfrac{2x-y}{4}$ を計算しなさい。

問４　$(x-3)^2+2(x-3)-15$ を因数分解しなさい。

問５　二次方程式 $x^2+2x-1=0$ を解きなさい。

問６　12 m のロープを x 等分したときの，1 本分のロープの長さを y m とする。x と y の関係についていえることを，次の**ア**～**エ**から 2 つ選び，記号を書きなさい。

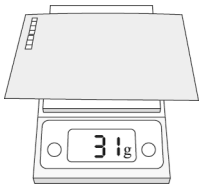
ア　x の値が 2 倍，3 倍，4 倍，……になると，y の値も 2 倍，3 倍，4 倍，……になる。

イ　x の値が 2 倍，3 倍，4 倍，……になると，y の値は $\dfrac{1}{2}$ 倍，$\dfrac{1}{3}$ 倍，$\dfrac{1}{4}$ 倍，……になる。

ウ　対応する x と y の値の積 xy は一定である。

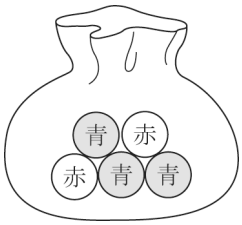
エ　対応する x と y の値の商 $\dfrac{y}{x}$ は一定である。

問７　ある郵便物の重さをデジタルはかりで調べたところ，31 g と表示された。この数値は小数第 1 位を四捨五入して得られた値である。この郵便物の重さの真の値を a g としたとき，a の範囲を不等号を使って表したものとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。



ア　$30.5<a<31.5$　　**イ**　$30.5 \leqq a \leqq 31.5$
ウ　$30.5 \leqq a<31.5$　　**エ**　$30.5<a \leqq 31.5$

問８　赤玉 2 個，青玉 3 個が入っている袋がある。この袋から，玉を 1 個取り出し，それを袋に戻さないで，続けて玉を 1 個取り出す。このとき，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率を求めなさい。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



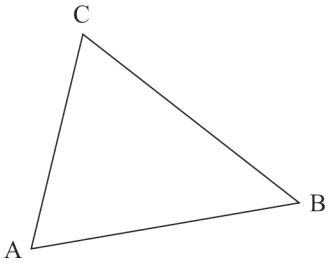
問９　**ノート**には，ある連立方程式とその解が書かれていたが，一部が消えてしまった。消えてしまった二元一次方程式はどれか，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

〔ノート〕
連立方程式
$\begin{cases} x+y=-1 \\ \square \end{cases}$
その解
$x=2,\ y=\square$

ア　$x-y=-1$　　**イ**　$3x-2y=10$
ウ　$x+4y=10$　　**エ**　$x-3y=11$

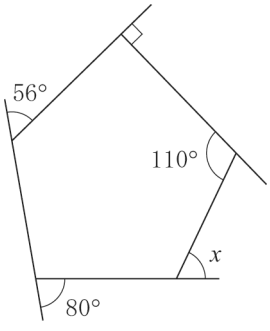
問 10　**図１**のように，△ABC がある。辺 BC 上に，BC⊥AP となる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点 P を表す文字 P も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図１



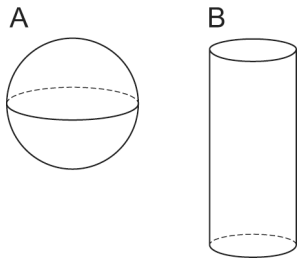
問 11　**図２**において，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図２



問 12　**図３**は，半径が 3 cm の球**A**と底面の半径が 2 cm の円柱**B**である。**A**と**B**の体積が等しいとき，**B**の高さを求めなさい。

図３

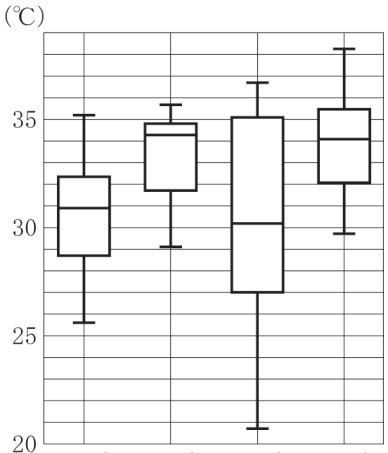


数-23-公-長野-問-02

2　各問いに答えなさい。

問１　守さんは，**A**市について 2005 年，2010 年，2015 年，2020 年の 8 月の日最高気温 (その日の最も高い気温) を調べ，どのような傾向にあるか考えるため，**図１**の箱ひげ図に表した。

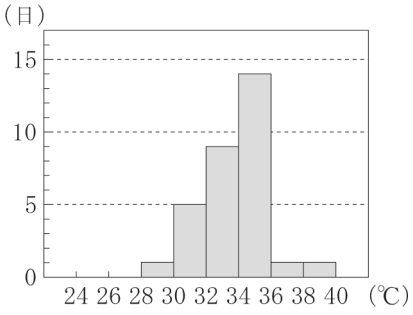
図１



（気象庁データより作成）

(1) **図２**は，**図１**のいずれかの年の箱ひげ図をつくる際にもとにしたデータを，ヒストグラムに表したものである。**図２**は，何年のヒストグラムか書きなさい。

図２



(2) **図1**から読みとれることとして，次の①，②は，「正しい」，「正しくない」，「**図1**からはわからない」のどれか，最も適切なものを，下の**ア**～**ウ**から 1 つずつ選び，記号を書きなさい。

① 2020 年は，8 月の日最高気温の散らばりが，4 つの箱ひげ図の中で 2 番目に小さい。 ② 2005 年は，8 月の日最高気温が 35℃を超えた日は 1 日しかない。

〔 **ア** 正しい　　**イ** 正しくない　　**ウ** **図1**からはわからない 〕

(3) **図1**で，2010 年と 2015 年の 8 月の日最高気温の分布を比較して次のようにまとめた。 **あ** ， **い** に当てはまる最も適切なものを，下の**ア**～**エ**から 1 つずつ選び，記号を書きなさい。ただし， **あ** ， **い** には異なる記号が入る。

最大値を比べると，2015 年は 2010 年よりも高いことがわかる。しかし，2015 年は，全体の **あ** 以上の日が 30℃を超えていたが，2010 年は，全体の **あ** 以上の日が 34℃を超えていた。また，2010 年の最小値は約 29℃であるが，2015 年は，全体の約 **い** の日が 27℃以下であり，2015 年は 2010 年と比べて，日最高気温の低い日が多かったことがわかる。

〔 **ア** 25%　　**イ** 50%　　**ウ** 75%　　**エ** 100% 〕

問2 春さんは，自然数をある規則に従って並べ，表にまとめた。**図3**はその一部である。春さんは咲さんに，表を用いて，次のような数あてマジックを行った。

図3

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	…
1行目	1	2	3	4	5	…
2行目	2	4	6	8	10	…
3行目	3	6	9	12	15	…
4行目	4	8	12	16	20	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

春：表の中から 1 つ数を選んでください。その数は表の何行目にありますか？
咲：3 行目だよ。
春：選んだ数とその右隣の数，さらにその右隣の数の 3 つの数をたすといくつになりますか？
咲：27 だよ。
春：最初に選んだ数は・・・，表の 3 行目の 2 列目にある 6 ですね。
咲：あたり！どうしてわかったの？

(1) 春さんは，**数あてマジックの仕組み**とその説明を咲さんに示すため，**ノート 1** にまとめた。
［　　］に途中の過程を書き，正しい説明を完成させなさい。

〔**ノート 1**〕

〔**数あてマジックの仕組み**〕
最初に選んだ数を a，a の右隣の数を b，b の右隣の数を c とする。
①　3 つの数 a，b，c の和を 3 でわると b がわかる。
②　a が m 行目の数であるとき，b から m をひくと，最初に選んだ数 a がわかる。

数あてマジックの仕組みの①について，**図 4** のように，a を m 行目，n 列目の数とし，
$a+b+c$ と $3b$ が等しくなることを，m，n を用いて説明する。
$a=mn$，$b=m(n+1)$，$c=m(n+2)$ と表されるから，

［　$a+b+c$
＝　　］

したがって，$a+b+c=3b$ が成り立つ。

図 4

	…	n	$n+1$	$n+2$	…
⋮		⋮	⋮	⋮	
m	…	a	b	c	…
⋮		⋮	⋮	⋮	

数あてマジックの仕組みの②について，b から m をひくと，
$b-m=m(n+1)-m=mn+m-m=mn$ である。$a=mn$ より，$b-m=a$ である。

(2) 春さんは，表において，横に連続して並ぶ 5 つの数についても，同じような関係が成り立つことに気づき，**ノート 2** にまとめた。**ノート 2** が正しくなるように，［ **う** ］，［ **お** ］には当てはまる適切な数を，［ **え** ］には a，b，c，d，e のいずれかの文字 1 つを，それぞれ書きなさい。

〔**ノート 2**〕最初に選んだ数を a，a の右隣の数を b，b の右隣の数を c，c の右隣の数を d，d の右隣の数を e とする。5 つの数 a，b，c，d，e の和を［ **う** ］でわると［ **え** ］がわかる。表の 11 行目にある数のうち，横に連続して並ぶ 5 つの数の和が 605 である。このとき，最初に選んだ数 a は［ **お** ］である。

3 各問いに答えなさい。

問1 秋さんの家には，水の放出量が異なる 2 つの加湿器**A**，**B**がある。**A**，**B**にはともに「強」「弱」の 2 つの設定があり，各設定の 1 時間あたりの水の放出量は**表**のとおりである。ただし，**A**，**B**のどの設定もそれぞれ一定の割合で水を放出し，放出された水の量だけ水タンクから水が減るものとする。

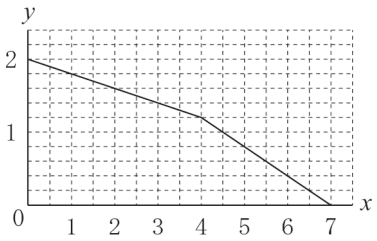


表 各設定の 1 時間あたりの水の放出量

	設　定	
	強	弱
A	0.4 L	**あ** L
B	0.8 L	0.3 L

(1) 秋さんは，まず**A**を使ってみた。水タンクに 2 L の水を入れた状態から「弱」の設定で運転し，4 時間後に「強」の設定に切り替えたところ，運転開始からちょうど 7 時間後に水タンクの水がなくなった。**図1**は，運転開始から x 時間後の水タンクの水の量を y L として，x と y の関係を表したグラフである。

図1



① **表**の **あ** に当てはまる適切な数を求めなさい。

② x の変域が $4 \leqq x \leqq 7$ のとき，x と y の関係を式に表しなさい。

(2) 秋さんは，次に**B**を使った。**B**には，室内が一定の湿度に達すると「強」から「弱」の設定に自動で切り替わる機能がある。水タンクに 3 L の水を入れた状態から「強」の設定で運転し，途中で「弱」の設定に自動で切り替わり，そのまま「弱」の設定で運転を続けたところ，運転開始からちょうど 8 時間後に水タンクの水がなくなった。秋さんは，**B**の運転開始からの時間と水タンクの水の量について，次のようにまとめた。

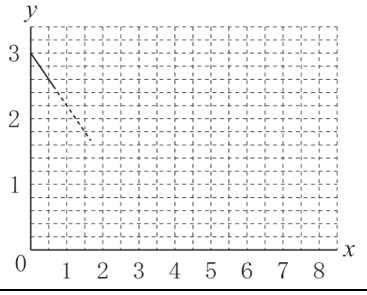
〔**秋さんがまとめたこと**〕

Bの運転開始から x 時間後の水タンクの水の量を y L として，**図2**に水の量の変化をかき入れる。

まず，y 軸上の点 (0，3) を通り，傾き -0.8 の直線をひく。

次に，**い** の直線をひく。このとき，この 2 本の直線の **う** の **え** 座標は，「強」から「弱」の設定に切り替わった時間を表している。

図2



① **秋さんがまとめたこと**が正しくなるように，**い** に当てはまる適切な言葉を，**秋さんがまとめたこと**の下線部のように座標と傾きを具体的に示して書きなさい。また，**う** には当てはまる適切な語句を，**え** には当てはまる適切な文字を，それぞれ書きなさい。

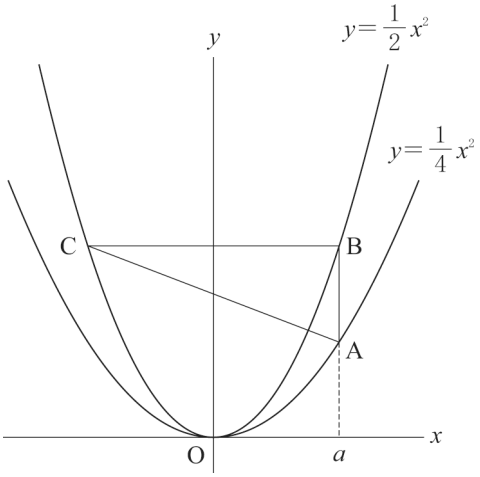
② **B**の設定が「強」から「弱」に切り替わったのは，運転開始から何時間何分後か，求めなさい。

問２　**図３**は，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が正の数 a である点 A をとり，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，点 A と x 座標が等しい点 B と，点 B と y 軸について対称な点 C をとり，△ABC をつくったものである。

(1) $a=4$ のとき，AB の長さを求めなさい。

(2) AB と BC の長さが等しくなるとき，a の値を求めなさい。

図３

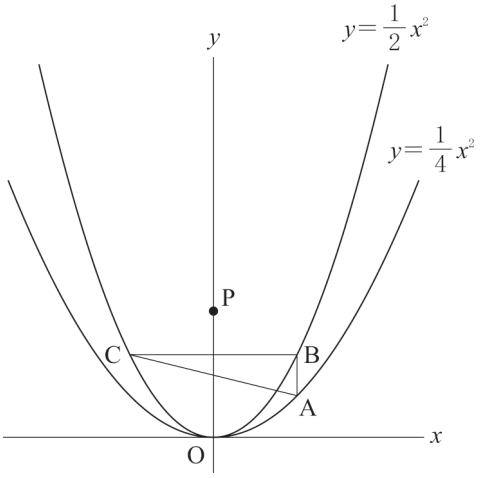


(3) **図４**は，**図３**において $a=2$ とし，y 軸上に，y 座標が 2 より大きい点 P をとったものである。

① △BCP の面積が，△ABC の面積と等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。

② △ACP の面積が，△ABC の面積と等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。

図４



4 各問いに答えなさい。

点を動かしたり，図形の大きさを変えたりすることができる数学の作図ソフトがある。桜さんは，その作図ソフトを使って，次の**作図の手順**に従って**図１**をかき，点 P を線分 AB 上で，点 A から点 B の向きに動かしたときの図形を観察した。

〔**作図の手順**〕

❶ 長さが 6 cm の線分 AB を直径とする円 O をかく。

❷ 線分 AB 上に点 P をとる。ただし，点 P は点 A，B と重ならないものとする。

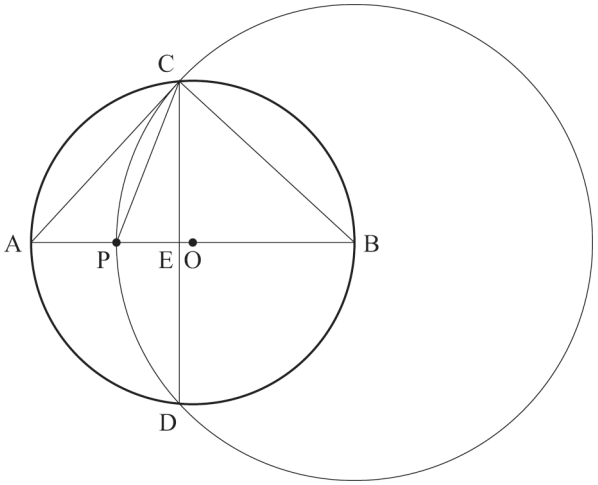
❸ 点 B を中心として，線分 BP を半径とする円 B をかく。

❹ 円 O と円 B の交点をそれぞれ C，D とする。

❺ 点 C と点 D を結び，線分 AB と線分 CD の交点を E とする。

❻ 点 C と 3 点 A，P，B をそれぞれ結ぶ。

図１



なお，「点 P を線分 AB 上のどこにとっても，線分 AB と線分 CD は垂直に交わる。」このことは，**問１**～**問４**の解答において，証明せずに用いてよい。

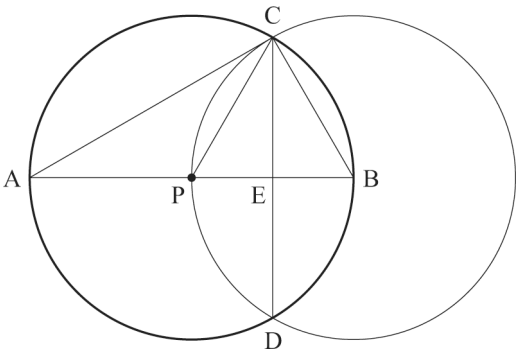
問１ **図１**において，点 P を，AP＝2 cm の位置にとったとき，BC の長さを求めなさい。

問２ **図２**は，**図１**において，点 P を円 O の中心と重なるように動かしたものである。ただし，円 O の中心を表す文字 O を省いて表している。

(1) ∠ACP の大きさを求めなさい。

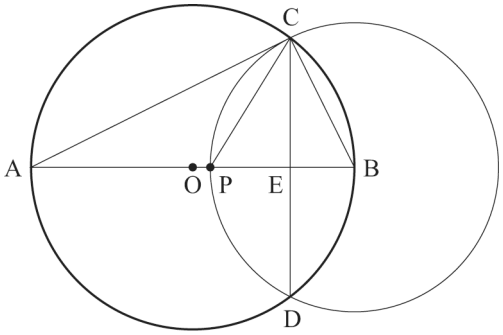
(2) CD の長さを求めなさい。

図２



問３　桜さんは，作図ソフトで何度も点 P を線分 AB 上で動かしているうちに，次の 2 つのことが成り立つのではないかと**予想**を立てた。

図３



〔**予想**〕
点 P を線分 AB 上のどこにとっても，
❶　△ABC と△CBE は相似である。
❷　線分 CP は∠ACE を二等分する。

桜さんの**予想**は，**図３**を用いて，次のようにそれぞれ証明することができる。

〔**予想❶の証明**〕
△ABC と△CBE で，
［ **あ** ］だから，　∠ACB＝90°
AB⊥CD だから，　　∠CEB＝90°
よって，∠ACB＝∠CEB　……①
［ **い** ］

〔**予想❷の証明**〕
［ **あ** ］だから，∠ACB＝90°
∠ACB＝∠ACP＋∠PCB より
　∠ACP＝90°－∠PCB　……①
AB⊥CD だから，△CPE は
∠CEP＝90°の直角三角形であり，
　∠PCE＝90°－∠CPE　……②
［ **う** ］
よって，∠PCB＝∠［ **え** ］　……③
①，②，③より，∠ACP＝∠PCE
したがって，線分 CP は∠ACE を二等分する。

(1) ［ **あ** ］に当てはまる，∠ACB＝90°の根拠となることがらを書きなさい。ただし，**予想❶の証明**の［ **あ** ］と**予想❷の証明**の［ **あ** ］には共通なことがらが入る。

(2) ［ **い** ］に証明の続きを書き，**予想❶の証明**を完成させなさい。

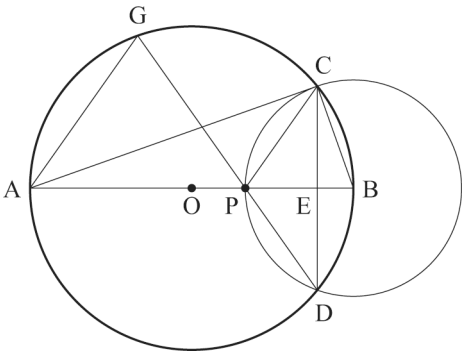
(3) **予想❷の証明**において，［ **う** ］には③の根拠となることがらを，［ **え** ］には最も適切な角を記号を用いて，それぞれ書きなさい。

問４　**図４**は，点 P を，AP＝4 cm の位置まで動かしたものである。このとき，線分 DP を延長した直線と円 O の交点を G とし，点 A と点 G を結ぶ。

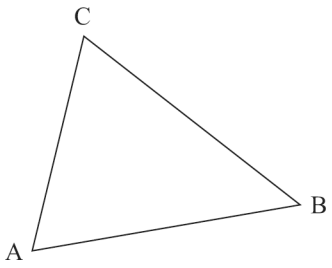
(1) △CEP の面積を求めなさい。

(2) △BCP と△GAP の面積の比を求め，最も簡単な整数の比で表しなさい。

図４



Ｒ５　長野県　公立　数学　解答用紙

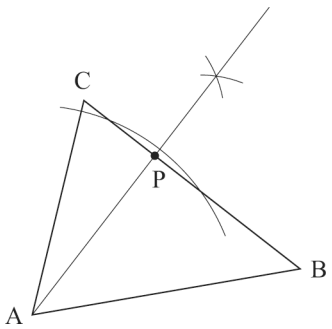
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-長野-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６			
		問７			
		問８			
		問９			
		問 10	図１  		
		問 11	°		
		問 12	cm		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-長野-KY-02	2	問1	(1)	年		
			(2) ①			
			(2) ②			
			(3) あ			
			(3) い			
		問2	(1)	$a+b+c$ $=$ したがって，$a+b+c=3b$ が成り立つ。		
			(2) う			
			(2) え			
			(2) お			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-長野-N-03	3	問1	(1)	①	L		
				②	$y=$		
			(2)	①	い		
					う		
					え　座標		
				②	時間　　分後		
		問2	(1)				
			(2)		$a=$		
			(3)	①	(　　,　　)		
				②	(　　,　　)		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-23-公-長野-N-04	4	問1		cm		
		問2	(1)	°		
			(2)	cm		
		問3	(1)			
			(2)	△ABC と△CBE で, **あ** だから，∠ACB＝90° AB⊥CD だから，∠CEB＝90° よって，∠ACB＝∠CEB　……①		
			(3)	**う** **え**　∠		
		問4	(1)	cm^2		
			(2)	△BCP と△GAP の面積の比は　　:		

Ｒ５　長野県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-長野-K01	1	問１	1	3	
		問２	イ	3	
		問３	$\frac{4x-9y}{4}$	3	「$x-\frac{9}{4}y$」等も正答とする。
		問４	$(x+2)(x-6)$	3	「$(x-6)(x+2)$」等も正答とする。
		問５	$(x=)\quad -1\pm\sqrt{2}$	3	「$\pm\sqrt{2}-1$」等も正答とする。
		問６	イ，ウ	3	順序は問わない。
		問７	ウ	3	
		問８	$\frac{3}{5}$	3	「0.6」も正答とする。
		問９	エ	3	
		問 10	(例) 図１  	3	定規とコンパスを使って，点 P が作図されているものを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・点 A を通り，辺 BC に垂直な直線を作図し，垂線と辺 BC との交点を P としているものを正答とする。 ・点 P の位置を表す黒丸 (・) の有無は問わない。 ・辺 BC を延長して作図しているものも正答とする。 ・正答例以外の作図もこれに準じる。
		問 11	64　(°)	3	
		問 12	9　(cm)	3	

	問題番号		解答			配点	備考
数-23-公-長野-K02	2	問1	(1)	2020 (年)		2	
			(2)	①	ア	2	
				②	ウ	2	
			(3)	あ	イ	3	
				い	ア		
		問2	(1)	(例) $(a+b+c=)$ $mn+m(n+1)+m(n+2)$ $=3mn+3m$ $=3m(n+1)$ $b=m(n+1)$ であるから, $3m(n+1)=3b$ である。		4	(a)(b)または(c)(d)が書かれているものを評価の対象とする。 (a)「$(a+b+c=)$ $3m(n+1)$」が書かれている。 (b)「$b=m(n+1)$ であるから, $3m(n+1)=3b$」と同等の内容が書かれている。 (c)「$(a+b+c=)$ $3mn+3m$」が書かれている。 (d)「$b=m(n+1)$ であるから, $3b=3m(n+1)=3mn+3m$」と同等の内容が書かれている。 ・(a)または(c)に至るまでに不備があるものは 1 点減点とする。 ・(b)または(d)に不備があるものは 1 点減点とする。
			(2)	う	5	3	
				え	c		
				お	99	3	

	問題番号		解答				配点	備考
数-23-公-長野-K-03	3	問1	(1)	①	0.2　(L)		2	「$\frac{1}{5}$」も正答とする。
				②	(y=)　$-0.4x+2.8$		2	「$-\frac{2}{5}x+\frac{14}{5}$」等も正答とする。
			(2)	①	い	(例) 点 (8，0) を通り，傾き-0.3	3	通る点と傾きの両方が書かれているものを正答とする。 ・通る点は，「(6，0.6)」等も正答とする。 ・傾きは，「$-\frac{3}{10}$」等も正答とする。
					う	(例)　　交点	3	**う**は，正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。
					え	x　(座標)		
				②	1　(時間)　12　(分後)		3	
		問2	(1)	4			2	
			(2)	(a=)　8			3	
			(3)	①	(0，3)		2	
				②	$\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$		3	「(0，2.5)」等も正答とする。

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-23-公-長野-K-04	4	問1		4 (cm)	2	
		問2	(1)	30 (°)	2	
			(2)	$3\sqrt{3}$ (cm)	3	
		問3	(1)	(例) ∠ACB は円 O の半円の弧に対する円周角	3	正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。
			(2)	(例) ∠ABC は共通な角だから, ∠ABC＝∠CBE ……② ①, ②より, 2 組の角がそれぞれ等しいので, △ABC∽△CBE	3	△ABC∽△CBE の証明が完結しているものを評価の対象とする。 正答例の場合では, ・②及び△ABC∽△CBE がすべて書かれているものを△ABC∽△CBE の証明が完結しているとする。 ・②が書かれていても, ②に至るまでの理由に不備がある場合は, 1 点減点とする。 ・「2 組の角がそれぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は, 1 点減点とする。 ・正答例以外の証明もこれに準ずる。
			(3)	**う** (例) BC と BP は円 B の半径なので, BC＝BP である。 △BCP において, 2 つの辺が等しいので, △BCP は二等辺三角形である。 **え** (∠) CPE	3	**え**が正答であるものを評価の対象とし, **う**に(a)(b)の両方が書かれているものを正答とする。 (a)円 B の半径より BC＝BP (b)△BCP が二等辺三角形 ・(a)で「円 B の半径」に触れていない場合は, 1 点減点とする。 ・**え**は,「BPC」等も正答とする。
		問4	(1)	$\frac{8\sqrt{2}}{9}$ (cm^2)	3	「$\frac{8}{9}\sqrt{2}$」も正答とする。
			(2)	(△BCP と△GAP の面積の比は) 1 : 3	3	

R５　長野県　公立　数学　解説

数-23-公-長野-KS-01

1　【小問集合】

問２　**イ**は，5 から『負の数を引いて』いるため，5 に『正の数を足して』いることと同じである。よって，必ず計算結果は正の数になる。**ウ**は(正の数)×(負の数)，**エ**は(正の数)÷(負の数)となっていることから，計算結果は明らかに負の数になる。**ア**は n の値によっては正の数にならない場合もあるため，いつでも正の数になるとは言えない。

問４　$x-3=A$ とおくと，$(x-3)^2+2(x-3)-15=A^2+2A-15=(A+5)(A-3)$　$A=x-3$ を代入して，$(x-3+5)(x-3-3)=(x+2)(x-6)$

問６　x と y の関係を式にすると，$y=\frac{12}{x}$ だから，x と y は反比例の関係である。よって，正しい選択肢は**イ**と**ウ**である。

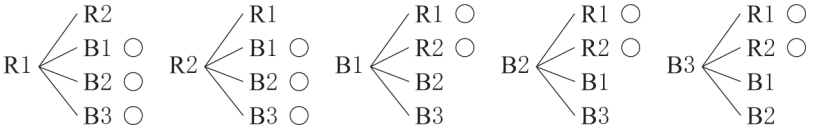
問７　30.5 を四捨五入すると 31 となるため，a の範囲に含まれる。一方，31.5 は四捨五入すると 32 となるため，a の範囲に含まれない。よって，正しい選択肢は**ウ**である。

ポイント》真の値の範囲

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 5 であるとする。このとき，a の最小値は 4.5 である。しかし，a の最大値は 5.4 ではない。なぜなら，5.49，5.499，5.4999，……と，5.4 より大きく，小数第 1 位を四捨五入した近似値が 5 となる数は無数に存在するからである。よって，真の値は 4.5 以上かつ 5.5 よりも小さい数であればよいから，a の値の範囲は $4.5 \leqq a < 5.5$ である。

問８　赤玉 2 個を R1，R2，青玉 3 個を B1，B2，B3 と区別して樹形図を考えると，**図１**のようになる。○を付けたものが条件を満たす場合なので，求める確率は $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

図１



問９　$x=2$ を $x+y=-1$ に代入すると，$y=-3$ を得る。つまり，この連立方程式の解は，$x=2$，$y=-3$ である。これを選択肢**ア**～**エ**の左辺にそれぞれ代入して，右辺と等しくなるものは**エ**である。

問 12　球**A**の体積は，$\frac{4}{3}\pi \times 3^3=36\pi\,(\mathrm{cm}^3)$　これが円柱**B**の体積と等しいので，円柱**B**の高さを $h$cm とすると，$36\pi=4\pi \times h$　　$h=9$ cm

数-23-公-長野-KS-02

2　【資料の活用，規則性に関する問題】

問１　**(1)** ヒストグラムから最大値は 38℃以上で 40℃より小さいことが読み取れる。これを満たす箱ひげ図は，2020 年のものである。

(2) ①箱ひげ図において，範囲はひげの端から端までの長さである。よって，①の記述は正しい。

②2005 年の最大値は 35℃を少し超えた値であるため，35℃を超えた日は少なくとも 1 日あると言える。しかし，「1 日しかない」とまでは断定できず，問題文の**図１**の箱ひげ図からはわからない。

(3) **あ**：2010 年の箱ひげ図の 34℃のところを見ると，34℃は中央値と第 1 四分位数の間にある。よって，全体の 50%以上が34℃を超えていると言える。よって，正しい選択肢は**イ**である。

い：2015 年の箱ひげ図の 27℃のところを見ると，第 1 四分位数がちょうど 27℃くらいであることがわかる。よって，全体の約 25%のデータが 27℃以下であると言えるので，正しい選択肢は**ア**である。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

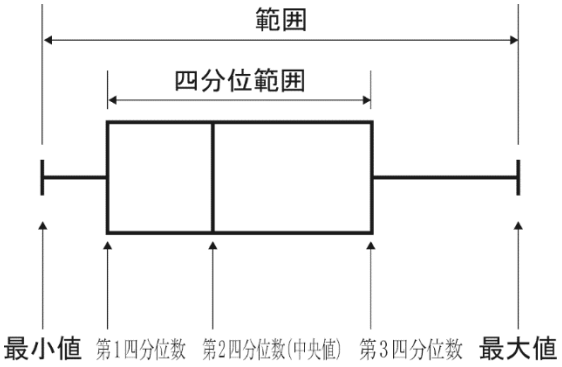
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問２ **(2) う・え**：$a=mn$ とすると，$b=m(n+1)$，$c=m(n+2)$，$d=m(n+3)$，$e=m(n+4)$と表せる。これらの 5 つの数をすべて足すと，$mn+m(n+1)+m(n+2)+m(n+3)+m(n+4)=5mn+10m=5m(n+2)$となる。よって，この和を 5 で割ると，$m(n+2)=c$ がわかる。

お：和 605 を 5 で割ると，真ん中の数である c がわかる。よって $c=605\div5=121$　さらに，この数は表の 11 行目にあるので，c と 1 つ隣の数の差は 11 である。よって，c の 2 つ左にある最初に選んだ数 a は $121-2\times11=99$

数-23-公-長野-KS-03

3 【関数の利用，関数のグラフと図形】

問１

(1) ① 問題文で与えられたグラフから，加湿器 A を「弱」で運転したときには，4 時間で $2-1.2=0.8$(L)の水が減ったことが読み取れる。よって，1 時間あたりの水の放出量は $0.8\div4=0.2$(L)

② 求めたい直線は(4, 1.2)と(7, 0)を通ることが，問題文で与えられたグラフから読み取れる。求めたい直線の式を $y=ax+b$ とおいて，$(x,\ y)=(4, 1.2)$，(7, 0)をそれぞれ代入すると，$1.2=4a+b$，$0=7a+b$　これを連立方程式として解くと，$a=-0.4$，$b=2.8$　よって，求めたい直線の式は $y=-0.4x+2.8$

(2) ② 前問より，2 本の直線の交点が「強」から「弱」に切り替わった点である。「強」で運転したときの 1 つ目の直線の式は，点(0，3)を通り，傾き -0.8 の直線なので，$y=-0.8x+3$…Ⓐ　「弱」で運転したときの 2 つ目の直線の式は，8 時間後にタンクの水がなくなったことから点(8, 0)を通る。また，問題文で与えられた表から加湿器 B を「弱」で運転したときの水の放出量は 1 時間あたり 0.3 L であることから，傾きは -0.3 である。よって，「弱」で運転したときの直線の式は $y=-0.3x+2.4$…Ⓑ

Ⓐ，Ⓑを連立方程式として解くと，$x=1.2$，$y=2.04$　よって，「強」から「弱」に切り替わったのは，1.2 時間後，つまり 1 時間 12 分後である。

問２ **(1)** $a=4$ のとき，A(4, 4)，B(4, 8)であり，AB の長さは 2 点の y 座標の差である。よって，$AB=8-4=4$

(2) 2 点 A，B の x 座標はともに a なので，$A\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$，$B\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$と表せる。よって，

$AB=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{4}a^2=\frac{1}{4}a^2$　また，点 C は点 B と y 軸に関して対称な点なので，$C\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$となる

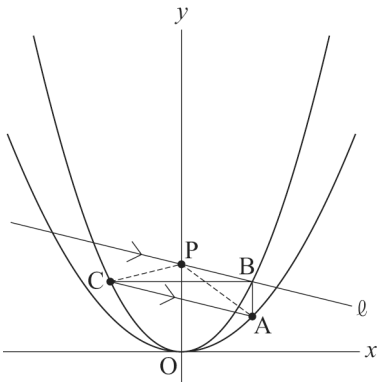
ため，BC＝$a-(-a)=2a$　AB＝BC となればよいので，$\frac{1}{4}a^2=2a$　$a^2-8a=0$　$a=0, 8$　a は正の数なので，$a=8$

(3) ①　$a=2$ のとき，A(2, 1)，B(2, 2)，C(−2, 2)である。$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$

つまり，△BCP＝2 となればよいことになる。ここで，BC を底辺と見ると，△BCP＝2 で BC＝4 であることから，底辺 BC に対する高さが 1 となればよい。よって，P から BC におろした垂線の長さが 1 となればよいので，P(0, 3)

②　△ACP と△ABC は共通の底辺 AC をもっていることに注目すると，**図1**のように点 B を通り AC に平行な直線 ℓ と y 軸の交点が点 P である。

図1



直線 AC の傾きは，$\frac{1-2}{2-(-2)}=-\frac{1}{4}$　よって，直線 ℓ の式は $y=-\frac{1}{4}x+b$ とおける。これが点 B(2，2)を通ることから，

$2=-\frac{1}{2}+b$　$b=\frac{5}{2}$　よって，直線 ℓ の式は

$y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$となり，これと y 軸との交点である点 P の座標は$\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$

ポイント≫直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x, y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

数-23-公-長野-KS-04

4　【平面図形】

問1　AP＝2 cm なので，BP＝6−2＝4 (cm)　つまり，円 B の半径は 4 cm である。よって，BC も円 B の半径なので，BC＝4 cm

問2　**(1)** PB＝3cm であるから，円 O も円 B も半径が 3cm である。よって，PB＝PC＝BC＝3cm であり，△CPB は正三角形である。よって，∠PCB＝60°　ここで，AB は円 O の直径なので，∠ACB＝90°であるから，∠ACP＝∠ACB−∠PCB＝90°−60°＝30°

(2) △CPB は正三角形なので，∠CBE＝60°　また，∠CEB＝90°であるから，△CEB は辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形である。よって，BC：CE＝$2:\sqrt{3}$　3：CE＝$2:\sqrt{3}$　CE＝$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm

したがって，円 B の中心から弦 CD におろした垂線 BE は，弦 CD を 2 等分するから，CD＝2CE＝$3\sqrt{3}$ (cm)

問4　**(1)** **問3**より△ABC∽△CBE なので対応する辺の比は等しく，AB：CB＝BC：BE　6：2＝2：BE

BE＝$\frac{2}{3}$ cm　よって，PE＝BP−BE＝$2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$ (cm)となる。また，△CBE で三平方の定理を用いると，$CE^2=BC^2-BE^2=4-\frac{4}{9}=\frac{32}{9}$　CE＞0 より，CE＝$\frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm

よって，$\triangle CEP=\frac{1}{2}\times PE\times CE=\frac{8\sqrt{2}}{9}$ (cm^2)

(2) 図形の対称性から，△BCP≡△BDP である。よって，求めたい△BCP と△GAP の面積比は△BDP と△GAP の面積比と同じである。円 O について同じ弧に対する円周角が等しいことに注目すると，2 組の角がそれぞれ等しいことから△BDP∽△GAP である。ここで，PD＝PC であり，△PCE で三平方の定理を用いると，$PC^2=PE^2+CE^2=\frac{16}{9}+\frac{32}{9}=\frac{48}{9}$　PC＞0 より，PC＝PD＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

よって，△BDP と△GAP の相似比が DP：AP＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}:4=\sqrt{3}:3$ であることから，面積比は

△BDP：△GAP＝3：9＝1：3 となる。よって，△BCP：△GAP＝△BDP：△GAP＝1：3

ポイント≫図形問題を突破するには

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！(条件が変わっている可能性もあるので要注意)